

文章编号: 1007-4627(2019)04-0419-07

高精度环形谱仪等时性模式的闭轨校正模拟

王 耿^{1, 2}, 杨建成^{1, †}, 夏佳文¹

(1. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要: 高精度环形谱仪 (SRing) 是 HIAF 装置的重要组成部分, 闭轨校正设计是该同步加速器设计的关键部分。由于等时性模式 ($\gamma_t = 1.43$) 线性光学水平 β 函数很大, 磁铁场误差及安装误差会引起较大的闭轨畸变, 并导致线性光学发生变化。模拟过程采用奇异值分解 (SVD) 算法, 通过多次计算响应矩阵并计算校正铁校正量实现闭轨校正。同时考虑 BPM 误差的影响, 并通过减少特征值使用个数降低校正铁校正量。校正后全环最大闭轨小于 0.8 mm, 线性光学也得到明显优化。

关键词: SRing; 闭轨; SVD

中图分类号: O571.53 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.36.04.419

1 引言

强流重离子加速器装置 (High Intensity heavy-ion Accelerator Facility, HIAF) 是中国科学院近代物理研究所提出建造的“十二五”国家重大科技基础设施^[1],

主要由超导电子回旋共振离子源 (SECR)、超导离子直线加速器 (iLinac)、增强器 (BRing)、放射性次级束分离器 (HFRS)、高精度环形谱仪 (SRing) 及若干实验终端组成, 装置总体布局图如图 1 所示。

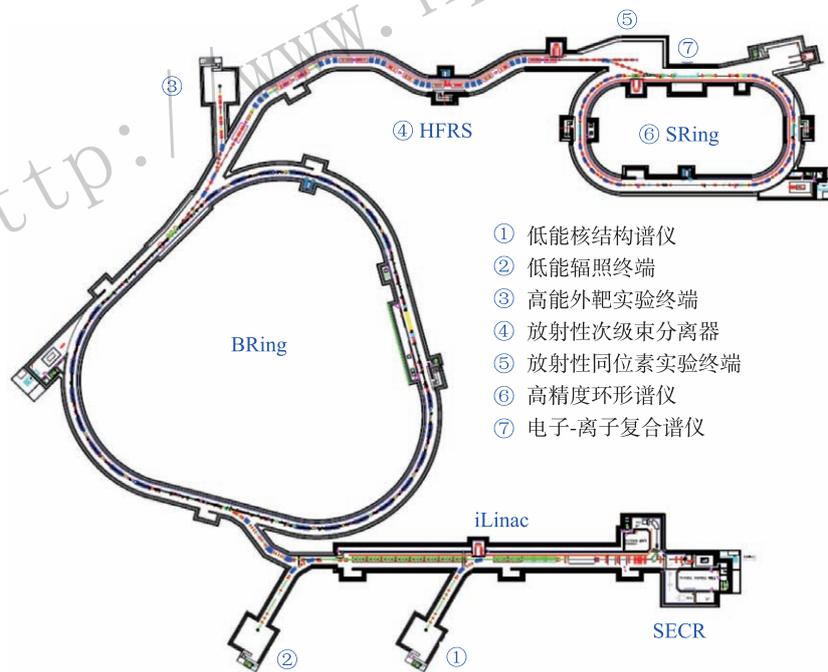


图 1 (在线彩图) HIAF 装置总体布局图

收稿日期: 2019-03-21; 修改日期: 2019-05-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11375243); 广东省引进创新创业团队计划资助项目 (2016ZT06G373)

作者简介: 王耿 (1991-), 男, 湖北黄梅人, 博士研究生, 从事核技术及应用研究; E-mail: wanggeng@impcas.ac.cn

† 通信作者: 杨建成, E-mail: yangjch@impcas.ac.cn.

SRing 作为 HIAF 装置的重要组成部分，一个重要功能是开展等时性质量测量实验，其总体布局如图 2 所示^[2-4]。等时性质量测量的关键技术是通过储存环的等时性设置，使得目标离子的回旋周期与动量分散无关，以获得较高的时间分辨能力^[5-6]。SRing 等时性模式线性光学的最小转变能因子 (γ_t) 为 1.43，Twiss 参数如图 3 所示。等时性模式下，闭轨畸变 (Closed Orbit Dis-

tortion, COD) 不仅会影响束流品质与寿命，还会影响等时性质量测量的精度^[7]。为保证较高的质量分辨能力，要求 SRing 全环的闭轨畸变小于 1 mm。SRing 共安放 24 个双向 BPM 用于轨道测量，同时安放 20 对校正二极铁用于调整全环及局部轨道。采用奇异值分解算法 (Singular Value Decomposition, SVD) 进行闭轨校正^[8]。

