

文章编号: 1007-4627(2018)04-0555-06

曲率能对热力学驱动力的影响

朱巧迪, 迟萌, 李京珂, 李佳阳, 毛英臣[†]

(辽宁师范大学物理与电子技术学院, 辽宁 大连 116029)

摘要: 为了研究曲率能对核裂变热力学驱动力 (TDF) 的影响, 首先利用包含曲率能的截断版小液滴模型计算了 ^{200}Pb 和 ^{224}Th 的位垒和熵垒, 对比液滴模型的计算结果表明: 曲率能未改变 ^{224}Th 的位垒鞍点, 却将 ^{200}Pb 的位垒鞍点向后推移。能级密度参数的形变关系越强则两系统的熵垒鞍点越靠近基态。为了进一步探究曲率能如何通过位势和熵势影响 TDF, 以断前中子多重性 (PNM) 为探针, 通过两种方案进行了模拟, 结果表明: 曲率能降低了两系统的位势驱动力, 而增强了其熵势驱动力。结合 PNM 的计算表明, 前一种效应要比后一种效应明显, 因此曲率能总体减弱了 ^{200}Pb 和 ^{224}Th 的 TDF, 进而延缓了两系统的核裂变进程。

关键词: 曲率能; 热力学驱动力; 核自由能; 能级密度参数; 断前中子多重性

中图分类号: O571.53 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.35.04.555

1 引言

1938 年 12 月, Hahn、Meitner 和 Strassmann 组成的柏林研究组发现了核裂变现象^[1]。从发现之初, 核裂变就受到持续关注, 现如今在人类生活的诸多方面得到了广泛应用, 如核能源和放射性医学等^[2-3]。这里我们着重讨论其在核物理学中的重要意义, 核裂变是研究量子多体系统集体大形变运动的最佳平台, 可以在各种激发能下观测到该现象, 且反应条件非常简单。与之相比的是, 重离子核反应因为要克服库仑位垒, 仅能在较高激发能才可观测到大形变运动^[4]。应当指出的是, 尽管目前舍时密度泛函理论 (TDDFT 和 TDHF)^[5-6]以及其他微观理论^[7-10]在描述核裂变时取得了重要进展, 但作为核内所有核子平等参与的多维形变空间的大振幅集体运动, 从核-核相互作用层次上将裂变的各种现象统一起来的描述仍不理想。目前描述核裂变动力学的常用方法仍是各种宏观模型, 如 Fokker-Planck 方程^[11-13]及其等价的 Langevin 方程^[14-19]等。从这个意义上来说, 对核裂变问题的解决是对原子核微观理论研究的一个“终极挑战”。

微观理论描述不理想的一个原因在于核裂变过程中存在着核耗散现象, 即单粒子运动与集体运动的强烈耦合^[20-21]。Nix 和 Sierk 认为核物质的奇异属性决定了核耗散源自于核子与核表面以及核表面区域核子-核

子间的碰撞^[22], Hinde 等^[23]的实验结果支持了上述观点, 所以我们认为有必要研究基于薄壁展开技术中 $A^{1/3}$ 项 (如曲率能) 对核裂变动力学行为的影响。本文拟基于改进的动力学加统计模型^[24]来研究曲率能对 ^{200}Pb 和 ^{224}Th 两系统的热力学驱动力的影响。

2 理论模型

一维过阻尼 Langevin 方程被用来执行轨道模拟^[25],

$$\frac{dq}{dt} = \frac{T}{M\beta(q)} \frac{\partial S(q)}{\partial q} + \sqrt{\frac{T}{M\beta(q)}} \Gamma(t), \quad (1)$$

