

文章编号: 1007-4627(2018)04-0470-05

基于两势方法系统研究壳结构对原子核 α 衰变的影响

陈玖龙, 程俊皓, 邓军刚, 李小华[†]

(南华大学核科学技术学院, 湖南 衡阳 421001)

摘要: 基于两势方法(two-potential-approach, TPA)系统研究了偶-偶核、奇-A核和奇-奇核 α 衰变半衰期。为了考虑原子核的壳结构的影响而导致的实验半衰期与计算结果之间的偏差, 引入了与 α 结团形成概率相关的禁戒因子和预形成因子。结合前期相关工作[X. D. Sun *et al.*, Phys. Rev. C 93, 034316 (2016); X. D. Sun *et al.*, Phys. Rev. C 95, 014319 (2017); X. D. Sun *et al.*, Phys. Rev. C 95, 044303 (2017)], 考虑到壳效应对 α 粒子预形成的影响, 通过分析 α 衰变半衰期的实验数据, 拟合得到了 α 粒子预形成因子/禁戒因子修正公式的参数, 得到了 α 衰变预形成因子/禁戒因子的计算结果, 证实了壳效应及质子-中子相互作用在 α 结团形成过程中起着重要的作用, 离壳越近预形成概率越小离壳越远预形成概率越大。

关键词: α 衰变; 两势方法; α 衰变预形成因子; 禁戒因子; 壳效应

中图分类号: O571.32⁺¹ **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.35.04.470

1 引言

α 衰变在核物理学的发展中起到了非常重要的作用。1899年, 卢瑟福首次定义了 α 衰变, 对于推动理论和实验的发展做出了巨大的贡献, 例如, 从实验上由 α 粒子散射发现原子的核式结构到理论上Geiger-Nuttall定律描述 α 衰变半衰期与衰变能之间的规律^[1-3]; 从量子力学的势垒穿透理论到丰质子和超重核的研究^[4-6]。到目前为止, 实验上已经测量了大约600个原子核的 α 衰变数据, 其中包括从基态到基态的衰变, 也包含从基态到激发态的衰变^[7]。实验上, 人们已经合成了很多超重核, 其最重要的衰变模式之一是 α 衰变, 因此可以通过探测衰变链上核素的 α 衰变来鉴别超重核。理论上, α 衰变是量子力学势垒穿透问题的典型例子。对于一维情况, WKB近似方法被广泛用于势垒穿透问题中。此后, 处理 α 衰变的结团模型(CM)^[8-10]、不对称裂变模型(AFM)、推广液滴模型(GLDM)^[11-13]、密度依赖结团模型(DDCM)^[14-16]、相对论平均场理论(RMF)^[17-18]等都是建立在势垒穿透问题的基础上, 都能较好地再现 α 衰变实验半衰期, 并且还能对未知核的 α 衰变半衰期作出预测。

两势方法(two-potential-approach, TPA)^[19]首次被Gurvitz提出并应用于研究 α 衰变。Buck等^[20]在两

势方法的基础上, 首次采用Bohr-Sommerfeld量子化条件用以描述 α 粒子在原子核内的运动, 并提出了唯象的cosh型 α -核心相互作用势, 同时系统地计算了 α 衰变半衰期。任中洲课题组利用双折叠M3Y有效核力发展了密度依赖的结团模型, 研究了 α 粒子预形成因子等问题, 并且根据 α 衰变半衰期的实验数据成功提取出不稳定核的半径^[21]。近期我们在两势方法的基础上, 采取折叠势系统研究了质子放射性衰变半衰期^[22]。本工作基于两势方法理论框架系统研究了偶-偶核^[23]、奇-A核^[24]和奇-奇核^[25] α 衰变半衰期并提取 α 预形成因子/禁戒因子, 拟合了包含预形成因子/禁戒因子与壳效应关系的修正公式参数, 其计算结果都能很好地再现实验数据。

