

文章编号: 1007-4627(2018)03-0374-08

## $\Delta$ 共振态的硬过程及软过程产生截面在同位旋不对称核体系下的介质修正研究

李庆峰<sup>1,2</sup>, 李祝霞<sup>3</sup>

(1. 湖州师范学院理学院, 浙江 湖州 313000;

2. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000;

3. 中国原子能科学研究院, 北京 102413)

**摘要:** 基于一个相对论的 BUU 方法, 研究了  $\Delta$  共振态的硬过程 ( $NN \rightarrow N\Delta$ ) 及软过程 ( $N\pi \rightarrow \Delta$ ) 产生截面及  $\Delta$  的衰变宽度在同位旋不对称核体系下的介质修正 (包括能量、密度、特别是同位旋依赖的) 效应。发现类似于核子-核子弹性散射过程,  $\Delta$  硬过程产生截面的密度修正及在同位旋不对称体系下的质量劈裂效应都比较强烈, 而  $\Delta$  的软过程产生截面及衰变宽度的密度依赖和质量劈裂效应都相对较弱。对硬过程, 其截面最大的劈裂效应出现在  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^{-}$  的产生道中, 而对软过程,  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^{-}$  的产生道中的劈裂效应则最小且与硬过程的相反。

**关键词:** 核子-核子非弹性散射; Delta 共振态; RBUU 理论; 同位旋依赖性; 质量劈裂

**中图分类号:** O571.53      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.35.04.374

### 1 引言

自从 80 多年前查德威克发现中子以及随后海森堡提出同位旋这个新的概念之后, 我们认识到原子核是由两个不同同位旋态的中子和质子所构成的。这对我们认识所处的丰富多彩的世界产生了极其深远的影响, 当然, 也引出了更多丰富多彩的新课题。在核物理领域, 我们对无限核物质及有限核内的同位旋依赖的状态方程在更深层次以及更广领域里都开展了广泛研究<sup>[1]</sup>。我们知道, 除了平均场中的同位旋标量部分, 其同位旋矢量部分, 即对称能及其密度依赖性, 对于研究原子核结构、重离子核反应以及天体物理中的中子星、超新星爆发等都具有极其重要的作用。对于远离正常原子核密度的情况, 在地球上我们必须借助加速器加速原子核发生真实的重离子碰撞才能实现。理论方面, 我们也可以通过建立非平衡的动力学输运模型来模拟这个核碰撞过程。而且, 有效的对称能密度依赖信息也只有通过理论与实验在一些构造的敏感观测量上的比对后才能抽取。

而且, 随着实验条件的改善, 模型的更新也是十分必要的。其实, 由于起源于同一个有效拉氏量, 在核反应中的两体 (譬如两核子) 碰撞的介质截面的同位旋效应也需要和对称能一起同时加以考虑, 这才是一个更为自洽的处理方式<sup>[2-3]</sup>。但是, 遗憾的是, 现在的大多数输

运模型在处理平均场势修正和两体碰撞的时候往往各自考虑, 缺乏自洽性。这些不足将直接影响我们对一些重要信息抽取的可靠性认识。对于对称能, 由于其相比较同位旋标量而言是个小量, 因此, 它易受其它效应或者不确定度的影响。过去十年, 人们在研究对称能在高密度区的行为时就遇到了很大的问题: 不同的模型给出的结论相差很大, 甚至截然相反<sup>[4-5]</sup>。而且, 通过对大量运行的输运模型的细致比较后人们发现在一些观测量中其模型的不确定性是存在的, 有些甚至很明显<sup>[6-7]</sup>。这些问题都促使我们需要进一步完善理论和相应的输运模型。很显然, 现存的输运模型基础很难给出高精度的、令人信服的有关对称能高密行为的信息。

由于在中能 (譬如 SIS 能区) 核反应中  $\pi$  介子主要来自于  $\Delta(1232)$  共振态的衰变, 利用  $\pi$  介子相关的观测量 (譬如  $\pi^+$  和  $\pi^-$  产额比或集体流的差等) 来探测高密区的对称能是一个很好的选择。而且,  $\pi$  介子不仅主要来自于高密区, 在较低 SIS 能区, 核子-核子碰撞的主要新产生重子也只有  $\Delta(1232)$ , 因而  $\pi$  介子受其它粒子输运的影响很小。但是, 遗憾的是, 虽然  $\Delta(1232)$  共振态的平均场效应已有广泛的研究且多在相关输运模型中有体现, 其碰撞相关的介质修正在输运理论或模型中却少有关注。对于一个同位旋不对称且非平衡输运的核体系而言, 这个问题会变得更加复杂。但是, 这也是当今

收稿日期: 2018-09-19;      修改日期: 2018-12-04

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11847315, 11875125, 11475262, 11790320)

作者简介: 李庆峰(1975-), 男, 山东莒南人, 研究员, 教授、博士, 从事粒子物理与原子核物理的理论研究; E-mail: liqf@zjhu.edu.cn。