其中形变参量 q 为两子核的质心距与复合核直径之比。 M 是惯量参数, T 是核温度。 $\Gamma(t)$ 是 Langevin 力, 服从 Gauss 统计规律^[25]。在本文的计算中, $\beta(q)$ 取一体耗散形式^[25]。熵 $S(q)$ 由下式计算

$$S(q) = 2\sqrt{a(q, A)} [E - V(q, \ell)], \quad (2)$$

其中 $E = E_{c.m.} + Q$ 为复合核总能量, $E_{c.m.}$ 和 Q 分别是质心系能量和反应 Q 值。包含了曲率能贡献的能级密度参数 (LDP) $a(q, A)$ 可表示为

$$a(q, A) = a_v A + a_s A^{2/3} B_s(q) + a_k A^{1/3} B_k(q), \quad (3)$$

其中 a_v , a_s 和 a_k 是形变无关的单粒子能级参数, 为了研究熵势对热力学驱动力的贡献, 本文选取了如

收稿日期: 2018-10-23; 修改日期: 2018-11-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11447019, 11505724, 11375080)

作者简介: 朱巧迪(1993-), 女, 辽宁鞍山人, 硕士研究生, 从事原子核物理研究; E-mail: qiaodizhu2018@163.com

[†] 通信作者: 毛英臣, E-mail: myc@lnnu.edu.cn.

图 1 所展示的五种 LDP^[26-29], 其中 Ign 和 TS1 参数对应 $a_k = 0$ 。

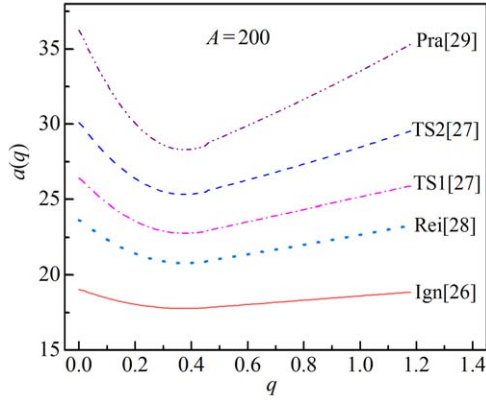


图 1 (在线彩图) 五种 LDP 的形变关系

基于模型的自洽性, 对应 LDP 中 a_k 的不同取值情况, 裂变位垒 $V(q, \ell)$ 可分别由液滴模型 (LDM)^[30]

$$V_{\text{LDM}}(A, Z, \ell, q) = a_2 (1 - b_3 I^2) A^{2/3} [B_s(q) - 1] + c_3 Z^2 A^{-1/3} [B_c(q) - 1] + c_r \ell^2 A^{-5/3} B_r(q), \quad (4)$$

和 Hasse 版的小液滴模型 (DM)^[31]

$$V_{\text{DM}}(A, Z, \ell, q) = a_2 (1 - b_3 I^2) A^{2/3} [B_s(q) - 1] + a_3 A^{1/3} [B_k(q) - 1] + c_1 Z^2 A^{-1/3} [B_c(q) - 1] + c_r \ell^2 A^{-5/3} B_r(q), \quad (5)$$

来计算。以上两式中 I 是同位旋参数, B_s , B_c , B_k 和 B_r 是形变相关的相对表面能、库仑能、曲率能和转动能, a_i ($i = 2, 3$), b_3 和 c_j ($j = 1, 3, r$) 是与形变坐标无关的参数。

在过阻尼过程中, 复合核总能量 E 近似等于势能 $V(q, \ell)$ 和核内部激发能 $E^* = aT^2$ 之和, 从而可利用热力学关系 $E = F + TS$ 得到核自由能

$$F(q, T) = V(q) - a(q)T^2, \quad (6)$$

其中利用了 $S = 2aT$ 。因此在核温度确定的情况下, 热力学驱动力 (TDF) 可由 $K = - \left[\frac{\partial F(q, T)}{\partial q} \right]_T$ 求得, 结合式 (6) 可得

$$K(q) = - \frac{dV(q)}{dq} + \frac{da(q)}{dq} T^2, \quad (7)$$

从上式可知 TDF 源自于两部分, 一部分来自于传统的核位势, 另一部分由核熵势提供, 即 TDF 是位势驱动力 K_v 和熵势驱动力 K_s 之和。在复合核裂变的