2 理论框架

在两势方法的理论框架下, α 衰变半衰期 $T_{1/2}$ 可以利用衰变宽度 Γ 或衰变常数 λ 来计算, 具体如下:

$$T_{1/2} = \frac{\hbar \ln 2}{\Gamma} = \frac{\ln 2}{\lambda}, \quad (1)$$

衰变常数 λ 可表示为

$$\lambda = P_{\alpha} \frac{\hbar F P}{4\mu}, \quad (2)$$

收稿日期: 2018-09-14; 修改日期: 2018-11-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11205083); 湖南省自然科学基金资助项目(2015JJ3103, 2015JJ2121); 湖南省教育厅重点项目(15A159); 南华大学研究生科学基金项目(2018KYY027)

作者简介: 陈玖龙(1994-), 男, 湖北黄冈人, 研究生, 从事原子核与粒子物理研究, E-mail: 284883588@qq.com。

[†]通信作者: 李小华, E-mail: lixiaohuaphysics@126.com。

式中: \hbar 是约化普朗克常量; F 是归一化因子。 $\mu = m_d m_\alpha / (m_d + m_\alpha)$ 表示剩余子核和预形成的 α 粒子折合质量, 其中 m_d 和 m_α 分别代表剩余子核和 α 粒子的质量。在研究偶-偶核的 α 衰变时, 考虑了禁戒因子 h , 因此 $\lambda = \frac{P_0 \hbar F P}{4\mu h}$, 其中 $h = \frac{T_{1/2}^{\text{calc}}}{T_{1/2}^{\text{expt}}}$ 。 P 是半经典的WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin) 势垒穿透概率, 即伽莫夫因子, 具体表示为

$$P = \exp\left(-2 \int_{r_2}^{r_3} k(r) dr\right), \quad (3)$$

式中: $k(r) = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} |Q_\alpha - V(r)|}$ 是 α 粒子的波数, r 表示 α 粒子与剩余子核质心之间的距离; Q_α 是 α 衰变能; $V(r)$ 表示总的相互作用势。

归一化因子 F 反映了 α 粒子的碰撞频率^[26], 它可通过近似关系得到, 具体形式如下:

$$F \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{2k(r)} dr = 1, \quad (4)$$

其中: r_1 , r_2 以及式(3)中的 r_3 都是经典转折点, 它们可由 $V(r_1) = V(r_2) = V(r_3) = Q_\alpha$ 计算得到。

P_α 表示 α 粒子预形成概率, 它在壳附近变化剧烈而在开壳区域变化平缓。 α 粒子预形成概率随着远离壳层的价核子数不断增加而增加, 直到接近下一个壳层才会随之减小而减小^[27-28]。实际上, 由于多体问题的复杂性, 通常采用唯象的方式, 由计算半衰期 $T_{1/2}^{\text{calc}}$ 与实验半衰期 $T_{1/2}^{\text{expt}}$ 的比值来提取 P_α ^[29-30], 因此 P_α 可以被表示为

$$P_\alpha = P_0 \frac{T_{1/2}^{\text{calc}}}{T_{1/2}^{\text{expt}}}, \quad (5)$$

P_0 是在计算 α 衰变半衰期 $T_{1/2}^{\text{calc}}$ 的过程中采用 $P_\alpha = P_0$ 的常量参数。根据密度依赖结团模型 (Density-Dependent-Cluster-Model)^[26]的计算结果, 对于偶-偶核、奇-A核和奇-奇核, P_0 的值分别是0.43, 0.35和0.18。

总的 α -核心相互作用势 $V(r)$ 包括了核势 $V_N(r)$ 、库仑势 $V_C(r)$ 和离心势 $V_l(r)$, 具体形式如下:

$$V(r) = V_N(r) + V_C(r) + V_l(r), \quad (6)$$

在本工作中, 核势采用cosh型唯象核势^[31], 具体形式如下:

$$V_N(r) = -V_0 \frac{1 + \cosh(R/a)}{\cosh(r/a) + \cosh(R/a)}, \quad (7)$$

上式中: a 和 V_0 分别表示核势的弥散宽度和深度; R 是原子核核势半径。核势参数 $a=0.5958$ fm和 $V_0 =$

$192.42 + 31.059 \frac{N_d - Z_d}{A_d}$ MeV是通过前期工作^[23]拟合164个偶-偶核的 α 衰变实验半衰期得到。上述 N_d , Z_d 和 A_d 分别代表剩余子核的中子数、质子数和质量数。本工作中, 核势半径采用文献^[32]的参数化形式, 具体表示为