迫切需要尽快解决的问题。

对于  $\pi$  介子母核  $\Delta$  共振态的产生而言, 在中能区主要有两个产生道: 硬过程  $NN \rightarrow N\Delta$  和软过程  $N\pi \rightarrow \Delta$ , 这两个过程及其细致平衡过程不仅对  $\Delta$  的产生也对  $\pi$  的产生及消灭至关重要。很自然地, 类似于前期对核子-核子弹性散射过程的介质修正研究, 这两个  $\Delta$  产生及输运过程的介质修正(包括其密度、动量、以及同位旋依赖性)也是很有必要的。这主要体现在三个方面: 平均场势、产生阈能、以及产生截面<sup>[8-11]</sup>。在文献[9-10]中, Ko 教授课题组已证实了在平均场势以及  $NN \rightarrow N\Delta$  过程中的阈能同位旋修正对于  $\Delta$  产生的重要性。其中, 文献[9]和稍早之前 Prassa 等<sup>[11]</sup>的研究也表明在  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}$  截面中考虑介质压低效应后对  $\pi$  产额及  $\pi^-/\pi^+$  比的影响不容忽视。除了硬过程,  $\Delta$  产生的软过程及其衰变过程也很重要。这是因为人们发现在重离子输运过程中,  $\pi$  介子在挤出前要经历一个相对较长时间的  $\Delta \rightarrow N\pi \rightarrow \Delta$  循环过程<sup>[12]</sup>。因此,  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}$  截面及其逆过程的衰变宽度 ( $\Gamma$ ) 的介质修正也需要同步考虑。

在本工作中, 我们在相对论 BUU(RBUU) 微观输运理论框架下<sup>[2]</sup>基于一套有效拉氏量计算了在同位旋不对称的核介质中的三个重要物理量:  $\Delta$  共振态硬产生过程截面  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$ , 软过程截面  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*$  以及  $\Delta$  衰变宽度  $\Gamma^*$ 。在有效拉氏量中, 我们考虑了  $\sigma, \omega, \delta[a_0(983)], \rho, \pi$  介子和核子以及  $\Delta(1232)$  的耦合。我们发现, 在同位旋不对称核体系中, 由于考虑了  $\delta[a_0(983)]$  介子交换所带来的核子及  $\Delta$  共振态有效质量对于不同同位旋态的劈裂效应,  $\Delta$  产生截面的各个产生道也有不同程度的劈裂。而且, 在其硬过程和软过程的比较中, 其介质修正程度及同位旋劈裂效应也很不一样。

本文结构如下: 第 2 节, 我们将对所采用的输运理论和方法做一简单介绍, 其中将着重强调其同位旋效应的处理过程。第 3 节里先后给出对  $\Delta$  共振态硬产生过程和软产生过程截面的介质修正数值计算结果及分析。对二者的规律性差异也做了比较和分析。第 4 节是总结和展望。

## 2 理论框架和处理方法

本文的基础理论框架延续文献[2, 13-16]的做法, 因此本文仅为文章的完整性提供与本工作关系最紧密的相关公式。

首先, 本工作所采用的有效拉氏量密度  $L$  包含两个部分:

$$L = L_F + L_I. \quad (1)$$

$L_F$  是重子(包括核子  $N$  和共振态  $\Delta$ ) 和介子(包括  $\sigma, \omega, \delta$  和  $\rho$ ) 的自由拉氏量

$$L_F = \bar{\Psi}[i\gamma_\mu \partial^\mu - m_N]\Psi + \bar{\Psi}_{\Delta\nu}[i\gamma_\mu \partial^\mu - m_\Delta]\Psi'_\Delta + \frac{1}{2}\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{4}F_{\mu\nu} \cdot F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu \delta \partial^\mu \delta - \frac{1}{4}L_{\mu\nu} \cdot L^{\mu\nu} - U(\sigma) + U(\omega) - U(\delta) + U(\rho), \quad (2)$$

此处

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu, L_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu. \quad (3)$$

此外,  $U(\sigma), U(\omega), U(\delta)$  和  $U(\rho)$  是相关介子的自相互作用部分:

$$U(\sigma) = \frac{1}{2}m_\sigma^2 \sigma^2, \quad U(\omega) = \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu, \\ U(\delta) = \frac{1}{2}m_\delta^2 \delta^2, \quad U(\rho) = \frac{1}{2}m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu. \quad (4)$$

$L_I$  是重子(包括核子  $N$  和共振态  $\Delta$ ) 耦合到介子(包括  $\sigma, \omega, \delta, \rho$  和  $\pi$ ) 的相互作用拉氏量

$$L_I = g_{NN}^\sigma \bar{\Psi} \Psi \sigma - g_{NN}^\omega \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi \omega^\mu + g_{NN}^\delta \bar{\Psi} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\delta} - \frac{1}{2}g_{NN}^\rho \bar{\Psi} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\rho}^\mu + g_{\Delta\Delta}^\sigma \bar{\Psi}_{\Delta\nu} \Psi'_\Delta \sigma - g_{\Delta\Delta}^\omega \bar{\Psi}_{\Delta\nu} \gamma_\mu \Psi'_\Delta \omega^\mu + g_{\Delta\Delta}^\delta \bar{\Psi}_{\Delta\nu} \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\Psi}'_\Delta \boldsymbol{\delta} - \frac{1}{2}g_{\Delta\Delta}^\rho \bar{\Psi}_{\Delta\nu} \gamma_\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\Psi}'_\Delta \boldsymbol{\rho}^\mu + g_{NN}^\pi \bar{\Psi} \gamma_\mu \gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\Psi} \partial^\mu \boldsymbol{\pi} - g_{N\Delta}^\pi \bar{\Psi}_{\Delta\mu} \partial^\mu \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{S}^+ \boldsymbol{\Psi} - g_{N\Delta}^\pi \bar{\Psi} \boldsymbol{S} \boldsymbol{\Psi}_{\Delta\mu} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\pi}, \quad (5)$$