第一阶段, 复合核受到的收缩力 (如表面张力等) 强于扩张力 (如库仑斥力等), 这时对应核位势的增强, 即 $K_v < 0$ 。随着核拉伸的增强, 扩张力逐渐大于收缩力, 这时对应于 $K_v < 0$, 最后裂变为两碎片。结合式 (7) 和图 1 可知, 当 $q > q_{gs} = 0.375$ 时, 熵势驱动力总是大于零, 因此热力学驱动力从负值变为正值的位置会相应提前, 且 LDP 的形变关系越强, K_s 越大, 出现正驱动力的位置就越靠近复合核基态。对此, 我们可结合下文的讨论来理解。

3 结果与讨论

为了系统地理解曲率能对核自由能及 TDF 的影响, 我们选择 ^{200}Pb 和 ^{224}Th 两个系统来进行对比讨论。文献 [32] 指出当体系激发能大于 60 MeV 时, 壳修正可以忽略, 因此在本文的计算中, 我们取 $E = 100$ MeV 来计算熵势。图 2 给出了两系统的位垒和熵垒构形, 其中 (a), (b) 和 (c), (d) 分别对应 LDM 和 DM 的计算结果。从图 2(a), (b) 可以看出: 相比于位垒鞍点固定, 熵垒鞍点受 LDP 的影响非常明显, LDP 的形变关系越强则其鞍点越靠近基态。此外, 同位垒鞍点一样, 熵垒鞍点与系统的质量数有关, ^{224}Th 的熵垒鞍点要比 ^{200}Pb 更靠近基态, 这意味着前者裂变的第一阶段路径要短于后者。在考虑曲率能的影响后, 从图 2(c), (d) 可以看出: ^{200}Pb 的位垒鞍点相比于图 2(a) 更偏离基态, 而对 ^{224}Th , 位垒鞍点几乎没有改变。熵垒鞍点受 LDP 形变关系的影响与 LDM 相同, 比较 (c), (d) 两图还发现 LDP 形变关系对 ^{224}Th 的熵垒鞍点的影响要明显小于 ^{200}Pb 。

图 3 展示了在模型自洽的前提下, 曲率能对 TDF 的影响。从图 3 可以看出: LDP 形变关系越强, TDF 出现正值的位置越靠前, 在相同形变处的强度也越大, 这意味着在核摩擦强度相同的前提下, 复合核的裂变进程会相应加快, 由此计算所得到的断前中子多重性也应减少。图 4 展示出的断前中子多重性的激发曲线印证了上述分析。从图 3(b) 可以发现 ^{224}Th 的 TDF 受 LDP 形变关系的影响要弱于 ^{200}Pb , 这与熵垒鞍点受 LDP 形变关系影响的规律相同。从图 4(a) 中, 我们还发现基于 LDM 和 TS1-LDP 的计算非常完美地重现了 ^{200}Pb 的实验结果^[33], 而基于 DM 和 Pra-LDP 也能较好地模拟实验现象。从图 4(b) 可知, 所有计算组合都没能完美再现 ^{224}Th 的实验结果^[34], LDM 加 Ign-LDP 以及 DM 加 Pra-LDP 的组合仅分别再现了低能区和高能区的实验结果。

