



激光电子散射中的最大可能增益

尹珊珊 高春媛

The Possible Maximum Gain in Laser Electron Scattering

YIN Shanshan, GAO Chunyuan

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021046>

引用格式:

尹珊珊, 高春媛. 激光电子散射中的最大可能增益[J]. 原子核物理评论, 2022, 39(2):172–178. doi: 10.11804/NuclPhysRev.39.2021046

YIN Shanshan, GAO Chunyuan. The Possible Maximum Gain in Laser Electron Scattering[J]. Nuclear Physics Review, 2022, 39(2):172–178. doi: 10.11804/NuclPhysRev.39.2021046

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[上海激光康普顿散射伽马源的发展和展望](#)

Development and Prospect of Shanghai Laser Compton Scattering Gamma Source

原子核物理评论. 2020, 37(1): 53–63 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019043>

[用于核物理研究的精密激光谱技术的发展和展望](#)

Development and Prospect of Precision Laser Spectroscopy Techniques for Nuclear Physics Study

原子核物理评论. 2019, 36(2): 161–169 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.36.02.161>

[激光等离子体在螺线管发散磁场中的特性研究](#)

Characteristics of Laser Ablation Plasma in the Diverging Magnetic Field of a Solenoid

原子核物理评论. 2021, 38(3): 270–276 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.38.2021017>

[基于XUV激光脉冲和反应显微成像技术的原子分子光物理实验平台](#)

Experimental Platform of Atomic and Molecular Photophysics Based on XUV Laser and Reaction Microscope

原子核物理评论. 2020, 37(2): 225–232 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019065>

[高 \$Q^2\$ 电子原子核单举准弹性散射截面的计算方法](#)

A Calculation Method of Inclusive Electron Nucleus Quasi-elastic Scattering Cross Section at High Q^2

原子核物理评论. 2017, 34(4): 718–723 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.34.04.718>

[利用超强激光进行深度狄拉克态的可行性研究](#)

Feasibility Study on the Deep Dirac Levels with High-Intensity Lasers

原子核物理评论. 2020, 37(3): 377–381 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC20>

文章编号: 1007-4627(2022)02-0172-07

激光电子散射中的最大可能增益

尹珊珊, 高春媛[†]

(北京大学物理学院, 核物理与核技术国家重点实验室, 北京 100871)

摘要: 借鉴自由电子激光(FEL)发展之初 Madey 对自由电子激光器中受激辐射引起的增益的讨论, 通过在激光场中的量子电动力学(QED)的模型中引入激光电子系统初态密度以及由不确定的系统初态到确定光子末态的跃迁速率, 推导了激光电子正碰过程中受激辐射至单一电磁模式产生的最大可能增益。采用成功得到X射线或 γ 射线光子的三个激光电子Compton背散射实验的实验参数计算了激光电子散射过程中的最大可能增益, 与第一台X射线自由电子激光(XFEL)中的最大可能增益作比较, 进而对激光电子散射作为激光光源的可行性进行评估。计算结果表明, 现有的能够得到X射线光子或 γ 射线光子的激光电子散射实验中的最大可能增益远低于第一台XFEL中的。本工作未能找到合适的激光电子参数以获得比第一台XFEL中更高的最大可能增益, 但是在入射电磁波位于射频波段范围内找到了能够实现较高增益的参数组合。

关键词: 增益; 激光电子散射; 受激辐射; 激光波荡器; 自由电子激光

中图分类号: O571.53 **文献标志码:** A **DOI:** [10.11804/NuclPhysRev.39.2021046](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021046)

1 引言

自由电子激光器(FEL)在激光器发展史上是一项重大的革新。不同于传统激光器利用束缚电子在原子或分子特定能级间跃迁产生受激辐射, FEL利用通过周期性排列的磁场(磁波荡器)的自由电子作为发光介质, 直接将自由电子的动能转化为辐射能, 使得辐射光波长连续可调。其发射激光的波长范围非常广, 从微波到X射线。利用磁波荡器FEL目前人们已经能够实现在1.5 Å乃至更短波长X射线激光的出光^[1-3]。实现 γ 射线激光, 被2013年诺奖得主 Vitaly Ginzburg在其诺奖报告中列为21世纪物理学三十个最重要问题之一^[4], 也相应地提上了日程。

围绕 γ 射线激光器有不少理论提案。比如基于原子核中的Mössbauer效应的 γ 射线核激光器方案^[5-6]; 基于正负电子对湮灭的 γ 射线激光器的方案^[7], 也叫正电子素激光器。近年来还出现了利用处于Bose-Einstein凝聚态的正电子素原子的自发辐射得到 γ 射线激光的讨论^[8]。再者就是激光波荡器FEL, 这也被认为是一种有潜力得到X射线乃至 γ 射线激光的方案。