这里:  $\psi_\Delta$  是  $\Delta$  共振态的自旋量;  $\boldsymbol{\tau}$  是核子的同位旋算符;  $\boldsymbol{S}$  和  $\boldsymbol{S}^+$  是  $\Delta$  共振态的同位旋跃迁算符。理论上, 对于与  $\Delta$  产生有关的非弹散射过程, 除了  $\pi$  介子交换,  $\rho$  介子交换也可以介入, 本工作为简单计, 仅考虑了  $\pi$  介子交换贡献。而且, 同样的理由, 对于其它 4 个介子与核子或者  $\Delta$  共振态的耦合常数, 我们也取各自相等, 即

$$g_{NN}^\sigma = g_{\Delta\Delta}^\sigma = g_\sigma, \quad (6)$$

$$g_{NN}^\omega = g_{\Delta\Delta}^\omega = g_\omega, \quad (7)$$

$$g_{NN}^\delta = g_{\Delta\Delta}^\delta = g_\delta, \quad (8)$$

$$g_{NN}^\rho = g_{\Delta\Delta}^\rho = g_\rho, \quad (9)$$

具体见后述。

其次, 基于闭合时间回路格林函数方法以及 Kadanoff-Baym 方程, 并在半经典、准粒子、在壳粒子等假设条件下, 用于描述重子分布函数的动力学演化过程的 RBUU 方程——亦称量子输运方程——可以用如下式表示:

$$\{[\partial_x^\mu - \Sigma_{\text{HF}}^{\mu\nu}(x, p, \tau)\partial_\nu^\rho - \partial_p^\nu \Sigma_{\text{HF}}^\mu(x, p, \tau)\partial_x^\rho]p_\mu + m_{\text{N},\Delta}^*[\partial_\nu^\rho \Sigma_{\text{HF}}^s(x, p, \tau)\partial_p^\nu - \partial_p^\nu \Sigma_{\text{HF}}^s(x, p, \tau)\partial_\nu^\rho]\} \frac{f_{\text{N},\Delta}(x, p, \tau)}{E^*} = C(x, p, \tau)。(10)$$

该公式的左边是由平均场自能所决定的平均场部分，而右边是由碰撞自能所决定的碰撞项。而且，通过该碰撞项可以计算核子-核子弹性及非弹散射截面。其中， $m_{\text{N}}^*$  和  $m_{\Delta}^*$  是核子和  $\Delta$  子的有效质量，而  $f_{\text{N}}$  和  $f_{\Delta}$  是它们的单粒子分布函数。对于自能项的计算，则需要相应的计算方法。而且，对于有限核，也需要考虑局域密度近似方法来处理。

对于平均场自能，我们通过量子强子动力学 (QHD) 的方法来参数化，并且，其中的介子-强子耦合常数也考虑其密度依赖性<sup>[17-18]</sup>。如此以来，Fock 项效应不能再重复考虑，而且，由于考虑了同位旋矢量的  $\delta$ ， $\rho$  与重子的耦合，有效质量的同位旋效应也很自然地体现了。而对于碰撞项自能或者介质中的有效散射截面，由于其动量依赖性更加难以处理，其参数化的过程也将更加复杂。很显然，在输运模型中直接采用这个碰撞自能是很困难的<sup>[11, 17]</sup>。相反地，我们认为采用简单的经验公式也不可取。因此，我们采用一个所谓的“中间路线”：我们计算了一阶的玻恩近似，并采用了平均场计算所得到的有效质量以及有效的形状因子。通过这种与有效质量的衔接，我们可以基于一套共用的有效拉氏量同时且“自洽”地计算出输运所需的平均场自能和碰撞自能(或散射截面)。

上述密度依赖的耦合常数具体表述如下：重子(核子和  $\Delta$ ) 耦合到  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\delta$  和  $\rho$  介子的参数  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$ ,  $g_\delta$  和  $g_\rho$  采用如下统一的形式：

$$g_i(\rho) = A_i \frac{1 + B_i(u + D_i)^2}{1 + C_i(u + E_i)^2}, \quad (11)$$

这个形式取自远离  $\beta$  稳定线的同位旋非对称核物质及原子核的 Dirac-Brueckner(DB) 计算<sup>[18]</sup> 并且已在之前对介质中核子-核子弹性散射截面的计算<sup>[15]</sup> 中得到了很好的验证。其中  $u = \rho/\rho_0$  是约化重子密度； $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ ,  $D_i$  和  $E_i$  是相应的参数，也取自文献<sup>[18]</sup>。对于重子与  $\pi$  介子的耦合常数  $g_{\text{NN}}^\pi = f_\pi/m_\pi$  和  $g_{\text{N}\Delta}^\pi = f_\pi^*/m_\pi$ ，我们选择不同的设置  $f_\pi^2/4\pi = 0.08$  和  $f_\pi^{*2}/4\pi = 0.37$  (见文献<sup>[13]</sup>)。这里的介子质量分别为  $m_\sigma = 550$  MeV,  $m_\omega = 783$  MeV,  $m_\delta = 983$  MeV,  $m_\rho = 770$  MeV, 以及  $m_\pi = 138$  MeV；自由的核子质量取  $m_{\text{N}} = 939$  MeV；自由  $\Delta$  共振态在其极点的质量取  $m_{\Delta} = 1232$  MeV，其自由空间的半宽度  $\Gamma_0 = 115$  MeV。