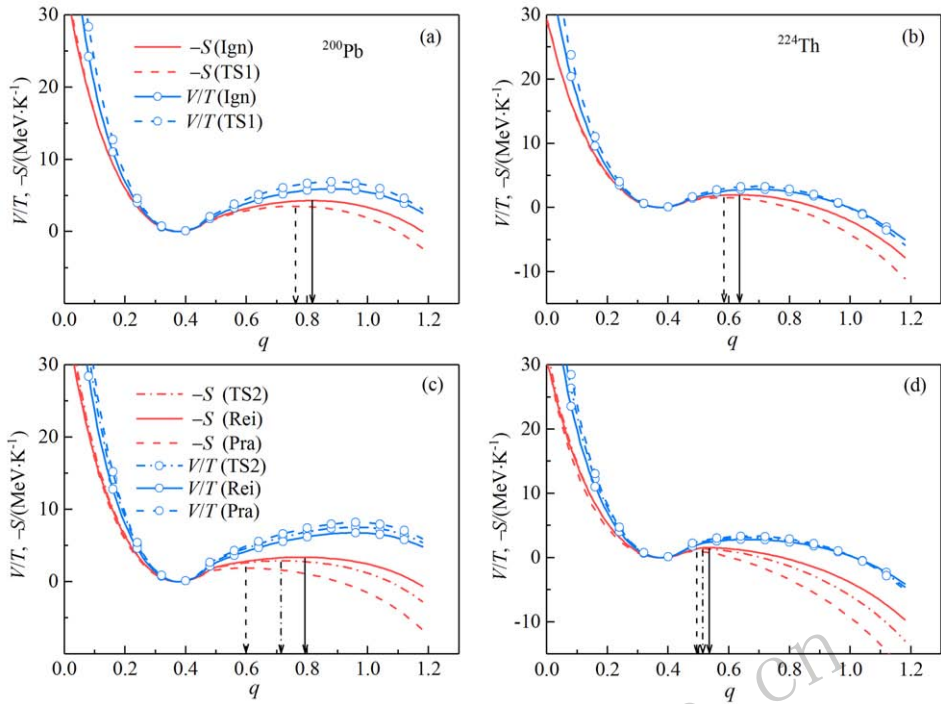


图 2 (在线彩图) $E = 100$ MeV 时, ^{200}Pb 和 ^{224}Th 的熵势 (设球形时, 熵值为 0) 以及位势 (以核温度为归一化因子) (a), (b) 和 (c), (d) 分别对应 LDM 和 DM 的计算结果。

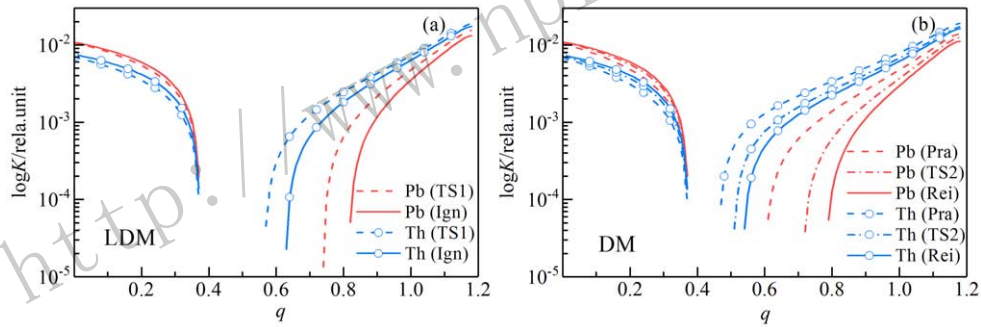


图 3 (在线彩图) $E = 100$ MeV 时, ^{200}Pb 和 ^{224}Th 的热力学驱动力 (a) 对应 LDM 计算的结果, 其中 LDP 取 Ign 和 TS1 参数分别对应实线和虚线; (b) 对应 DM 计算的结果, 其中 LDP 取 Pra, TS2 和 Rei 参数分别对应虚线、点划线和实线。