目前利用磁波荡器FEL虽然能够得到X射线波段的相干光^[1-3], 但其所需的入射电子束能量高达GeV

量级, 同时还需要周期仅为3 cm而总长度达150 m的磁波荡器^[1], 这使得整个设备非常庞大, 且对磁波荡器的制作工艺要求很高。若要将出射激光波长进一步缩短至 γ 射线, 便需要继续提高入射电子束的能量, 同时缩短磁波荡器的周期。这以目前的技术基本不太现实。

同时X射线自由电子激光器(XFEL)的小型化也将是一个必然的发展趋势。一个自然的想法是利用波长比静磁场波长更短的电磁波(射频波、激光)替代磁波荡器用来摇摆电子^[9]。1985年Shintake^[10]搭建了微波波荡器并观察到了波荡器辐射; 2014年Tantawi等^[11]同样搭建并验证了可调微波波荡器用于相干谐波产生的可行性。那么波长更短的激光束是否同样能够代替静磁波荡器起到摇摆电子的作用呢? 激光电子散射是否能成为相干光源呢?

目前已有不少激光电子散射得到高亮X射线源的实验^[12-15], 但至今并没有任何通过激光电子散射实现激光出光(亦没有射频波电子散射实现相干光出光)的实验报道。因此本文将探讨激光电子散射作为激光光源的可能性, 即利用相干电磁波替换磁波荡器与穿过其中的电子束相互作用得到相干光的可能性。如果该方案可行, 那么理论上有望借助该种方案实现 γ 射线激光。问题是应如何描述一个激光电子相互作用系统? 合适的

收稿日期: 2021-09-26; 修改日期: 2022-03-22

作者简介: 尹珊珊(1993-), 女, 河南濮阳人, 硕士研究生, 从事粒子物理与原子核物理研究; E-mail: yinshanshan@pku.edu.cn

[†]通信作者: 高春媛, E-mail: gaoccy@pku.edu.cn

衡量该种方案可行性的依据是什么?

物理学家们曾提出不同的理论模型来描述激光电子相互作用系统: Milburn 基于 Compton 散射模型讨论了电子与一束强极化光场的正碰过程^[16]。Pantell 等^[17]利用 Klein-Nishina(KN) 公式结合反应率方程描述光子电子散射, 辐射光子进入单一模式的过程。Avetissian 等^[18-19]利用一组自治的 Maxwell 方程和相对论性的量子力学方程描绘电子束激光相互作用的系统。Bonifacia 等^[20-21]将激光波荡器 FEL 处理为量子模式的自放大自发辐射 FEL。Eliasson 等^[22-23]采用 Klein-Gordon 方程描述电子, 通过与 Maxwell 方程 Poisson 方程非线性耦合, 进而讨论电磁波和电子之间的非线性相互作用。Son 等^[24]运用 Landau 阻尼理论研究了通过激光波荡器的电子束的发光机制, 等等。本文采用的模型将平均场近似与真空量子电动力学(QED)相结合, 能够处理电子与包含大量光子的激光束的相互作用, 给出了激光电子 Compton 散射的微分散射截面, 研究了一束理想的圆偏振单色平面波激光与一束理想的单能直线运动的电子束正碰的过程^[25]。

在 FEL 发展之初 Madey 将电子通过周期静磁场辐射出光子的过程等效成 Compton 背散射过程, 将由周期磁场摇摆的电子带来的光放大转换成 Compton 背散射过程积累下来的增益, 计算电子穿过磁波荡器后可能产生的光放大^[26]。类似地, 我们将通过引入激光电子系统的初态密度, 将初态电子和初态光子的能量分布^[26]考虑进来, 利用激光电子 Compton 散射的微分散射截面^[25]计算初始光子和电子均具有一定能量分布的激光波荡器自由电子激光中由受激辐射产生的有可能的光放大(增益), 并与已成功得到 X 射线激光的第一台 XFEL 中的最大可能增益作比较, 从而考察激光波荡器方案的可行性。

2 激光电子散射的微分散射截面

Zhang^[25]在真空 QED 基础上发展出了激光场中的 QED。真空 QED 是描述电磁相互作用的精确理论, 但只能处理少体问题, 例如一个电子与一个光子的 Compton 散射。激光中的 QED 则能够处理电子与大量光子构成的激光束的散射问题。在自然单位制 ($\hbar = c = 1$) 下, 圆偏振的激光场能够用经典矢势描述:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = A\{\mathbf{x}_0 \cos[k(z-t)] + \mathbf{y}_0 \sin[k(z-t)]\}. \quad (1)$$