相应地，在平均场近似和零温假设条件下核子及  $\Delta$

子的各个同位旋态的有效质量可做如下处理<sup>[9]</sup>：

$$m_{\text{p/n}}^* = m_{\text{N}} - g_\sigma \sigma \mp g_\delta \delta_0, \quad (12)$$

$$m_{\Delta^{++/\Delta^-}}^* = m_{\Delta} - g_\sigma \sigma \mp g_\delta \delta_0, \quad (13)$$

$$m_{\Delta^+/\Delta^0}^* = m_{\Delta} - g_\sigma \sigma \mp \frac{1}{3} g_\delta \delta_0。 \quad (14)$$

注意，这里  $\Delta$  不同态的有效质量在  $\delta$  耦合项上的系数差别是根据 Clebsch-Gordan(C-G) 系数运算规则简单推导而来的。由于  $\pi$  介子是一个赝标量介子， $\pi$  交换对平均场项没有贡献。而且，对于一个丰中子的核体系， $\delta_0$  是一个负值。通过迭代求解介子场方程以及标量平均场，我们最终可以得到这些重子不同同位旋态在不同核密度及不同同位旋不对称度情况下的有效质量。图 1 即展示了约化的有效质量 ( $m^*/m_0$ ) 随约化密度  $u$  的变化情况。同位旋不对称度  $\alpha = (\rho_{\text{n}} - \rho_{\text{p}})/\rho$  取两个值：0 和 0.3。需要解释的是，在具体重离子碰撞模拟中我们发现，如果  $u$  小于 2.5 且入射能量小于 1 GeV， $\Delta$  子的数目不到总重子数的 10%<sup>[19]</sup>。因此，这里的  $\alpha$  定义里不考虑  $\Delta$  密度的贡献。我们发现，如果  $\alpha = 0$ ，由于  $\delta$  介子场没有发挥作用，两类重子的不同态都没有发生质量劈裂现象(各自黑实线表示)。而且，由于  $g_\sigma$  耦合系数具有强烈的密度压低效应，它们的有效质量随密度下降的趋势比较明显。可以想见，这会对碰撞项(特别是介质截面)造成很大影响。这个现象已在对核子-核子弹性散射截面的研究中得到了验证<sup>[15]</sup>。当  $\alpha = 0.3$  时，类似于核子的同位旋态， $\Delta$  子的不同同位旋态的有效质量也发生了较明显的劈裂，相应的大小顺序是： $m_{\Delta^{++}}^* > m_{\Delta^+}^* > m_{\Delta^0}^* > m_{\Delta^-}^*$ 。自然地，这个劈裂效应也会体现在之后的截面计算中。

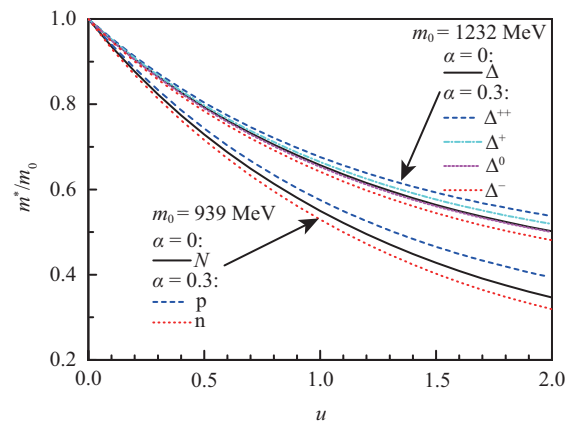


图 1 (在线彩图) 约化核密度依赖的核子(较低的那三条线)和  $\Delta$  子(较高的五条线)有效质量(对每一组, 同位旋不对称度选取  $\alpha = 0$  和 0.3)

对于  $\Delta$  产生的软过程  $\text{N}\pi \rightarrow \Delta$ ，这里的  $\pi$  介子是个实粒子，相应的质量介质修正也需要考虑。这可以通过

求解其色散关系并考虑其 s-波及 p-波贡献来实现<sup>[14]</sup>:

$$m_\pi^* = \sqrt{m_\pi^2 + \Pi_S + \Pi_P}. \quad (15)$$

至于它的质量劈裂效应, 我们直接从文献[10]中定义的

$$m_{\pi,S}^* = \sqrt{m_\pi^2 + \Pi'_S} \quad (16)$$

来抽取。这里的有效质量定义只受  $\pi$  的 s-波自能影响, 而这里的 s-波自能是根据手征微扰理论的双圈近似来得到的。当然, 这个方法和我们现有的 RBUU 方法不是很一致, 但是, 由于我们主要关注重子的质量劈裂效应对截面修正的影响, 而且, 我们会发现,  $\pi$  的质量劈裂效应对截面的影响很小, 所以, 这个问题容待日后解决。