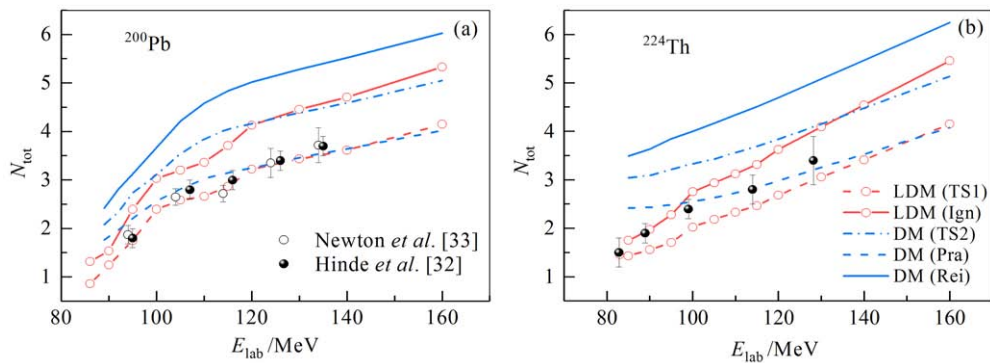


图 4 (在线彩图) 与图 3 对应, ^{200}Pb (a) 和 ^{224}Th (b) 的断前中子多重性

既然 TDF 受制于两部分，即位势及熵势，那么一个令人感兴趣的问题就是：曲率能主要是通过前者还是后者来影响 TDF 呢？为回答该问题，我们设计了如下的模拟：(1) 选取相同的 TS1-LDP 参数，比较分别用 LDM 和 DM 计算得到的位势驱动力；(2) 基于 DM，比较分别采取 TS1 和 TS2-LDP 参数得到的 TDF，以断前中子多重性为探针来展开具体分析。

图 5 给出了方案 (1) 的计算结果。从图 5 可知：由 LDM 计算的 ^{200}Pb 的位势驱动力要明显大于 DM，且出现正值驱动力的位置更靠前，因此由 LDM 模拟的裂变进程要快于 DM，从而由前者得到的断前中子多重性会小于后者。结合图 6(a) 对断前中子多重性的展示验证了上述推断的正确性。在实验室能量大于 100 MeV 时，两种模型之间的 N_{tot} 相差约为 1.2。从图 5 还可以看出，尽管由 LDM 计算的 ^{224}Th 的位势驱动力出现正值要稍晚于 DM，但在大部分裂变进程中，由前者得到的位势驱动力要大于后者，由此可知利用 LDM 模拟的

裂变进程应快于 DM。在图 6(b) 中， ^{224}Th 的断前中子多重性也显示出了与 ^{200}Pb 相同的情形，且在实验室能量大于 100 MeV 时，两种模型之间的 N_{tot} 相差也近似为 1.2。由这一部分的讨论可知：曲率能延缓了核裂变进程。