一个沿 $-z$ 轴前进的电子与单位体积的上述沿 z 轴传播的激光正碰过程中自发辐射一个光子($\mathbf{k}', \mathbf{e}'_i$)至立体角 $d\Omega_k$ 内的微分散射截面为^[25]

$$\begin{aligned} \frac{d\Sigma}{d\Omega_k}(\mathbf{p}, \sigma, \mathbf{k}; \mathbf{p}', \sigma', \mathbf{k}', \mathbf{e}'_i) = & \frac{\alpha k'^2}{8\pi m N k |p_z| (E - p_z)(E + m)(E' + m)} \\ & \sum_{N=-\infty}^{\infty} \left| \sum_{\nu=0, \pm 1} J_{N-\nu}(p'_\perp R') \times \right. \\ & \left. \left[\delta_{\sigma, \sigma'} F_i^{(\nu)} e^{-iN\varphi_{k'}} + \delta_{\sigma, -\sigma'} G_i^{(\nu)} e^{i(\sigma-N)\varphi_{k'}} \right] \right|^2, \end{aligned} \quad (2)$$

其中: σ, σ' 分别为表征初末态电子自旋的量子数, 取值均为 ± 1 ; $E, \mathbf{p} = p_z \mathbf{z}_0$ 分别为初始电子的能量、动量; $E^2 = p_z^2 + m^2$; E', \mathbf{p}' 分别是末态电子的能量、动量; $E'^2 = p_z'^2 + p_\perp'^2 + m^2$; \mathbf{k}, \mathbf{k}' 分别为初末态光子的波矢; \mathbf{e}'_i 是垂直于波矢 \mathbf{k}' 的极化矢量; $R' = \frac{eA}{k(E'-p_z')}$; 量子数 N 可以理解为激光场中参与 Compton 背散射的光子数。系数 $F_i^{(\nu)}, G_i^{(\nu)}$ 详见文献^[25]。

2015 年 KEK 在激光电子 Compton 背散射实验中, 244 个电子束团与激光束相互作用的时间内, 探测到约 1 756.8 个能量为 29 keV 的光子^[12]。利用式(2)中的微分散射截面可以计算该实验中的散射光子数目 N_{ph} :

$$N_{ph} = \int d\Omega_k \cdot \overline{\frac{d\Sigma}{d\Omega_k}} \cdot t \cdot N_e \approx 1.55 \times 10^9, \quad (3)$$

其中 $\overline{\frac{d\Sigma}{d\Omega_k}}$ 为对任意极化方向的平均微分散射截面, 即需要将式(2)中的微分散射截面对电子和光子的极化方向末态求和、初态求平均; $d\Omega_k$ 为探测器覆盖的立体角; t 为 244 个电子束团与激光束的相互作用时间; N_e = 每个电子束团的电荷量 $\times 244/e$, 为 244 个电子束团中的电子数目。

同样地, 利用实验室系下的 KN 公式^[25]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega_k}(\mathbf{p}, \mathbf{k}, \mathbf{e}_i; \mathbf{p}', \mathbf{k}', \mathbf{e}'_i) = & \frac{\alpha k'^2}{4k^2 |p_z| (E - p_z)} \cdot \\ & \left[\frac{(E - p_z)k}{(E - p_z \cos \theta)k'} + \frac{(E - p_z \cos \theta)k'}{(E - p_z)k} - 2 + 4|\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}'_i|^2 \right], \end{aligned} \quad (4)$$

也可计算该实验中的辐射光子数目 N_{ph} :

$$N_{ph} = \int d\Omega_k \cdot \overline{\frac{d\sigma}{d\Omega_k}} \cdot \rho_{v0} \cdot t \cdot N_e \approx 1.79 \times 10^9, \quad (5)$$

其中: θ 是光子的散射角度; ρ_{v0} 为单位体积的激光中的光子数目。

能够看到, 由式(2)计算出的散射光子数目 1.55×10^9 与由 KN 公式算出的 1.79×10^9 接近, 但两者均比实验中实际探测到的光子数目 1 756.8 大很多。这是由于激光电子散射理论^[25]假定的入射激光为完全相干的零温激光, 而实验中的激光并非如此理想的情形, 无

法达到理想的激光强度。同时，在计算激光中光子数密度 ρ_{v0} 时同样也将激光束理想化，而实际的激光具有一定展宽，因此实际的入射光子数密度比理论值低。实验激光束在垂直于传播方向的平面上强度具有空间分布的效应，该效应也会导致这一差异。另外X光子、 γ 光子穿透性很强，数目不易精确测量致使探测器存在一定的探测效率。这些都会造成辐射光子数目的理论值高于实际测量值。

3 激光电子散射中到确定光子末态的跃迁速率

激光场中的QED^[25]提供了一个精确描述激光电子相互作用的理论框架。但是文献[25]中只计算了理想情形，即一束理想的电子束和理想的平面波激光正碰。然而实际的激光束有一定展宽、电子束有能散，激光器中也存在着不同光子模式的竞争。如何研究更接近实际情形的激光电子散射过程？