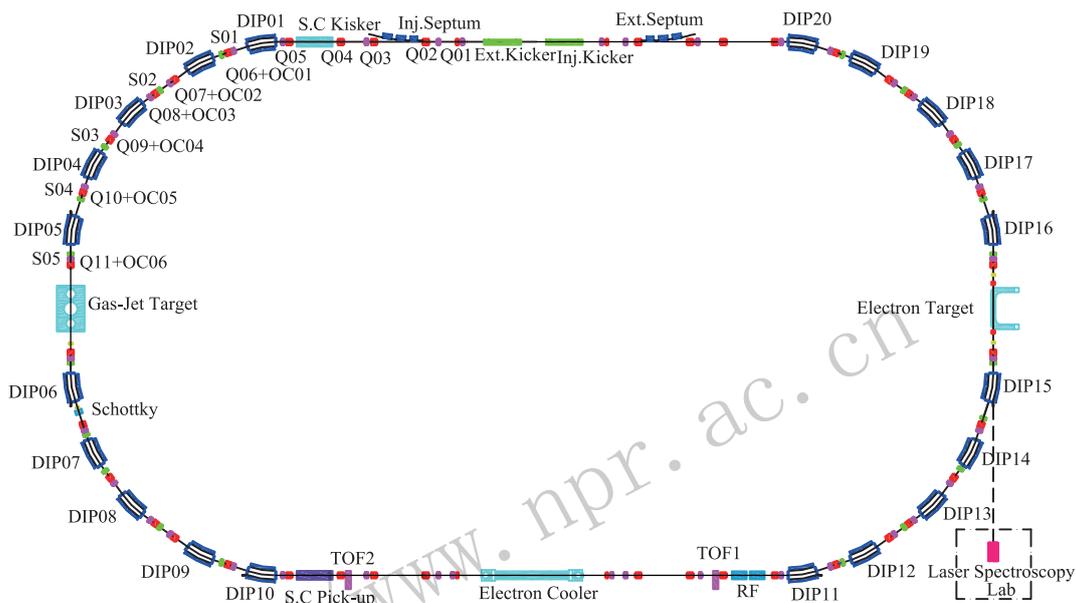


图 2 (在线彩图) SRing 总体布局图 (图中 DIP, Q, S, OC 分别代表二极铁、四极铁、六极铁以及八极线圈)

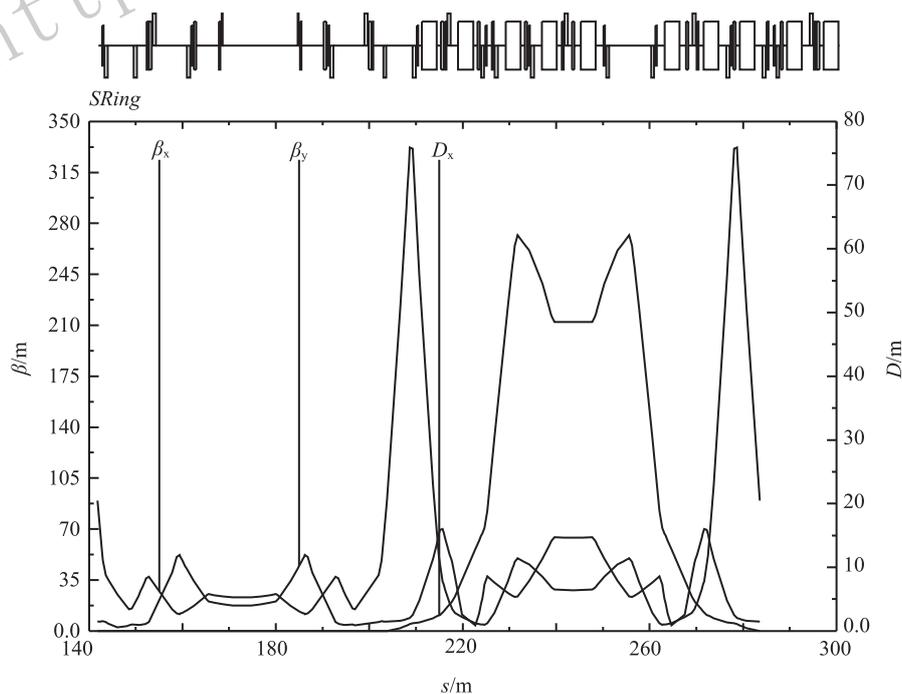


图 3 等时性模式 ($\gamma_t = 1.43$) 一个超周期的 Twiss 参数

2 奇异值分解

闭轨校正过程中, BPM 和校正二极铁通过响应矩阵联系起来。假设 BPM 的数量为 m , 测量的横向轨道为 z ; 校正铁的数量为 n , 产生的踢角为 θ 。则响应矩阵 A 为 $m \times n$ 的矩阵, 矩阵元满足公式:

$$a_{ij} = \frac{\sqrt{\beta_{i,\text{BPM}}\beta_{j,\text{cor}}}}{2\sin\pi\nu} \cos\left[|\psi_{i,\text{BPM}} - \psi_{j,\text{cor}}| - \pi\nu\right], \quad (1)$$