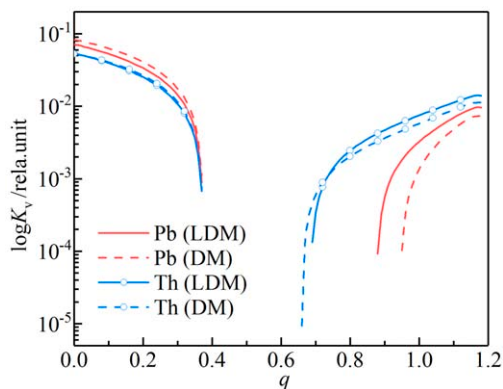


图 5 (在线彩图) $E = 100$ MeV 时， ^{200}Pb 和 ^{224}Th 的位势驱动力 LDM 和 DM 分别对应实线和虚线。

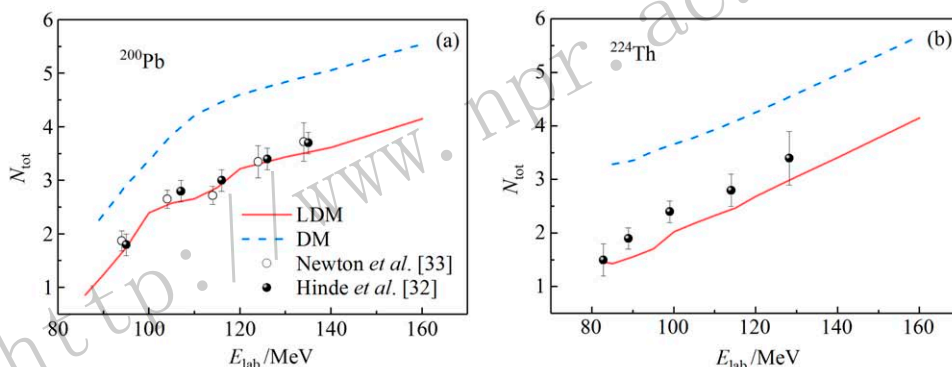


图 6 (在线彩图) 与图 5 对应， ^{200}Pb (a) 和 ^{224}Th (b) 的断前中子多重性

图 7 给出了方案 (2) 的计算结果。从图 7 可知：由形变关系稍强的 TS2-LDP 计算的 TDF 要大于 TS1-LDP，且由前者得到正值 TDF 也要早于后者，故由前者模拟的裂变进程要快于后者，即由前者计算会得到较小的断前中子多重性。图 7 的断前中子多重性证实了上述分析是正确的。从图 8(a) 和 (b) 可以看出，对 ^{200}Pb 和 ^{224}Th ，在实验室能量大于 100 MeV 时，两组 LDP 参数得到的 N_{tot} 相差都约为 0.5。从该部分讨论可知：曲率能加快了裂变进程，这与方案 (1) 的结论恰好相反。

再次检查图 4(a) 和 (b) 中两系统的断前中子多重性，由 LDM 加 TS1-LDP 计算得到的 N_{tot} 比由 DM 加 TS2-LDP 的计算值小约为 0.8，与两种方案计算值 (绝对值) 间的差值相近。由此，综合两种方案的模拟，我们可以回答前文提出的问题：曲率能通过位势延缓裂