激光电子Compton散射模型中的微分散射截面式(2)给出了从确定系统初态(p, σ, k)到确定末态(p', σ', k')的跃迁概率；实际情形的激光电子散射若要形成激光，则需要计算不同初态跃迁到某一确定光子末态的跃迁概率，也就是计算不同频率的激光和不同能量的电子，适当组合散射得到单一电磁模式光子的跃迁概率。这就需要引入激光电子初态态密度，将初态电子和初态光子的能量分布考虑进来。

激光电子正碰过程中的能动量守恒分别为^[25]

$$E' - E + \frac{e^2 A^2}{2} \left(\frac{1}{E' - p'_z} - \frac{1}{E - p_z} \right) + k' - Nk = 0, \quad (6)$$

$$\mathbf{p}' - \mathbf{p} + \frac{e^2 A^2}{2k} \left(\frac{1}{E' - p'_z} - \frac{1}{E - p_z} \right) \mathbf{k} + \mathbf{k}' - N\mathbf{k} = 0. \quad (7)$$

从散射的角度看，初态的电子光子发生Compton散射得到末态的电子光子；从能级跃迁的角度，可以看作自由电子在不同能级间跃迁，进而辐射出光子。如果只有单个的自发跃迁过程发生便是自发辐射。自发辐射产生的末态光子的存在会诱发受激辐射，受激辐射将使得末态同一状态的光子数加倍。因此单位时间内受激辐射过程带来的同一末态光子数目增量将正比于通过自发辐射产生的同一末态光子数。

在激光电子Compton散射过程中，从某一确定系统初态自发跃迁到任意末态的跃迁速率 Γ_c 可写为

$$\Gamma_c = (2\pi/\hbar) |\langle f | H' | i \rangle|^2 \rho_f = \frac{\overline{d\Sigma}}{d\Omega_k} d\Omega_k; \quad (8)$$

而由任意系统初态自发跃迁得到同一光子末态的跃迁速率 Γ_d 为^[26]

$$\begin{aligned} \Gamma_d &= (2\pi/\hbar) |\langle f | H' | i \rangle|^2 \rho_i \\ &= \frac{\overline{d\Sigma}}{d\Omega_k} d\Omega_k \rho_i / \rho_f, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\overline{\frac{d\Sigma}{d\Omega_k}}$ 为将式(2)中的微分散射截面对激光束电子束的极化方向初态求和、末态求平均； ρ_f 是末态密度；初态密度 ρ_i 为激光电子散射系统的守恒能量附近的一个小的能量区间

$$E_s = E - E' + \frac{e^2 A^2}{2} \left(\frac{1}{E - p_z} - \frac{1}{E' - p'_z} \right) - k' + Nk$$

中包含的能够导致所需末态并且满足能动量守恒条件的所有可能的不同态的组合数目^[26]：

$$\rho_i = \int dE \rho_e(E) \cdot \frac{dk}{dE_s} \cdot \rho_v(k). \quad (9)$$

为了得到 dk/dE_s ，需要利用动量守恒条件(7)将 E_s 写成初始电子光子的能量动量、末态光子能量的函数。即

$$E_s = -\frac{e^2 A^2}{2(p_z + Nk - k'_z - p'_z) + \frac{e^2 A^2}{E - p_z}} - k' + E - p_z + k'_z, \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} p'_z &= \frac{\mathbb{K}(2k_\perp^2 + 2m^2 + e^2 A^2) + e^2 A^2 \sqrt{\mathbb{K}^2 + k_\perp^2 + m^2 + e^2 A^2}}{2(k_\perp^2 + m^2 + e^2 A^2)}, \\ \mathbb{K} &= \frac{e^2 A^2}{2(E - p_z)} + p_z - k'_z + Nk, \end{aligned} \quad (11)$$

那么便能够得到

$$\frac{dk}{dE_s} = \frac{1}{N} \cdot \frac{\sqrt{\mathbb{K}^2 + k_\perp^2 + m^2 + e^2 A^2}}{\sqrt{\mathbb{K}^2 + k_\perp^2 + m^2 + e^2 A^2} + \mathbb{K}}. \quad (12)$$

注意到 $\mathbb{A}^2 = k_\perp^2 + m^2 + e^2 A^2$ ， $\frac{dk}{dE_s}$ 可以写成

$$\frac{dk}{dE_s} = \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{\mathbb{A}^2} (\mathbb{K}^2 + \mathbb{A}^2 - \mathbb{K} \sqrt{\mathbb{K}^2 + \mathbb{A}^2}).$$