接下来, 我们计算碰撞项中的  $\Delta$  产生硬过程及软过程截面。对于硬过程,

$$\begin{aligned} C_{NN \rightarrow N\Delta}(x, p_1, \tau) &= \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} \times \\ &(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) W_{NN \rightarrow N\Delta}(p_1, p_2, p_3, p_4) \times \\ &[F_2 - F_1] \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*(s, \alpha) v [F_2 - F_1]. \end{aligned} \quad (17)$$

类似地, 对于软过程,

$$\begin{aligned} C_{N\pi \rightarrow \Delta}(x, p_1, \tau) &= \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \times \\ &(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3) W_{N\pi \rightarrow \Delta}(p_1, p_2, p_3) \times [F_2 - F_1] \\ &= \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*(s, \alpha) v [F_2 - F_1]. \end{aligned} \quad (18)$$

这里的符号  $W$  代表决定截面  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$  和  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*$  的跃迁几率,  $F_1$  和  $F_2$  是反应前后的 Uehling-Uhlenbeck 泡利阻塞因子。  $p_1$  和  $p_2$  是反应前入射粒子的四动量;  $p_3$  和  $p_4$  是反应后出射粒子的四动量。  $v$  是 Moller 速度, 变量  $s$  是 Mandelstam 变量。因此, 如果计算出  $W$  跃迁几率, 则可以计算出各自的反应截面。

在我们的 RBUU 输运理论中,  $NN \rightarrow N\Delta$  过程的

$$W_{NN \rightarrow N\Delta}(p_1, p_2, p_3, p_4) = G + G(p_3 \leftrightarrow p_4 \& \Delta \leftrightarrow N), \quad (19)$$

其中,

$$G = \frac{(g_{NN}^\pi)^2 (g_{N\Delta}^\pi)^2}{16 p_1^0 p_2^0 p_3^0 p_4^0} (T_d \Phi_d - T_e \Phi_e). \quad (20)$$

这里:  $T_{d,e}$  和  $\Phi_{d,e}$  是对最低阶碰撞自能(玻恩项)有贡献的直接项和交换项的同位旋矩阵和自旋矩阵。我们发

现, 对于  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^-$  产生道,  $T_d$  和  $T_e$  均为 2; 而对于其它产生道, 它们的值均为 2/3。由于  $\Phi_d$  和  $\Phi_e$  形式比较复杂, 这里不列出, 感兴趣的读者请见文献[13]。同样的理由,  $N\pi \rightarrow \Delta$  过程的跃迁几率请见文献[14]。需要强调的是, 在新考虑了同位旋自由度并且当  $\alpha \neq 0$  的时候, 由于质量劈裂的原因导致对每一个  $\Delta$  同位旋态的产生道的自旋矩阵均不再相同, 因此, 都需要单独计算, 这也是本项工作的重要进展。接下来, 在考虑能量-动量守恒及在壳条件  $p_{i,i=1-4}^2 = m_{i,i=1-4}^{*2}$  (注意, 这里的四动量  $p$  是经介质修正后的有效动量) 之后, 上述两个跃迁几率就可以解析得出。

在最终解出散射截面之前, 由于强子结构的客观存在,  $NN\pi$  和  $N\Delta\pi$  顶角形状因子的“有效”性必须加以慎重考虑。对于  $\Delta$  硬产生过程, 其截面中的  $NN\pi$  顶角, 我们采用的形状因子是

$$F_{NN\pi}(t) = \frac{\Lambda_{NN\pi}^2}{\Lambda_{NN\pi}^2 - t}, \quad (21)$$

这里的变量  $t$  也是 Mandelstam 变量,  $\Lambda_{NN\pi}$  是交换的  $\pi$  介子的截断质量。对于  $N\Delta\pi$  顶角, 由于  $\Delta$  是个衰变粒子, 其形状因子也有许多不同的形式, 特别是需要额外考虑  $\Delta$  的有效质量分布问题<sup>[20]</sup>。但是, 为了集中研究和分析  $\Delta$  硬产生过程截面的同位旋效应, 本文不讨论  $\Delta$  的质量分布对这个截面的影响, 而仅考虑其在极点质量处的结果, 故而我们采用和  $F_{NN\pi}$  一样的形式, 且截断质量也取一样的值, 均为 510 MeV。

而对于  $\Delta$  软产生过程, 其有效形状因子采取了如下形式:

$$\mathcal{F} = \sqrt{\frac{(1 + (Rp_\pi)^2/m_\Delta^2)}{(1 + (Rp_\pi)^2/m_\Delta^*)^2}}, \quad (22)$$

其中,  $R = 0.98$  fm 是相应的顶角内部束缚区域的半径值, 这里的  $p$  是核子与  $\pi$  介子在  $\Delta$  静止系下的相对动量:

$$p^2 = \frac{[m_\Delta^{*2} - (m_N^* + m_\pi^*)^2][m_\Delta^{*2} - (m_N^* - m_\pi^*)^2]}{4m_\Delta^{*2}}. \quad (23)$$

为了便于下面的讨论, 这里给出  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*$  的具体形式:

$$\begin{aligned} \sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^* &= \frac{(g_{N\Delta}^\pi \mathcal{F})^2}{18 m_\Delta^{*3} |p|} \frac{m_N^* \Gamma^*(|p|)}{(m_\Delta^* - m_N^*)^2 + m_N^{*2} \Gamma^{*2}(|p|)} \times \\ &[(m_\Delta^* + m_N^*)^2 - m_\pi^{*2}]^2 [(m_\Delta^* - m_N^*)^2 - m_\pi^{*2}]. \end{aligned} \quad (24)$$