变进程的效应要比其通过熵势加快裂变进程的效应更显著，进而总体上会延缓裂变过程。

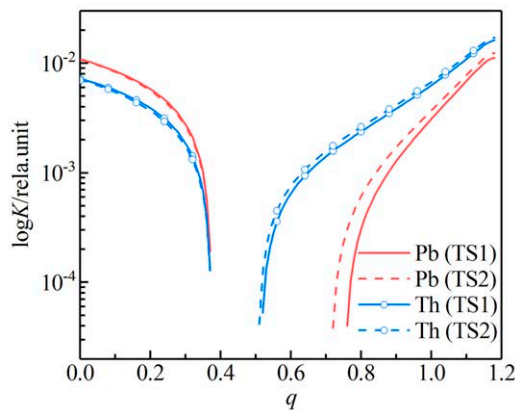


图 7 (在线彩图) ^{200}Pb 和 ^{224}Th (线加圈) 的热力学驱动力 TS1-LDP 和 TS2-LDP 分别对应实线和虚线。

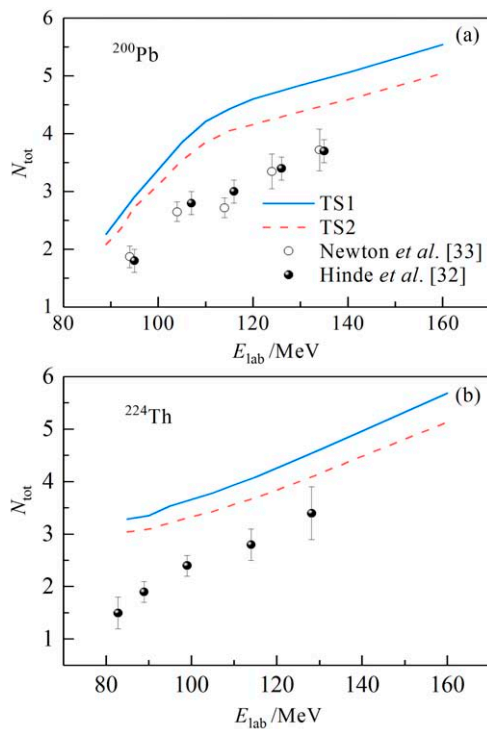


图 8 (在线彩图) 与图 7 对应, ^{200}Pb (a) 和 ^{224}Th (b) 的断前中子多重性

4 总结

为了研究曲率能对核裂变中 TDF 的影响, 我们首先分析了曲率能对 ^{200}Pb 和 ^{224}Th 两系统的位垒和熵垒构形的影响, 计算结果表明考虑曲率能后, ^{200}Pb 的位垒鞍点偏离了复合核基态, 而 ^{224}Th 的位垒鞍点则没有变化。对两系统而言, LDP 的形变关系越强则其熵垒鞍点越靠近基态。如同没考虑曲率能的 LDM 加 TS1-LDP 的计算能完美地重现 ^{200}Pb 系统的断前中子发射一样, 考虑曲率能后, 基于模型自洽性的计算表明利用 DM 加 Pra-LDP 也得到了非常理想的模拟结果。为了检验曲率能如何通过位势和熵势影响 TDF, 我们设计两种方案进行了模拟, 结果表明: 考虑曲率能后, 位势驱动力得到减弱, 而熵势驱动力则得到增强, 结合断前中子多重性的分析表明, 前一种效应要强于后一种效应, 因此曲率能总体减弱了 ^{200}Pb 和 ^{224}Th 两系统的 TDF, 从而延缓了两系统的裂变进程。

致谢 作者感谢潘峰教授和张宇教授的鼓励和支持。

参考文献:

- [1] HAHN O, STRASSMANN F. *Naturwiss*, 1938, **26**: 756; *ibid*, 1939, **27**: 11; *ibid*, 1939, **27**: 89.
- [2] LILLEY J S. *Nuclear Physics: Principles and Applications*[M]. Chichester: John Wiley and Sons, Inc., 2001.
- [3] LOVELAND W D, MORRISSEY D J, SEABORG G T. *Modern Nuclear Chemistry*[M]. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc., 2006.
- [4] SCHRÖDER W U, HUIZENGA J R. In *Treatise on Heavy-Ion Science* (Vol. 2)[M]. BROMLEY D A ed. New York: Plenum, 1984: 116.
- [5] BULGAC A. *Annu Rev Nucl Part Sci*, 2013, **63**: 97; BULGAC A, MAGIERSKI P, ROCHE K J, *et al*. *Phys Rev Lett*, 2016, **116**: 122504.
- [6] GODDARD P, STEVENSON P, RIOS A. *Phys Rev C*, 2015, **92**: 054610; *ibid* **93**: 014620.
- [7] SCHUNCK N, ROBLEDOS L M. *Rep Prog Phys*, 2016, **79**: 116301.
- [8] LU B N, ZHAO E G, ZHOU S G. *Phys Rev C*, 2012, **85**: 011301(R); ZHAO J, LU B N, ZHAO E G, *et al*. *Phys Rev C*, 2017, **95**: 014320.
- [9] ZHAO P W, LI Z P, YAO J M, MENG J. *Phys Rev C*, 2010, **82**: 054319.
- [10] PEI J C, NAZAREWICZ W, SHEIKH J A, *et al*. *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 192501; ZHU Y, PEI J C. *Phys Rev C*, 2016, **94**: 024329.
- [11] KRAMERS H A. *Physica VII*, 1940, **4**: 284.
- [12] GRANGÉ P, PAULI H C, WEIDENMÜLLER H A. *Phys Lett B*, 1980, **88**: 9; GRANGÉ P, WEIDENMÜLLER H A. *Phys Lett B*, 1980, **96**: 26; GRANGÉ P, LI J Q, WEIDENMÜLLER H A. *Phys Rev C*, 1983, **27**: 2063. WEIDENMÜLLER H A, ZHANG J S. *Phys Rev C*, 1984, **29**: 879.
- [13] WU X Z, ZHOU Y Z, CHANG X Z, *et al*. *Commun Theor Phys*, 1982, **1**: 769.
- [14] FRÖBRICH P, GONTCHAR I I, MAVLITOV N D. *Nucl Phys A*, 1993, **556**: 281; FRÖBRICH P, GONTCHAR I I. *Phys Rep*, 1998, **292**: 131.
- [15] JIA Y, BAO J Dong. *Phys Rev C*, 2007, **75**: 034601; JIA Y, BAO J D. *Nuclear Physics Review*, 2004, **21**(4): 385. (in Chinese)
(贾莹, 包景东. *原子核物理评论*, 2004, **21**(4): 385.)
- [16] NADTOCHY P N, RYABOV E G, GEGECHKORI A E, *et al*. *Phys Rev C*, 2012, **85**: 064619.
- [17] ISHIZUKA C, USANG M D, IVANYUK F A, *et al*. *Phys Rev C*, 2017, **96**: 064616.
- [18] SIERK A J. *Phys Rev C*, 2017, **96**: 034603.
- [19] WANG N, YE W. *Phys Rev C*, 2018, **97**: 014603.
- [20] BLOCKI J, BONEH Y, NIX J R, *et al*. *Ann Phys*, 1978, **113**: 330.
- [21] FELDMEIER H. *Rep Prog Phys*, 1987, **50**: 915.
- [22] NIX J R, SIERK A J. *Proc. Of the 6th Adriatic Conference in Nuclure Physics: Frontiers of Heavy-Ion Physics*[M]. Singapore: World Scientific, 1990: 333.
- [23] HINDE D J, OGATA H, TANAKA M, *et al*. *Phys Rev C*, 1989, **39**: 2268.
- [24] MAO Y C, GU B P. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 2006, **32**: 2109.
- [25] GONTCHAR I I, MAVLITOV N D, FRÖBRICH P. *Comput*