$$R = 1.28A^{1/3} - 0.76 + 0.8A^{-1/3}, \quad (8)$$

A 表示母核的质量数。库仑势 $V_C(r)$ 采用均匀球型电荷分布形式, 可以表示为

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_d Z_\alpha e^2}{2R} \left[3 - \frac{r^2}{R^2}\right] & r \leq R, \\ \frac{Z_d Z_\alpha e^2}{r} & r > R, \end{cases} \quad (9)$$

式中: Z_d 和 Z_α 分别是剩余子核和预形成的 α 粒子的质子数。对于离心势 $V_l(r)$, 由于 $l(l+1) \rightarrow (l+1/2)^2$ 对于一维问题是必要的修正, 因此本文采用Langer的修正形式^[33], 它的表达式具体如下:

$$V_l(r) = \frac{\hbar^2(l+1/2)^2}{2\mu r^2}, \quad (10)$$

l 表示 α 衰变的轨道角动量, 对于允许 α 衰变, $l=0$, 对于禁戒 α 衰变, $l \neq 0$ 。根据角动量守恒, α 衰变的最小角动量 l_{\min} 可以表示为

$$l_{\min} = \begin{cases} \Delta_j & \Delta_j \text{是偶数且} \pi_p = \pi_d, \\ \Delta_j + 1 & \Delta_j \text{是偶数且} \pi_p \neq \pi_d, \\ \Delta_j & \Delta_j \text{是奇数且} \pi_p \neq \pi_d, \\ \Delta_j + 1 & \Delta_j \text{是奇数且} \pi_p = \pi_d, \end{cases} \quad (11)$$

上式中 $\Delta_j = |j_p - j_d|$; j_p , π_p , j_d , π_d 分别代表母核和子核的自旋及宇称。

3 结果与讨论

在前期工作^[23-25]中, 基于两势方法系统研究了偶-偶核、奇-A核和奇-奇核的 α 衰变半衰期。所有的 α 衰变实验半衰期、自旋及宇称的实验数据都来自原子核性质评价表NUBASE2012^[34]; α 衰变能来自原子质量表AME2012^[35]。 α 预形成因子 P_α 反映的是实验数据与计算值的偏差, 基于唯象理论它可以从计算半衰期 $T_{1/2}^{\text{calc}}$ 与实验半衰期 $T_{1/2}^{\text{expt}}$ 的比值中提取, 并且随壳效应而系统地变化。Guo等^[36]提出了包含5个参数的简单公式来估算预形成因子 P_α /禁戒因子 h , 以此来研究不同核壳中的 α 粒子的预形成概率。该公式的具体形式如下:

$$\log_{10}P_{\alpha}(h)=a+b(Z-Z_1)(Z_2-Z)+c(N-N_1)(N_2-N)+dA+e(Z-Z_1)(N-N_1), \quad (12)$$

式中 Z, N 和 A 分别是 α 衰变母核的质子数、中子数和质量数。 Z_1 和 Z_2 (N_1 和 N_2) 是母核 Z (N) 附近的质子(中子)幻数。 a, b, c, d 和 e 是可调参数。 由于系统研究的是壳效应对 α 衰变的影响, 因此根据幻数划分出四个区域, 分别是区域 I: $50 < Z \leq 82$ 和 $82 < N \leq 126$; 区域 II: $82 < Z \leq 126$ 和 $82 < N \leq 126$; 区域 III: $82 < Z \leq 126$ 和 $126 < N \leq 152$; 区域 IV: $82 < Z \leq 126$ 和 $152 < N \leq 184$ 。 由实验半衰期 $T_{1/2}^{\text{exp}}$ 和计算半衰期 $T_{1/2}^{\text{calc}}$ 可以得到 $P_{\alpha}(h)$ 的提取值, 再利用式 (12) 可得到 α 预形成因子/禁戒因子拟合的 5 个参数值, 找出 α 预形成因子/禁戒因子与壳效应之间的规律。