当背景激光场的强度低于 10^{19} W/m^2 时，初始电子能量不低于几个MeV时，有 $\mathbb{K}^2 \gg \mathbb{A}^2$ 成立，那么

$$\frac{dk}{dE_s} \approx \frac{1}{2N}. \quad (13)$$

假设初始电子、光子能量均服从Gauss分布

$$\rho_e(E) = (1/\pi^{1/2}) (1/\Delta E) \exp[-(E - E_0)^2/\Delta E^2], \quad (14)$$

$$\rho_v(k) = (1/\pi^{1/2}) (1/\Delta k) \exp[-(k - k_0)^2/\Delta k^2], \quad (15)$$

激光电子系统的初态密度可写为

$$\rho_i = \frac{1}{2\mathcal{N} \cdot \pi \cdot \Delta E \Delta k} \times \int dE \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2}{\Delta E^2}\right] \exp\left[-\frac{(k-k_0)^2}{\Delta k^2}\right]. \quad (16)$$

需要注意, 这里初态密度 ρ_i 中的初始电子和初始光子的能量已不再是两个相互独立的变量, 两者将通过能动量守恒条件(6), (7)及对末态光子能量的选取互相制约。因此, 我们需将式(16)中初始光子能量 k 写作初始电子能量 E 和末态光子能量 k' 的函数:

$$k = \frac{1}{\mathcal{N}} \cdot \frac{(E - p_z \cos \theta)k' + \frac{e^2 A^2}{2(E-p_z)}(1-\cos \theta)k'}{E - p_z - (1-\cos \theta)k'}. \quad (17)$$

为简化计算, 我们只考虑每个散射过程中激光束中只有一个光子被散射(或说被吸收)的过程^[27], 即 $\mathcal{N} = 1$ 。另外, 由前灯效应可知实验室系下散射的光子集中在电子前进方向上的一个窄圆锥内。若散射光子方向沿着入射电子方向与其相伴而行则更有利受激辐射的发生, 因此取 $\theta = \pi$ (即 $p'_\perp = k'_\perp = 0$), 那么有

$$k = \frac{(m^2 + e^2 A^2)k'}{(E - p_z)^2 - 2(E - p_z)k'},$$

其中确定末态光子的能量 k' 将取决于式(14)与式(15)中初始电子光子的中心能量 E_0 , k_0 。那么单位能量区间内的初态密度为

$$\rho_i = \frac{1}{2\pi \cdot \Delta E \Delta k} \times \int dE \exp\left\{-\frac{(E-E_0)^2}{\Delta E^2} - \frac{\left[\frac{(m^2 + e^2 A^2)k'}{(E-p_z)^2 - 2(E-p_z)k'} - k_0\right]^2}{\Delta k^2}\right\}. \quad (18)$$

利用两体 Feynman 公式^[28]计算激光电子系统单位能量区间单位体积的末态密度:

$$\begin{aligned} \rho_f &= (2\pi)^{-3} \cdot k' E' \frac{|\mathbf{k}'|^3 d\Omega_{k'}}{(E+k) \mathbf{k}' \cdot \mathbf{k}' - k' (\mathbf{k}' + \mathbf{p}') \cdot \mathbf{k}'} \\ &= (2\pi)^{-3} \cdot \frac{E' k'^2 d\Omega_{k'}}{E + k - k' - p'}, \end{aligned} \quad (19)$$

那么到确定光子末态的跃迁速率(8)将有如下的形式:

$$\begin{aligned} \Gamma_d &= \frac{\alpha \pi^2}{m |p_z| E' (E+m)(E'+m)} \frac{E + k - k' - p'}{k(E-p_z)} \cdot \\ &\quad \left[\frac{eA(p_z - E - m)(p'_z - E' - m)}{2} \right]^2 \cdot \\ &\quad \left[\left(\frac{1}{E-p_z} \right)^2 + \left(\frac{1}{E'-p'_z} \right)^2 \right] \cdot \rho_i, \end{aligned} \quad (20)$$

其中初态密度 ρ_i 将通过数值积分得到。

4 激光电子散射中的最大可能增益

一定长度上的增益定义为平均每个受激光子穿过该长度的过程中系统中因受激辐射额外散射出的光子数目^[26]。受激辐射会使末态光子数目加倍, 因此该过程的增益可通过自发辐射产生的光子数目计算。