闭轨校正可表示为

$$\Delta z = z + A\theta, \quad (2)$$

其中 Δz 表示剩余轨道, 理想情况下 Δz 被校正到零。在实际闭轨校正过程中, 由于 BPM 数量一般多于校正铁数量, 方程 $\Delta z = 0$ 无解, 需要通过最小二乘法求解^[9]。最小二乘解可表示为

$$\theta = -(A^T A)^{-1} A^T z, \quad (3)$$

对响应矩阵进行奇异值分解, 是最小二乘法的一种, 分解过程如下所示:

$$A = USV^T, \quad (4)$$

其中 S 为对角矩阵, 对角线上矩阵元为矩阵 AA^T 和 $A^T A$ 的特征值从大到小排列; U, V 为单位正交矩阵, 其列向量分别为矩阵 AA^T 和 $A^T A$ 的特征向量。方程 $\Delta z = 0$ 可表示为

$$\theta = -VS^{-1}U^T z, \quad (5)$$

可以推出方程(3)和方程(5)是一致的。

在 SVD 过程中, 由于计算校正铁校正量需要对特征值 λ_i 求倒数, 为降低校正量, 较小的特征值及其倒数将被零替换。假设计算过程中使用的特征值个数为 n_s , 则矩阵 U 中只有前 n_s 列被用到, 剩余轨道则由初始轨道在未用到的特征向量上的投影组成。以 z_i 表示初始轨道的投影, 则剩余轨道大小可表示为

$$|z| = \sqrt{(\Delta z)^T \Delta z} = \sqrt{\sum_{i=n_s+1}^m z_i^2}, \quad (6)$$

因而特征值使用的越少, 剩余轨道越大。

3 闭轨校正模拟

3.1 磁铁场误差和准直误差引起的闭轨畸变

在线性光学中, 引起闭轨畸变的主要原因包括二极铁的场误差和准直误差, 以及四极铁的横向准直误差。在给二极铁和四极铁赋予随机的场误差和准直误差后, 使用 MAD 程序^[10]模拟计算全环的闭轨畸变, 通过修改随机数列序列得到不同的误差, 并对模拟结果进行

统计学分析。磁铁的准直误差如表 1 所列, 所有准直误差均为高斯分布, 在 3 倍 σ 处截断。二极铁的相对场误差为 3×10^{-4} (均方根值), 为 1 倍 σ 处截断的高斯分布。表中 $\Delta x, \Delta y$ 和 Δs 分别表示磁铁在水平、垂直方向及纵向的准直误差, $\Delta\varphi, \Delta\theta$ 和 $\Delta\psi$ 分别表示磁铁绕水平、垂直及纵向坐标轴的旋转误差。模拟结果如图 4~5 所示, 其中水平方向 (X) 校正前全环最大闭轨的最大值/平均值为 111.9/29.7 mm, 垂直方向 (Y) 为 22.7/9.7 mm。在水平方向 4 个 β 函数峰值处, 闭轨畸变远大于其它位置。

表 1 SRing 磁铁准直误差 (rms 值)

磁铁	$\Delta x, \Delta y/\text{mm}$	$\Delta s/\text{mm}$	$\Delta\varphi, \Delta\theta/\pi$ rad	$\Delta\psi/\pi$ rad
二极铁	0.2	0.5	0.2	0.2
四极铁	0.1	0.5	0.2	0.2

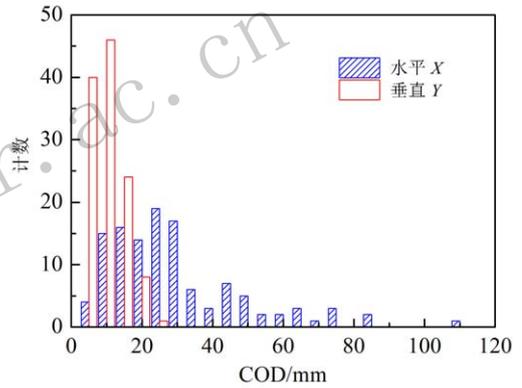


图 4 (在线彩图) 校正前全环最大闭轨畸变统计(120 组随机误差)