相应地, 根据  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*$ , 我们可以很容易得到  $\Delta$  衰变宽度  $\Gamma^*$ :

$$\begin{aligned} \Gamma^*(|p|) &= \frac{|p|}{16\pi m_N^*} \frac{(g_{N\Delta}^\pi \mathcal{F})^2}{6m_\Delta^{*3}} [(m_\Delta^* + m_N^*)^2 - m_\pi^{*2}]^2 \times \\ &[(m_\Delta^* - m_N^*)^2 - m_\pi^{*2}]. \end{aligned} \quad (25)$$

最后, 需要再次强调的是, 虽然我们知道还有一些因素会影响最终的截面结果, 譬如,  $\Delta$  子的质量分布对  $N\Delta\pi$  有效顶角因子的影响、产生阈效应、 $\pi$  介子传播子的屏蔽效应, 等等, 但是, 本文主要讨论的是  $\Delta$  软、硬产生过程截面的同位旋效应, 为了不至于让结果过于复杂而难以分析, 这些问题将不在这里讨论。

### 3 计算结果及分析

#### 3.1 $\Delta$ 硬产生过程截面

图 2 首先给出采用同位旋平均后的  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$  截面随质心能量(横坐标)及约化密度(不同线型)的变化结果。我们发现, 在大能量区, 截面随着密度的上升而单调地下降, 这和之前采用不同的耦合参数计算的结果是类似的<sup>[21]</sup>。但是, 我们也发现现在的下降速度较之前的结果更剧烈, 这主要是由于在采用了新的耦合参数后核子和  $\Delta$  子的有效质量随密度增加而下降的更加明显所导致的。当能量接近阈能的时候, 我们也发现现在的计算结果和之前的结果有些不同, 而这是由于忽略了  $\Delta$  子的质量分布所造成的。

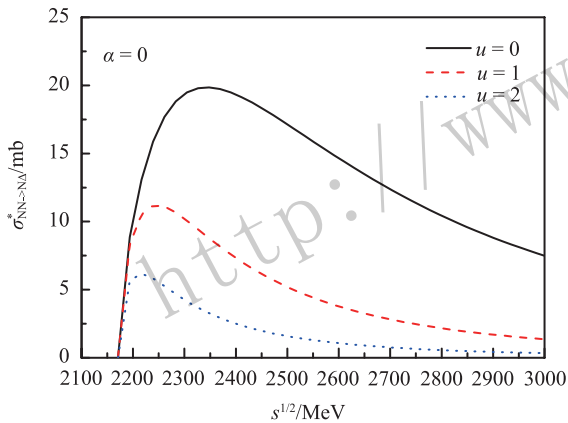


图 2 (在线彩图) 同位旋对称 ( $\alpha = 0$ ) 核介质(不同线型代表不同约化密度的情形) 中的  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$

如果我们更加定量地分析图 2 的结果, 我们会发现, 当  $u = 0$  且动能  $E_K = 1$  GeV (相应地,  $s^{1/2} = 2.326$  GeV) 时, 我们现在的计算结果、之前的理论计算结果<sup>[21]</sup>以及实验结果<sup>[22]</sup>分别为 19.5 mb, 17.5 mb 和 18 mb。很显然, 这个比较的结果是理想的。如果  $u = 1$ , 我们发现现在的计算结果和 DB 的计算结果<sup>[23]</sup>也十分接近: 我们的计算结果是约 10 mb, 而 DB 的计算结果是 11~12 mb。这个微小的差别来自于常密时二者在约化有效质量  $m^*/m_0$  上的差别: 我们现在的结果是 0.55, 而 DB 的结果是 0.605。

对于同位旋非对称 ( $\alpha \neq 0$ ) 核体系的情况, 我们在图 3 中给出  $NN \rightarrow N\Delta$  过程中每一个道的计算结果。约

化密度  $u$  取 1, 不同线型分别代表  $\alpha = 0, 0.1, 0.3, 0.5$  等不同的情况。从式(20)中的同位旋矩阵  $T_{d,e}$  我们已知当  $\alpha = 0$  时,  $\Delta^{++}$ (左上图) 和  $\Delta^-$ (右下图) 的产生道的截面是其它产生道的 3 倍。但是, 当  $\alpha \neq 0$  时, 由于有效质量劈裂对式(20)中的自旋矩阵  $\Phi_{d,e}$  的影响, 这种关系被打破了: 对  $\sigma_{pp \rightarrow n\Delta^{++}}^*$  和  $\sigma_{nn \rightarrow p\Delta^-}^*$  两道的质量劈裂效应要明显强过对其它 4 个道的影响。而且, 当  $\alpha$  从 0 到 0.5 增加时, 由于  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^-$  有效质量的介质修正反号且强于  $\Delta^+$  和  $\Delta^0$  (见式(13)~(14)), 这两个道的截面修正趋势也正好相反且强于其它道的截面修正。更进一步地, 我们还发现不论反应后伴随的核子是质子还是中子, 出射  $\Delta^+$  的截面修正趋势总是和出射  $\Delta^{++}$  的顺序一致, 而出射  $\Delta^0$  的截面修正趋势又总是和出射  $\Delta^-$  的顺序一致。从图 1 我们可以理解这是由于在相同密度及同位旋条件下  $\Delta$  的有效极点质量大于有效核子的质量所致。