在研究偶-偶核的工作中^[23], 拟合了四个区域 α 衰变禁戒因子修正公式的参数, 详细结果在表 1 中给出。 同时为了给出更直观的禁戒因子提取值与拟合值的对比, 图 1 给出了 α 禁戒因子与母核中子数 N 的变化关系, 由图可以清晰地看到 α 禁戒因子实验提取值与式 (12) 拟合值相互符合得很好, 这也表明通过两势方法理论模型计算的 α 衰变半衰期的可靠性被很好地印证。 在研究奇-A 核的工作中^[24], 与上述偶-偶核不同, 奇-A 核中包含了禁戒的 α 衰变, 需要考虑到离心势的影响。 由于奇-A 核中包含奇(Z)-偶(N)核和偶(Z)-奇(N)核两

表 1 偶-偶核 α 衰变禁戒因子修正公式的参数

区域	a	b	c	d	e
I	1.7828	-0.0017	-0.0015	-0.0087	0.0011
II	9.9252	-0.0054	-0.0029	-0.0417	0.0033
III	15.8030	0.0012	-0.0004	-0.0744	0.0052
IV	-19.5000	0.0042	-0.0010	0.0686	-0.0019

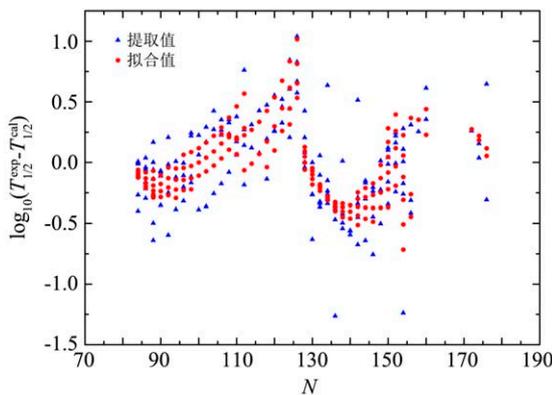


图 1 (在线彩图) 禁戒因子的对数随母核中子数的变化关系
蓝色三角和红色圆点分别代表禁戒因子的提取值和拟合值

种情况, 因此在区域 III 中分别讨论了这两种情况, 并将拟合的 α 预形成因子参数列在表 2 中。 为了直观地比较表 2 中区域 III 核的 α 预形成因子, 在图 2 中画出了 α 预形成因子随中子数的变化关系, 红色圆形表示奇(Z)-偶(N)核, 蓝色三角形表示偶(Z)-奇(N)核。 从图中可以直观地看到, 偶(Z)-奇(N)核的 α 粒子预形成概率明显小于奇(Z)-偶(N)核的, 这一结果也与 Viola-Seaborg 公式^[37] 结果是一致的。 在研究奇-奇核的工作中^[25], 发现奇-奇核的 α 粒子预形成概率一般比奇-A 核的小, 并且对于重核, 额外的中子抑制了质子-中子相互作用导致 α 粒子预形成概率很小。 奇-奇核的 α 预形成因子修正公式参数的拟合值列在表 3 中。

表 2 奇-A 核 α 衰变预形成因子修正公式的参数, 区域 III.1 和区域 III.2 分别表示区域 III 中偶(Z)-奇(N)核和奇(Z)-偶(N)核的结果

区域	a	b	c	d	e
I	-1.8782	0.0013	0.0015	0.0049	-0.0009
II	-7.0561	0.0040	0.0027	0.0248	-0.0017
III.1	51.2962	0.0044	0.0128	-0.2517	0.0172
III.2	10.6825	0.0042	0.0035	-0.0587	0.0015
IV	5.3064	-0.0085	-0.0030	-0.0090	0.0004