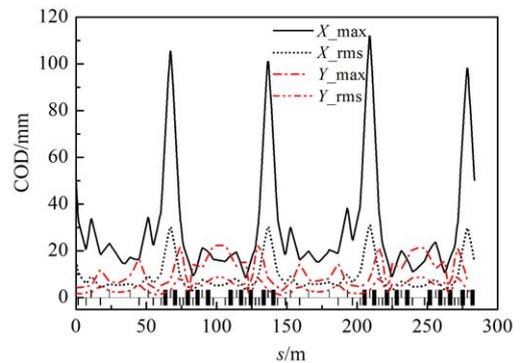


图 5 (在线彩图) 校正前全环闭轨畸变分布(120 组随机误差)

SRing 校正元件分布如图 6 所示, 其中 CX 和 CY 分别表示水平和垂直校正铁。使用 MATLAB 程序模拟进行响应矩阵测量, 并通过 SVD 算法计算校正铁校正量, 再使用 MAD 程序模拟计算校正后全环闭轨畸变, 校正结果如图 7 所示。校正后水平方向全环最大闭轨的最大值/平均值为 9.5/1.2 mm, 垂直方向为 1.1/0.5 mm。虽然相对于校正前闭轨有明显优化, 但校正效果

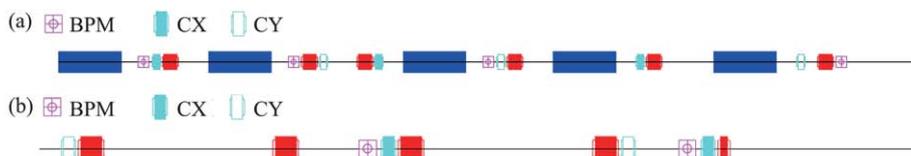


图 6 (在线彩图)SRing 半弧区 (a) 与半直线节 (b) 校正元件分布

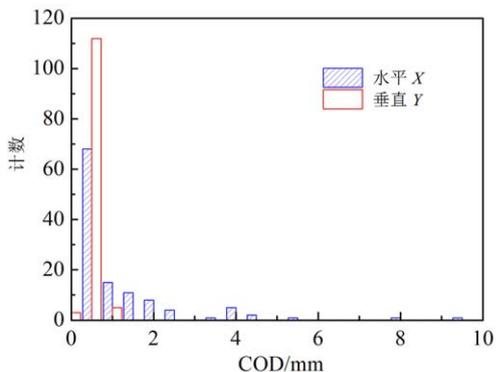


图 7 (在线彩图) 校正后全环最大闭轨畸变统计 (120 组随机误差)

不太理想, 在水平方向尤为明显。通过比较剩余轨道计算结果和模拟结果发现, 其原因是线性光学发生了改变。同时针对闭轨畸变引起的光学误差进行模拟分析。

3.2 闭轨畸变对线性光学的影响

在闭轨校正模拟过程中, 初次校正效果不佳。选取校正前后闭轨均较大的一组随机数 (seed = 109) 进行分析, 发现剩余轨道理论计算值和模拟值相差较大, 结果如图 8 所示 (图中计算值表示理论计算的校正后剩余轨道)。分析发现, 在加误差条件下, 响应矩阵模拟计算值与理论计算值有一定的差别, 其中水平方向尤为明显, 其主要原因是线性光学发生了变化。同时由于水平方向 β 函数较大, 该差别影响也相对较大。为了分析造成线性光学变化的原因, 分别在单个二极铁和单个四极铁处造水平方向的局部凸轨, 并观察工作点等参数的变化。首先如图 9~10 所示, 使用 3-bump 凸轨法分别在二极铁和四极铁处形成 10 mm 的局部凸轨; 然后如图

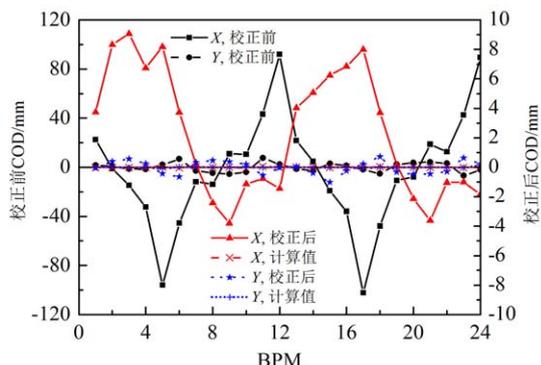


图 8 (在线彩图) 校正前后BPM处闭轨畸变 (seed = 109)