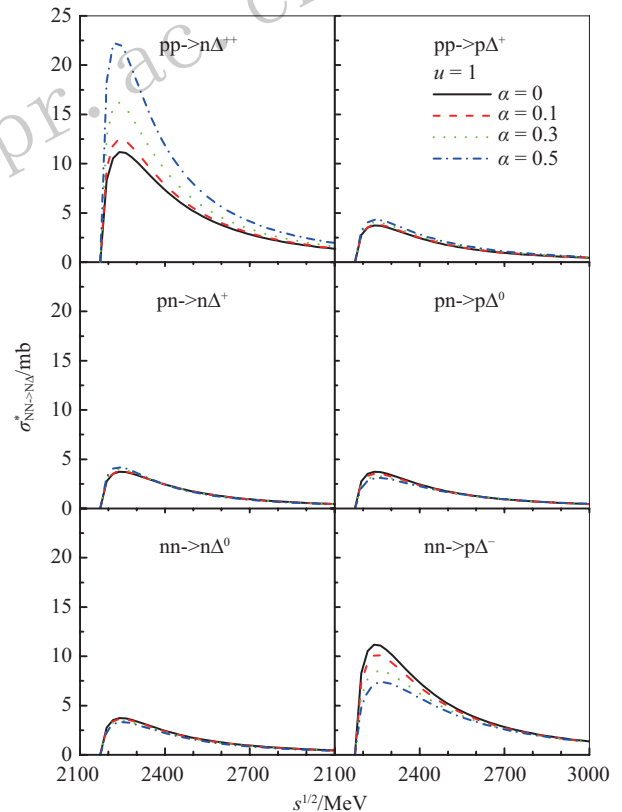


图 3 (在线彩图) 约化密度  $u = 1$  时  $NN \rightarrow N\Delta$  过程不同道(位于不同子图)的截面随  $\alpha$  (以不同线型表示) 的变化情况

为了更清楚地查看这个质量劈裂效应对截面的影响, 我们新定义一个相对变量  $R(\alpha) = \sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*(\alpha) / \sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*(\alpha = 0)$  并且在图 4 中给出所有不同态的产生道在  $u=1$  及  $E_K=1$  GeV 时的  $R(\alpha)$  随  $\alpha$  的变化情况。首

先, 我们看到, 随着  $\alpha$  从 0 增加到 0.5,  $R(\alpha)$  几乎线性地远离 1. 而且变化的顺序如下:  $R(\alpha, pp \rightarrow n\Delta^{++}) > R(\alpha, pp \rightarrow p\Delta^+) > R(\alpha, pn \rightarrow n\Delta^+) > R(\alpha, pn \rightarrow p\Delta^0) > R(\alpha, nn \rightarrow n\Delta^0) > R(\alpha, nn \rightarrow p\Delta^-)$ . 当  $\alpha=0.5$  时,  $\Delta^+$  和  $\Delta^0$  产生道的  $R(\alpha)$  值仍在接近 1 的 1.15~0.88 之间; 但是, 对于  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^-$  而言, 这个值已经达到了 1.74 和 0.73.

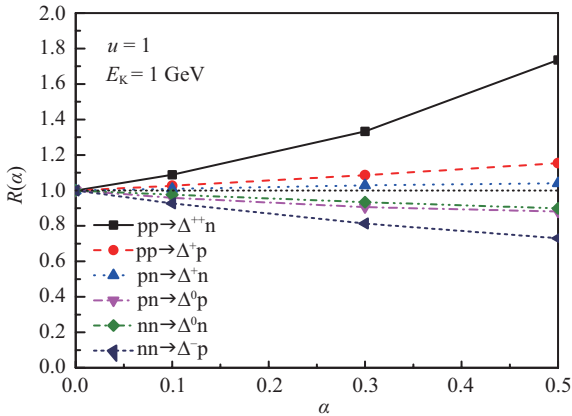


图 4 (在线彩图)  $u=1$  以及  $E_K=1$  GeV 时  $R(\alpha)$  (定义见上下文) 随  $\alpha$  的变化情况(中间的水平点线代表值 1)

### 3.2 $\Delta$ 软产生过程截面及衰变宽度

类似于  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$ , 图 5 中给出  $\alpha=0$  时  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*$  截面在几个约化密度 0, 1 和 2 (不同线型) 的情况。由于  $\pi$  介子约化质量对这个截面的特殊贡献, 图 5(a) 和图 5(b) 分别给出不考虑和考虑  $\pi$  介子质量介质修正的结果。首先, 从图 5(a) 也看出截面的介质修正是明显的: 随着密度的增加, 在  $\Delta$  的质量极点 ( $m_\Delta^0$ ) 附近截面增强, 而在其它区域截面被压低。当然, 截面的这个介质修正是来源于重子的质量修正。然而, 在图 5(b) 中, 当进一步考