- Phys Commun, 1997, **107**: 223.
- [26] IGNATYUK A V, SHUBIN YU N, TISHIN A S. Sov J Nucl Phys, 1975, **21**: 255.
- [27] TÖKE J, SWIATECKI J. Nucl Phys A, 1981, **372**: 141.
- [28] REISDORF W. Z Phys A, 1981, **300**: 227.
- [29] PRAKASH M, WAMBACH J, MA Z Y. Phys Lett B, 1983, **128**: 141.
- [30] MYERS W D, SWIATECKI W J. Nucl Phys A, 1966, **81**: 1; MYERS W D. Droplet Model of Atomic Nuclei[M]. New York: Plenum, 1977.
- [31] HASSE R W. Ann Phys, 1971, **68**: 377.
- [32] LIU X, XI Y R, ZHU Q D, *et al.* Nuclear Physics Review, 2018, **35**(2): 105. (in Chinese)
(刘鑫, 席宇荣, 朱巧迪, 等. 原子核物理评论, 2018, **35**(2): 105.)
- [33] NEWTON J O, HINDE D J, CHARITY R J, *et al.* Nucl Phys A, 1988, **483**: 126.
- [34] HINDE D J, CHARITY R J, FOOTE G S, *et al.* Phys Rev Lett, 1984, **52**: 986; *ibid*, 1984, **53**, 2275 (E); *ibid*, Nucl Phys A, 1986, **452**: 550.

Influence of Curvature Energy on Thermodynamic Driving Force

ZHU Qiaodi, CHI Meng, LI Jingke, LI Jiayang, MAO Yingchen[†]

(School of Physics and Electronic Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, Liaoning, China)

Abstract: In order to study the effect of curvature energy on the thermodynamic driving force (TDF) of nuclear fission, the potential and entropy barrier of ^{200}Pb and ^{224}Th systems are calculated by using the truncated droplet model including curvature energy, respectively. Compared with the liquid drop model, the results show that curvature energy does not affect the saddle point of ^{224}Th , but pushes the saddle point of ^{200}Pb backwards the ground state. The stronger the deformation dependence of the level density parameter is, the closer the saddle point of entropy barrier for these systems is to the ground state. In order to further investigate how curvature energy affects TDF through nuclear potential and entropy, respectively, the precission neutron multiplicity (PNM) is selected as the probe, some simulations based on two schemes are carried out. The results show that curvature energy reduces the potential driving force of ^{200}Pb and ^{224}Th , and enhances the entropy potential driving force. Combined with the calculations and analyses of PNM, the former effect is more obvious than the latter, so curvature energy weakens TDF of two systems on whole, thus delaying the nuclear fission process of two systems.

Key words: curvature energy; thermodynamic driving force; nuclear free energy; level density parameter; precission neutron multiplicity

Received date: 23 Oct. 2018; Revised date: 21 Nov. 2018

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (11447019, 11505724, 11375080)

[†] Corresponding author: MAO Yingchen, E-mail: myc@lnnu.edu.cn.