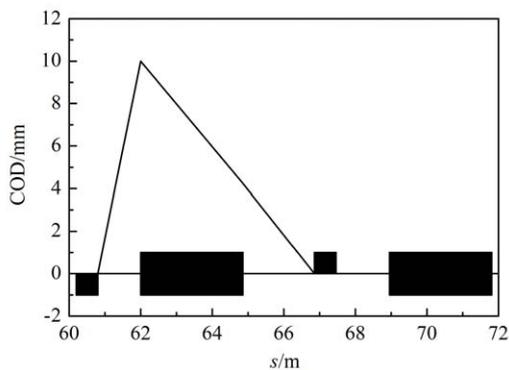


图 9 二极铁处局部凸轨 (3-bump)

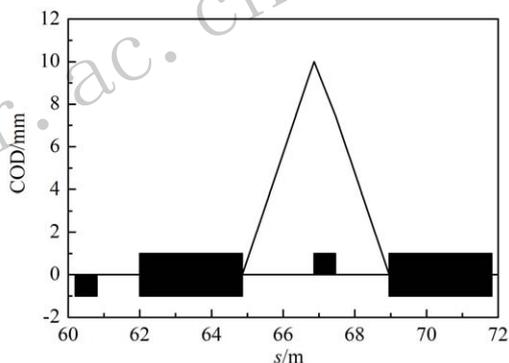


图 10 四极铁处局部凸轨 (3-bump)

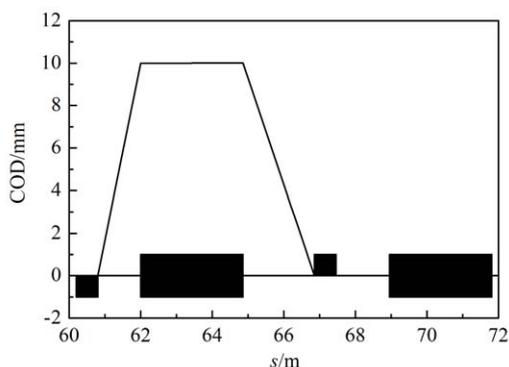


图 11 二极铁处局部凸轨 (4-bump)

11 所示, 使用 4-bump 凸轨法使二极铁内的局部凸轨平行于参考轨道。三种情况下工作点和 γ_t 的变化如表 2 所列, 模拟结果表明影响光学的主要是二极铁内较大的闭轨畸变。当二极铁内闭轨有一定角度时, 影响更为明显, 其主要原因是二极铁相对参考轨道的边缘角产生了一定的偏差, 边缘聚散焦效果发生变化。

表 2 不同凸轨条件下线性光学参数变化

凸轨	ΔQ_x	ΔQ_y	$\Delta \gamma_t$
四极铁(3-bump)	8×10^{-6}	1×10^{-6}	-2.6×10^{-5}
二极铁(3-bump)	-1.7×10^{-3}	5.5×10^{-5}	2.4×10^{-5}
二极铁(4-bump)	9×10^{-4}	6×10^{-5}	3.2×10^{-5}

3.3 多次校正

由于在第一次校正后, 全环闭轨已经明显降低, 使用 MATLAB 程序重新计算响应矩阵并计算校正量, 再次进行闭轨校正的效果比较理想。重复上述过程进行三次校正后, 闭轨畸变基本不变。校正结果如图 12~13 所示, 校正后水平方向全环最大闭轨的最大值/平均值为 0.49/0.28 mm, 垂直方向为 0.77/0.41 mm, 校正结果满足质量测量对闭轨畸变的要求。

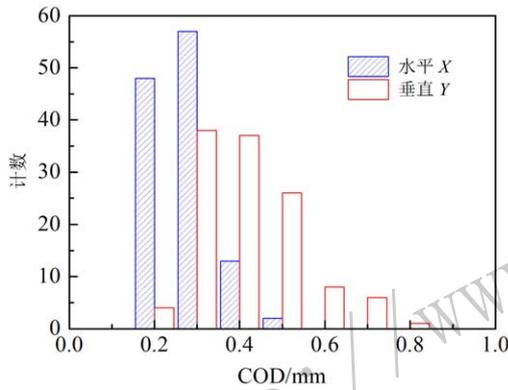


图 12 (在线彩图) 三次校正后全环最大闭轨畸变统计 (120 组随机误差)