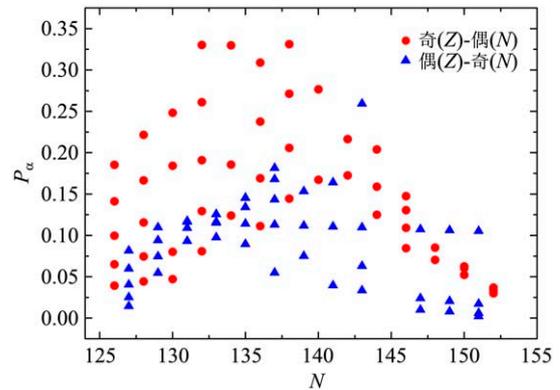


图 2 (在线彩图) 比较区域 III 中奇(Z)-偶(N)和偶(Z)-奇(N)核之间的 α 预形成概率与母核中子数的变化关系

表 3 奇-奇核 α 衰变预形成因子修正公式的参数

区域	a	b	c	d	e
I	-8.8466	0.0021	0.0006	0.0548	-0.0043
II	-21.3225	0.0009	0.0053	0.0932	0.0019
III	-51.8660	-0.0047	-0.0077	0.2450	-0.0179
IV	12.3970	0.0034	-0.0027	-0.0597	0.0047

综上所述, 在两势方法模型的理论框架下, 系统研究了偶-偶核、奇-A 核和奇-奇核 α 衰变半衰期, 并通过 Guo 等^[36] 提出的包含 5 个参数的 α 预形成因子/禁戒因子修正公式来估算 $P_{\alpha}(h)$, 拟合给出了所有区域的参数, 得到了 α 预形成因子/禁戒因子的计算结果。 并

通过物理分析找出了 α 粒子预形成概率与壳效应及质子-中子相互作用之间的关系, 考虑壳效应的影响后 α 衰变半衰期的理论计算值很好地再现实验数据, 这为研究 α 衰变和预测超重核提供了理论支持和参考依据。

4 总结

本工作基于两势方法系统研究了偶-偶核、奇- A 核和奇-奇核 α 衰变半衰期。通过分析原子核性质评价表NUBASE2012中 α 衰变半衰期的实验数据, 提取了 α 粒子预形成因子/禁戒因子, 并考虑了壳效应对 α 粒子预形成的影响, 拟合得到了 α 粒子预形成因子/禁戒因子修正公式的参数, 得到了 α 衰变预形成因子/禁戒因子的计算结果。结合前期相关的工作, 证实了壳效应及质子-中子相互作用在 α 结团形成过程中起着重要的作用。本工作可以为原子核的 α 衰变研究及超重核的合成提供理论支持。

参考文献:

- [1] GEIGER H, NUTTALL J M. *Philos Mag*, 1911, **22**: 613.
- [2] QI C, XU F R, LIOTTA R J, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **103**: 072501.
- [3] REN Y, REN Z. *Phys Rev C*, 2012, **85**: 044608.
- [4] GAMOW G. *Z Phys*, 1928, **51**: 204.
- [5] QI C. *Rev Phys*, 2016, **1**: 77.
- [6] SOBICZEWSKI A, POMORSKI K. *Prog Part Nucl Phys*, 2007, **58**: 292.
- [7] AUDI G, WANG M, WAPSTRA A, *et al.* *Chin Phys C*, 2012, **36**: 1287.
- [8] BUCK B, MERCHANT A C, PEREZ S M. *Phys Rev Lett*, 1994, **72**: 1326.
- [9] XU C, REN Z. *Phys Rev C*, 2004, **69**: 024614.
- [10] QIAN Y B, REN Z. *Eur Phys J A*, 2013, **49**: 5.
- [11] ROYER G, REMAUD B. *Nucl Phys A*, 1985, **444**: 477.
- [12] ZHANG H F, ZUO W, LI J Q, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **74**: 017304.
- [13] ZHANG H F, ROYER G. *Phys Rev C*, 2007, **76**: 047304.
- [14] XU C, REN Z. *Nucl Phys A*, 2005, **753**: 174.
- [15] XU C, REN Z. *Phys Rev C*, 2006, **74**: 014304.
- [16] XU C, REN Z. *Phys Rev C*, 2007, **76**: 027303.
- [17] SHARMA M M, FARHAN A R, MÜNZENBERG G. *Phys Rev C*, 2005, **71**: 054310.
- [18] ZHANG H F, LI J Q, ZUO W, *et al.* *Phys Rev C*, 2005, **71**: 054312.
- [19] GURVITZ S A, KALBERMANN G. *Phys Rev Lett*, 1987, **59**(3): 262.
- [20] BUCK B, MERCHANT A C, PEREZ S M. *At Data Nucl Data Tables*, 1993, **54**(1): 53.
- [21] QIAN Y B, REN Z. *Phys Lett B*, 2014, **738**: 87.
- [22] CHEN J L, CHENG J H, DENG J G, *et al.* *Nuclear Physics Review*, 2018, **35**(3): 257.
- [23] SUN X D, GUO P, LI X H. *Phys Rev C*, 2016, **93**: 034316.
- [24] SUN X D, DUAN C, DENG J G, *et al.* *Phys Rev C*, 2017, **95**: 014319.
- [25] SUN X D, DENG J G, XIANG D, *et al.* *Phys Rev C*, 2016, **95**: 044303.
- [26] XU C, REN Z. *Nucl Phys A*, 2005, **760**: 303.
- [27] DENG D, REN Z. *Phys Rev C*, 2016, **93**: 044326.
- [28] ZHANG H F, ROYER G, LI J Q. *Phys Rev C*, 2011, **84**: 027303.
- [29] DENG J G, ZHAO J C, XIANG D, *et al.* *Phys Rev C*, 2017, **96**: 024318.
- [30] DENG J G, CHENG J H, ZHENG B, *et al.* *Chin Phys C*, 2017, **12**: 124109.
- [31] BUCK B, MERCHANT A C, PEREZ S M. *Phys Rev C*, 1992, **45**: 2247.
- [32] ROYER G. *J Phys G* 2000, **26**: 1149.
- [33] MOREHEAD J J. *J Math Phys*, 1995, **26**: 5431.
- [34] AUDI G, KONDEV F, WANG M, *et al.* *Chin Phys C*, 2012, **36**: 1157.
- [35] WANG M, AUDI G, WAPSTRA A H, *et al.* *Chin Phys C*, 2012, **36**(12): 1603.
- [36] GUO S, BAO X, GAO Y, *et al.* *Nucl Phys A*, 2015, **934**: 110.
- [37] DONG T, REN Z. *Eur Phys J A*, 2005, **26**: 69.

Systematic Study of the Shell Effect on α Decay within Two-potential Approach

CHEN Jiulong, CHENG Junhao, DENG Jungang, LI Xiaohua[†]

(School of Nuclear Science and Technology; University of South China, Hengyang 421001, Hunan, China)

Abstract: In the present work, the α decay half-lives are systematically studied within the two-potential-approach for even-even nuclei, odd- A nuclei and odd-odd nuclei. To describe the deviations between experimental half-lives and calculated results due to the nuclear shell structure, α preformation factor and hindrance factor related with α cluster preformation probability are introduced. It is consistent with our previous works [X. D. Sun *et al.*, Phys. Rev. C 93, 034316 (2016); X. D. Sun *et al.*, Phys. Rev. C 95, 014319 (2017); X. D. Sun *et al.*, Phys. Rev. C 95, 044303 (2017)]. Considering the shell effect on the preformation of α and by analyzing the experimental data of the α decay half-lives, the parameters of the α preformation factor/ hindrance factor correction formula are obtained. we confirm that the shell effect and the proton-neutron correlation play key roles in the α preformation where the preformation probability near the shell is less than the preformation probability far from the shell.

Key words: α decay; two-potential approach; α decay preformation factor; hindrance factor; shell effect

<http://www.npr.ac.cn>

Received date: 4 Sep. 2018; **Revised date:** 5 Nov. 2018

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(11205083); Natural Science Foundation of Hunan Province, China(2015JJ3103, 2015JJ2121); Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province, China(15A159); University of South China Science Foundation for Postgraduate(2018KYY027)

[†] **Corresponding author:** LI Xiaohua, E-mail: lixiaohuaphysics@126.com.