假设在某一位置 x 处单位体积内的受激光子数目为 n , 一个位于 x 处的受激光子在一段时间后来到位置 $x + dx$ 处, 这时单位体积内的受激光子数为 $n + dn$ 。那么在这段时间 dx 内平均 1 个受激光子带来的额外光子数目为

$$\frac{dn}{n} = \Gamma_d \cdot dx \cdot \rho_{e0}, \quad (21)$$

其中 ρ_{e0} 是单位体积的电子数, 那么

$$n = n_0 \exp(\Gamma_d \rho_{e0} x). \quad (22)$$

激光波荡器 FEL 中平均 1 个受激光子穿过相互作用长度 L 上的增益为

$$G = 10 \lg(n/n_0) = 10 \lg e \cdot \Gamma_d \rho_{e0} \cdot L, \quad (23)$$

这里的增益 G 为最大可能增益, 未考虑受激吸收的影响^[26]。

5 数值计算

2015 年 KEK 在激光电子 Compton 背散射实验中测到了 X 光子^[12]。2019 年 Hawaii 大学实验组利用 FEL 作为入射激光光源在 Compton 背散射实验中同样测到了 X 光子^[13]。2012 年 KEK 利用电子与激光束的散射得到了 γ 光子^[14-15]。但是这些实验中出射光都没能形成相干光。如果按照这些实验中的参数搭建激光波荡器自由电子激光器, 我们能够计算出其中的最大可能增益 G , 列于表 1 的前三行。为了比较, 我们同时计算了世界上第一台磁波荡器 X 射线自由电子激光器^[1](XFEL) 中的最大可能增益, 见表 1 中的第四行。其中第四行第四列等效的入射光波长为

$$\lambda_0 = (1 + \beta) \lambda_u (1 + K^2 / 2), \quad (24)$$

其中: β 是电子的速度; $K = 3.5$ 是无量纲的波荡器参数; $\lambda_u = 3$ cm 是波荡器周期^[1]。

表 1 中前三行计算的是由式(1)描述的一束沿 z 轴传播的电磁波与沿 $-z$ 轴运动的电子束正碰产生的最大可能增益, 这里的电磁波是一束行波。永久磁铁构造的磁波荡器也可以看成电磁场, 但一动一静。由于目前实验上还没有通过行波电磁场与电子散射成功得到激光, 因此我们把已经成功得到激光的磁波荡器 XFEL 中的最大

表1 各种类型波荡器FEL中的增益

波荡器类型	E_0/MeV	$\Delta E/E_0$	λ_0/nm	$\Delta k/k_0$	k'/keV	ρ_{e0}/cm^{-3}	G	\tilde{G}	Ref.
激光	40.0	10^{-3}	1 047	0.01	29.0	2.65×10^{12}	1.78×10^{-13}	2.61×10^{-15}	[12]
激光	42.2	10^{-3}	3 100	0.01	10.9	2.47×10^{14}	8.33×10^{-9}	3.62×10^{-10}	[13]
激光	1.28×10^3	10^{-3}	1 032	0.01	2.95×10^4	9.65×10^{14}	5.26×10^{-17}	7.64×10^{-19}	[14]
磁	13.6×10^3	10^{-4}	$4.28 \times 10^8^*$	0.10^\dagger	8.22	7.95×10^{17}	1.01×10^4	6.04×10^7	[1]
射频	4.5	10^{-3}	3×10^6	0.08	0.13×10^{-3}	8.00×10^{17}	1.74×10^6	7.32×10^7	—

*磁波荡器中等效入射光波长由磁波荡器的参数利用式(24)计算得到; †磁波荡器中入射光的展宽为估计值。

可能增益作为标准, 探讨用行波电磁场和电子束正碰得到相干光的可能性。

表1中的 G 为相互作用长度 $L=1\text{ cm}$ 时的最大可能增益。实际上, 第一台XFEL中经过60 m的长度之后才产生了相干X光^[1], 60 m相当于约140个等效入射光波长。所以我们也计算了经过 $L=140$ 个入射光波长的最大可能增益(表1中的 \tilde{G}), 即对于电子分别经过0.15, 0.44, 0.14 mm、60 m长度上的增益。表1中计算

前三行的激光波荡器FEL的增益时用到的实验参数列于表2中, 计算第四行磁波荡器XFEL中的增益所用参数见表3。根据表2中所列的入射激光的功率与焦斑尺寸可计算激光强度 I , 其与式(1)描述激光束的相干振幅 A 之间有如下关系^[29]:

$$\frac{eA}{mc} = \sqrt{\frac{\alpha \lambda_c \lambda^2 I}{\pi mc^3}}, \quad (25)$$

其中 λ 为激光波长, λ_c 为电子的Compton波长。

表2 计算中所用的激光电子散射实验参数

实验	入射电子能量	每电子束团电荷量	入射激光波长	入射激光功率	激光焦斑尺寸	电子束尺寸	碰撞持续时间
2015 KEK ^[12]	40.00 MeV	61.5 pC	1 047 nm	4.1 kW	直径10 μm	直径10 μm	1.5 μs
2019 Hawaii ^[13]	42.20 MeV	50.0 pC	3.1 μm	0.3 MW	直径30 μm	$42 \mu\text{m} \times 64 \mu\text{m}$	2.0 ps
2012 KEK ^[14]	1.28 GeV	$0.5 \times 10^{10} \text{ e}$	1 032 nm	35.0 kW	$26 \mu\text{m} \times 38 \mu\text{m}$	$110 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$	0.2 ms