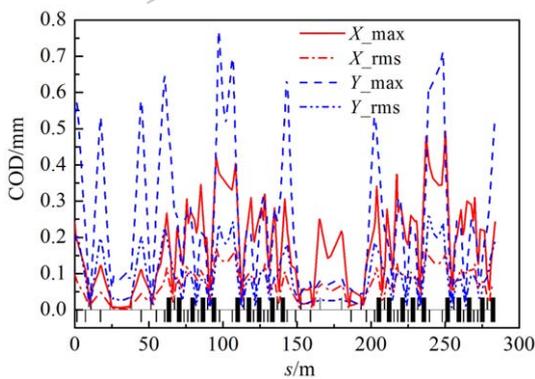


图 13 (在线彩图) 三次校正后全环闭轨畸变分布 (120 组随机误差)

校正前后各 BPM 处轨道最大值和均方根值如图 14 所示, 根据模拟结果, 可以认为当 BPM 处轨道被校正后, 全环的闭轨畸变得到较好的优化。同样选取校正前闭轨较大的那一组随机数 (seed = 109) 进行分析, 三次校正后 BPM 处剩余轨道与计算值基本一致, 该随机数

下的轨道如图 15 所示。可以认为模拟结果和理论计算相符合, 全环各 BPM 处轨道校正比较理想。校正后闭轨畸变明显减小, 所引起的光学变化同样被较好地校正。校正前后工作点偏差如图 16 所示。

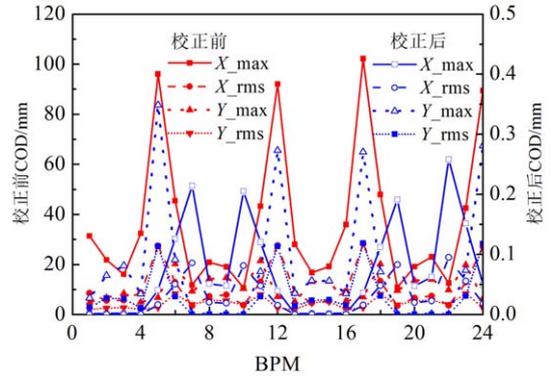


图 14 (在线彩图) 校正前后 BPM 处闭轨畸变 (120 组随机误差)

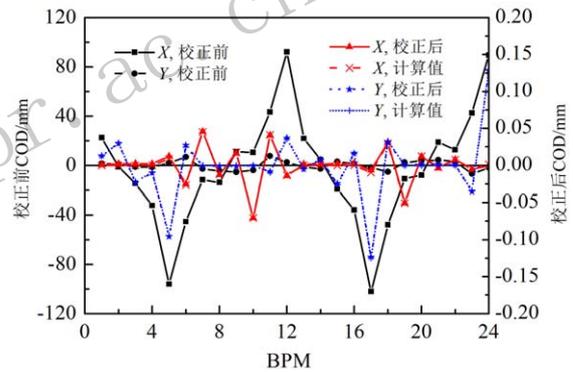


图 15 (在线彩图) 校正前后 BPM 处闭轨畸变 (seed = 109)

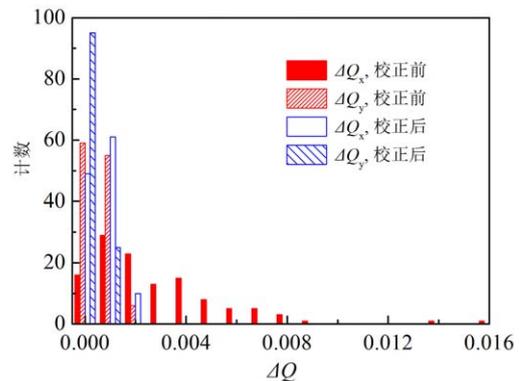


图 16 (在线彩图) 校正前后工作点偏差统计 (120 组随机误差)

3.4 BPM 误差

在实际应用过程中, BPM 的读数存在一定的误差, 模拟过程中需要予以考虑。假设不同 BPM 误差以及单个 BPM 在水平和垂直方向的读数误差之间是相互独立的, BPM 读数误差为 δz_r , 那么所引起的校正铁踢角

及校正后轨道的变化 $\delta\theta$ 和 δz 可表示为

$$\delta\theta = -VS^{-1}U^T\delta z_r, \quad (7)$$

$$\delta z = A\delta\theta = -USS^{-1}U^T\delta z_r. \quad (8)$$

假设所有 BPM 的读数误差有相同的高斯分布, 其方差为 σ_r , 则轨道变化的方差 σ_z 满足公式:

$$\sigma_z = \sqrt{\langle \delta z^T \cdot \delta z \rangle / m} = \sqrt{n_s / m} \sigma_r, \quad (9)$$

不同 BPM 读数误差 (0.025, 0.05, 0.1 mm, rms 值) 条件下, 闭轨校正的模拟结果如图 17 所示, 单次模拟结果满足公式(9)。为了避免校正后闭轨有较大的增长, 要求 BPM 测量分辨率高于 0.025 mm。

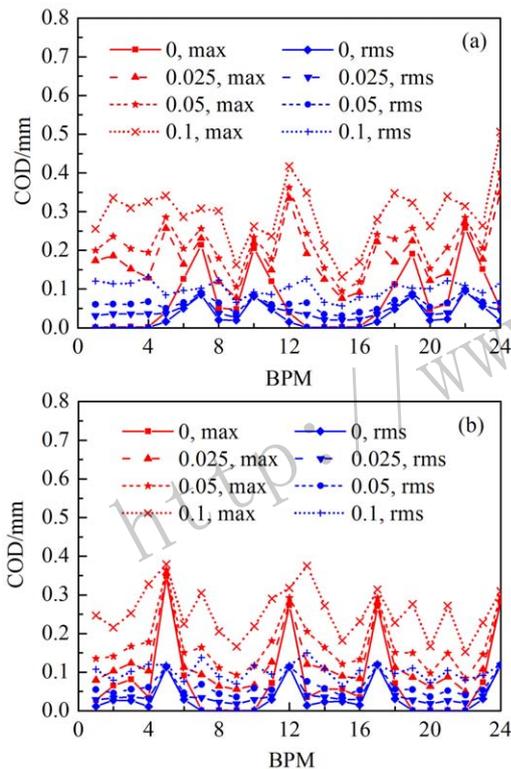


图 17 (在线彩图) 加不同 BPM 误差, 校正后水平/垂直 (a/b) BPM 处闭轨畸变 (120 次模拟, 每次模拟加 10 组 BPM 误差)

3.5 特征值调整

考虑到校正过程中可能产生较大的校正量, 以及 BPM 读数误差等的影响, 适当地将较小的特征值及其倒数将替换为零可能使校正结果得到优化。SRing 等时性模式下 ($\gamma_t = 1.43$) 线性光学响应矩阵的特征值如图 18 所示, 水平方向响应矩阵特征值及其变化明显大于垂直方向。使用不同个数的特征值进行闭轨校正的模拟结果如图 19~20 所示, 模拟过程中所有 BPM 均附加

了 0.025 mm (rms 值) 的随机读数误差, 图中给出了统计的最大值和平均值的变化。随着使用的特征值数量减少, 校正后最大闭轨畸变变化较小, 水平校正铁强度明显降低, 而垂直校正铁强度有较小的增加。水平方向闭轨校正使用 17 个特征值最为合适, 一方面所需校正量较小, 另一方面剩余轨道也不会有明显增加;

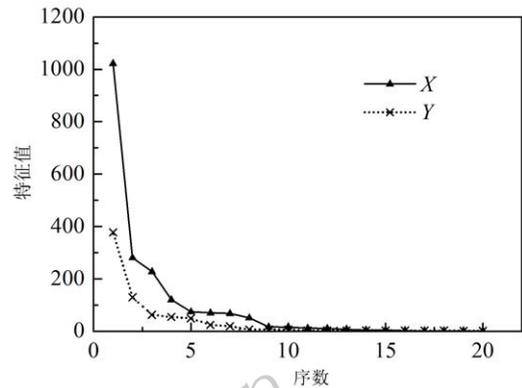


图 18 响应矩阵特征值

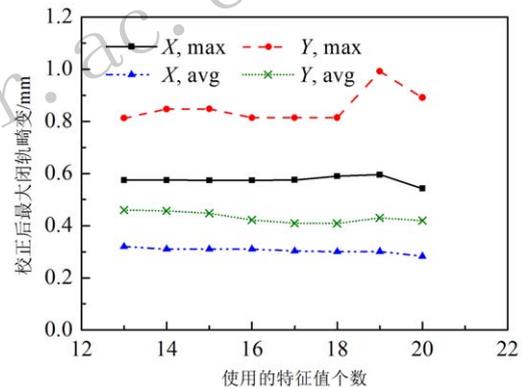


图 19 (在线彩图) 使用不同个数的特征值, 校正后全环最大闭轨畸变变化 (120 次模拟, 每次模拟加 10 组 BPM 误差)

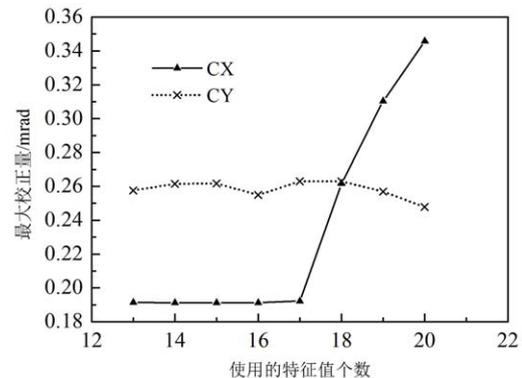


图 20 使用不同个数的特征值, 水平/垂直校正铁 (CX/CY) 最大校正量变化 (120 次模拟, 每次模拟加 10 组 BPM 误差)