表3 计算中所用第一台XFEL的实验参数^[1]

磁波荡器周期	磁波荡器长度	磁感应强度峰值	波荡器参数	入射电子能量	电流峰值	电子束尺寸
3 cm	132 m	1.25 T	3.5	13.6 GeV	3 kA	直径10 μm

由表1可以看到, 经过140个入射光波长长度后激光波荡器FEL中的增益远低于第一台XFEL中的增益。可以说, 以上述的激光电子散射的实验参数设置难以获得较大量子的单一模式受激光子。这是否意味着利用激光电子正碰无法得到相干光呢? 我们扩大参数空间寻找可能的高增益参数组合, 找到了能得到较高增益的电磁(射频)波荡器FEL参数如表1最后一行所列。这时140个入射电磁波波长长度上的增益不低于第一台XFEL中的增益。也就是说利用能量为4.5 MeV, 电流为3 kA, 束流直径10 μm的电子束与波长为3 mm, 功率为300 kW, 束流直径为3.5 mm的毫米波正碰, 那么经过42 cm相互作用长度之后有可能得到波长为9.73 μm的相干光。

我们注意到, 这组参数中的入射光波长已经是射频波段。一方面, 不论是磁波荡器、电磁波荡器(射频波、激光用作波荡器), 物理上都可以转化为Compton或Thomson散射过程处理计算^[9, 11]。相干射频波作为电磁波, 也能够用式(1)描述, 其与电子的相互作用, 也是可以利用本文中的理论框架计算的。另一方面, 从我

们计算的激光电子散射中的最大可能增益看来, 我们仍无法断言光波波段激光与电子散射一定能够作为相干光源; 但从找到的高增益参数看, 利用射频波电子散射有可能产生相干光。

近几年来, 美国SLAC实验室一直在研究利用振荡电磁场产生短周期波荡器替换磁波荡器搭建小型FEL^[11, 30]。2014年该实验室利用等效周期为13.9 mm的毫米波波荡器实现了种子型相干谐波产生^[11], 但未能得到相干光; 2019年该实验室设计了周期为1.75 mm, 最小波束孔径为2.375 mm的射频波荡器, 波荡器参数 $K=0.1$ 时所需功率为1.4 MW, 对于铜材质的波荡器腔, 该功率下可运行250 ns^[30]。该射频波荡器周期非常接近我们找到的高增益光波荡器的周期。我们的计算表明, 能量为4 MeV, 电流强度为3 kA, 束流直径10 μm的电子束, 若与SLAC实验室的波长为1.75 mm, 波束孔径2.375 mm, 功率1.4 MW的射频波正碰, 当相互作用长度达24.5 cm后, 则可能形成波长为7.20 μm的相干光。

6 总结

本工作将激光电子系统的初态密度以及由不确定的系统初态到确定光子末态的跃迁速率^[26]引入激光电子Compton背散射模型^[25], 研究了一束具有一定展宽的沿 z 轴传播的电磁波与一束有一定能散的沿 $-z$ 轴前进的电子束正碰, 散射末态中到确定单一电磁模式光子的最大可能增益。并与第一台XFEL中的该增益比较, 作为衡量激光波荡器FEL可行性的一个标准, 给出对该种激光方案可行性的评估。

通过与第一台XFEL中的增益比较, 能够看到, 如果依照KEK^[12, 14]及Hawaii^[13]中的实验条件搭建激光波荡器FEL, 增益远低于第一台XFEL的增益。目前我们并没能找到合适的激光电子散射得到高增益的组合参数。因此仍无法断言激光与电子散射一定能作为激光光源。

我们找到的能够实现较高增益的参数组合中入射光位于射频波段内, 如果按照这组理论参数进行射频波电子散射实验有可能获得较大增益。尤其是SLAC实验室设计的射频波荡器^[30], 如果能将电子和波荡器相互作用长度增大到24.5 cm, 那么该波荡器以1.4 MW功率运行时, 4 MeV能量电子穿过该波荡器则有可能产生相干光。也许目前阶段距离利用激光电子散射得到相干光仍有一定的距离, 但或许可以先从射频波荡器着手, 利用射频波与电子的散射实现相干光的出光。

参考文献:

- [1] EMMA P, AKRE R, ARTHUR J, et al. *Nature Photonics*, 2010, 4(9): 641.
- [2] ISHIKAWA T, AOYAGI H, ASAKA T, et al. *Nature Photonics*, 2012, 6(8): 540.
- [3] KANG H S, MIN C K, HEO H, et al. *Nature Photonics*, 2017, 11(11): 708.
- [4] GINZBURG V L. *Rev Mod Phys*, 2004, 76: 981.
- [5] VALI V, VALI W. *Proceedings of the IEEE*, 1963, 51(1): 182.
- [6] BALDWIN G C, SOLEM J C. *Rev Mod Phys*, 1997, 69: 1085.
- [7] BERTOLOTTI M, SIBILIA C. *Applied Physics*, 1979, 19(1): 127.
- [8] AVETISSIAN H K, AVETISSIAN A K, MKRTCHIAN G F. *Phys Rev Lett*, 2014, 113: 023904.
- [9] DI PALMA E, CECCUZZI S, RAVERA G L, et al. *Applied Sciences*, 2021, 11(20): 9499.
- [10] SHINTAKE T. Experimental Results of Microwave Undulator [C]//LINDAU I E, TATCHYN R O. Insertion Devices for Synchrotron Sources: Volume 0582. SPIE, 1986: 336.
- [11] TANTAWI S, SHUMAIL M, NEILSON J, et al. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 164802.
- [12] SHIMIZU H, AKEMOTO M, ARAI Y, et al. *Nucl Instr and Meth A*, 2015, 772: 26.
- [13] NIKNEJADI P, KOWALCZYK J M D, HADMACK M R, et al. *Phys Rev Accel Beams*, 2019, 22: 040704.
- [14] BONIS J, CHICHE R, CIZERON R, et al. *Journal of Instrumentation*, 2012, 7(01): P01017.
- [15] CHAIKOVSKA I, CASSOU K, CHICHE R, et al. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 36569.
- [16] MILBURN R H. *Phys Rev Lett*, 1963, 10: 75.
- [17] PANTELL R, SONCINI G, PUTHOFF H. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1968, 4(11): 905.
- [18] AVETISSIAN H K, MKRTCHIAN G F. *Phys Rev E*, 2002, 65: 046505.
- [19] AVETISSIAN H K, MKRTCHIAN G F. *Phys Rev ST Accel Beams*, 2007, 10: 030703.
- [20] BONIFACIO R. *Nucl Instr and Meth A*, 2005, 546(3): 634.
- [21] BONIFACIO R, PIOVELLA N, COLA M, et al. *Nucl Instr and Meth A*, 2007, 577(3): 745.
- [22] ELIASSEN B, SHUKLA P K. *Phys Rev E*, 2011, 83: 046407.
- [23] ELIASSEN B, LIU C S. *Journal of Plasma Physics*, 2013, 79(06): 995.
- [24] SON S, JOON MOON S. *Physics of Plasmas*, 2012, 19(6): 063102.
- [25] ZHANG Q R. *Chinese Physics B*, 2014, 23(1): 010306.
- [26] MADEY J M J. *Journal of Applied Physics*, 1971, 42(5): 1906.
- [27] DI PIAZZA A, MÜLLER C, HATSAGORTSYAN K Z, et al. *Rev Mod Phys*, 2012, 84: 1177.
- [28] FEYNMAN R P. *Quantum Electrodynamics: Volume 3*[M]. Boulder: Westview Press, 1998: 94.
- [29] ZHANG Q R. *Chinese Physics B*, 2015, 24(5): 054208.
- [30] TOUFEXIS F, TANTAWI S G. *Phys Rev Accel Beams*, 2019, 22: 120701.

The Possible Maximum Gain in Laser Electron Scattering

YIN Shanshan, GAO Chunyuan[†]

(School of Physics and State Key Laboratory of Nuclear Physics and Technology, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: Following Madey's calculations on the possible gain induced by stimulated radiation in Free Electron Laser(FEL), we derive the possible maximum gain in laser electron scattering basing on Quantum Electrodynamic(QED) in laser field via introducing the initial state density of laser electron system and the transition rate into a definite final photon state in laser electron scattering. The parameters of laser electron scattering experiments where X-ray or γ -ray photons were successfully obtained are used to calculate the possible maximum gain in laser electron scattering, and the results are compared with that in the first lasing X-ray FEL(XFEL). The calculations show that if laser undulator FEL were built according to the existing experimental conditions in those laser electrons scattering experiments, the possible maximum gain would be much lower than that in the first lasing XFEL. While we have found appropriate parameters to achieve a relatively high gain when the wavelength of incident light is in radio frequency range.

Key words: gain; laser electron scattering; stimulated emission; laser undulator; free electron laser

Received date: 26 Sep. 2021; Revised date: 22 Mar. 2022

[†] Corresponding author: GAO Chunyuan, E-mail: gaocy@pku.edu.cn