垂直方向由于影响较小, 使用所有特征值, 使得剩余轨道最小。

4 结论

由于SRing等时性模式线性光学($\gamma_t = 1.43$)水平 β 函数有4个较大的峰值,在给二极铁和四极铁附加场误差与准直误差后,水平方向闭轨畸变较大,同时线性光学发生变化。影响线性光学的主要原因是二极铁处较大的闭轨畸变。模拟过程中通过多次计算响应矩阵并进行闭轨校正,全环闭轨得到很好的优化。BPM读数误差对校正结果有较大的影响,考虑到高精度质量测量对闭轨要求较高,要求BPM分辨率优于0.025 mm。SRing采用SVD算法进行闭轨校正,通过减少特征值的使用数量,能有效降低水平校正铁的校正强度。

闭轨畸变会增加离子束在加速器里的飞行时间,进而影响等时性质量测量的分辨率。闭轨校正模拟过程中,10 mm及更高量级的全环闭轨被校正到0.8 mm以下,校正后全环闭轨的均方根值低于0.2 mm,将大大提高测量精度。闭轨校正的模拟研究对SRing的调试运行提供重要的理论基础。

参考文献:

[1] YANG J C, XIA J W, XIAO G Q, *et al.* *Nucl Instr and Meth*

B, 2013, **317**: 263.

[2] WU B, YANG J C, XIA J W, *et al.* *Nucl Instr and Meth A*, 2018, **881**: 27.

[3] WU Bo, YANG Jiancheng, GE Wenwen, *et al.* *Nuclear Physics Review*, 2018, **35**(3): 270. (in Chinese)
(吴波, 杨建成, 葛文文, 等. *原子核物理评论*, 2018, **35**(3): 270.)

[4] GAO Xiang, YANG Jiancheng, XIA Jiawen, *et al.* *High Power Laser and Particle Beams*, 2014, **26**(5): 055101. (in Chinese)

(高翔, 杨建成, 夏佳文, 等. *强激光与粒子束*, 2014, **26**(5): 055101.)

[5] HAUSMANN M, ATTALLAH F, BECKERT K, *et al.* *Nucl Instr and Meth A*, 2000, **446**(3): 569.

[6] GE Wenwen, YUAN Youjin, YANG Jiancheng, *et al.* *Nuclear Physics Review*, 2018, **35**(2): 147. (in Chinese)
(葛文文, 原有进, 杨建成, 等. *原子核物理评论*, 2018, **35**(2): 147.)

[7] DOLINSKII A, LITVINOV S, STECK M, *et al.* *Nucl Instr and Meth A*, 2007, **574**: 207.

[8] WALL E W, RECHTSTEINER A, ROCHA M L. *A Practical Approach to Microarray Data Analysis [M]*, New York: Springer, 2003: 91.

[9] DINEV D. *Physics of Particles and Nuclei*, 1997, **28**(4): 398.

[10] The MAD-8 code. Available on the web <http://cern.ch/mad8>.

Closed Orbit Correction for the Isochronous Mode of Spectrometer Ring

WANG Geng^{1,2}, YANG Jiancheng^{1,†}, XIA Jiawen¹

(1. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The Spectrometer Ring (SRing), which is an important component of the High Intensity heavy-ion Accelerator Facility (HIAF), has to be optimized for the closed orbit correction system. Since the maximum horizontal β function of the isochronous mode ($\gamma_t = 1.43$) is very large, the field imperfections and alignment deviations of the magnets will cause large closed orbit distortion (COD), which will result in the distortions of linear optics. Therefore, the closed orbit correction is critical to the operation of SRing. In the simulations, the Singular Value Decomposition (SVD) algorithm is adopted. The repeated correction method is applied and the response matrices are multi-calculated before each correction. The influences of BPM reading errors are analyzed. In addition, the effects of reduced singular values are analytically expressed and simulated. As a result, the closed orbits are corrected to be less than 0.8 mm, and the linear optics is also well optimized.

Key words: SRing; closed orbit; SVD

Received date: 21 Mar. 2019; Revised date: 27 May 2019

Foundation item: National Nature Science Foundation of China (11375243); Guangdong Innovative and Entrepreneurial Research Team Program (2016ZT06G373)

† Corresponding author: YANG Jiancheng, E-mail: yangjch@impcas.ac.cn.