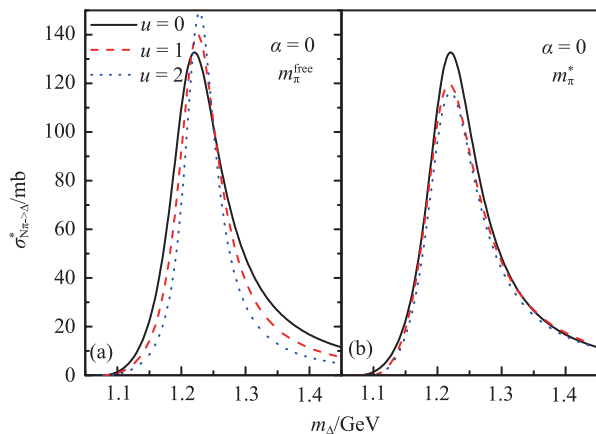


图 5 (在线彩图) 同位旋对称 ( $\alpha=0$ ) 核介质 (不同线型代表不同约化密度的情形) 中的  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*$  (左、右两子图分别代表不考虑和考虑  $\pi$  介子质量介质修正的结果)

虑了  $\pi$  介子的质量修正后,  $\Delta$  质量极点附近的截面反而被压低了。这很明显是  $\pi$  介子的自能修正对截面产生了相反的作用。虽然所采用的耦合参数有所不同, 我们现在的计算结果和之前文献[14]中的结果还极其相似。这主要是由于常密时二者在约化有效质量  $m^*/m_0$  上的差别不大: 我们现在的结果是 0.55, 而文献[14]中采用的结果是 0.6.

如果我们进一步定义一个变量  $R(u) = \sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^* / \sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^{free}$  并且计算两种情况下在  $\Delta$  质量极点附近的结果会发现, 不论是否考虑  $\pi$  介子的质量修正, 即便当  $u=2$  时, 相应的截面介质修正幅度约在 20% 以内。这个较弱的  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$  密度依赖是明显有别于  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$  的。

类似地, 我们进一步发现  $\Delta$  的衰变宽度  $\Gamma^*$  的密度依赖性也很弱 (如图 6 所示, 选取了  $u=0$  和 1 两种情况作比较)。而且, 我们也可以看到其质量劈裂效应也很弱。譬如, 在  $m_\Delta^0$  且  $u=0$  时,  $\Gamma_0=115$  MeV, 而在  $u=1$  且  $\alpha=0.3$  时, 来自于  $\Delta^0 \rightarrow \pi^- p$  道的宽度最小, 114 MeV; 而来自于  $\Delta^+ \rightarrow \pi^+ n$  道的宽度最大, 也才 138 MeV。因此, 接下来就很有必要研究一下质量劈裂对  $N\pi \rightarrow \Delta$  过程不同同位旋道介质截面的影响问题。

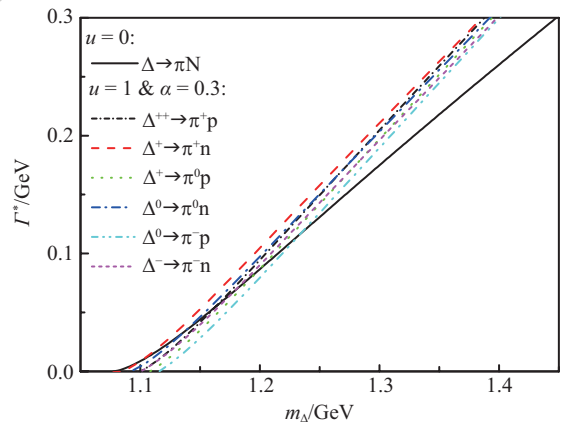


图 6 (在线彩图)  $u=0$  和 1 两种情况下  $\Delta$  的衰变宽度  $\Gamma^*$  (在  $u=1$  时取  $\alpha=0.3$  且不考虑  $\pi$  介子的质量劈裂效应)

类似于图 3, 我们计算了  $N\pi \rightarrow \Delta$  过程的每一个道。同样地, 我们发现当  $\alpha=0$  时, 各道严格按照 C-G 系数等比例分布:  $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}$  和  $\pi^- n \rightarrow \Delta^-$  截面的同位旋因子为 3/2;  $\pi^+ n \rightarrow \Delta^+$  和  $\pi^- p \rightarrow \Delta^0$  的为 1/2;  $\pi^0 p \rightarrow \Delta^+$  和  $\pi^0 n \rightarrow \Delta^0$  的为 1。而当  $\alpha \neq 0$  时, 这种关系同样被打破了。但是, 有别于  $NN \rightarrow N\Delta$  过程的是, 不论是否进一步考虑  $\pi$  介子的质量劈裂效应 (由于  $\pi$  介子质量较小, 其质量劈裂效应也弱, 所以其对截面的劈裂效应可以忽略不计), 在同位旋不对称核体系下的  $N\pi \rightarrow \Delta$  过程截面的质量劈裂效应要明显弱

于  $NN \rightarrow N\Delta$  过程。而且, 劈裂的大小及顺序也很不同。为了更清楚地查看这些不同, 类似于图 4, 我们也重新定义了一个相对变量  $R(\alpha) = \sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*(\alpha) / \sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*(\alpha=0)$  并比较了各道在取  $m_{\Delta}^0$  及  $u=1$  时  $R(\alpha)$  随  $\alpha$  变化的结果(图 7)。同样可以看出, 随着  $\alpha$  的增大, 三条道的截面增强, 另三条道的截面减弱, 但是, 现在的顺序是:  $R(\alpha, \pi^- p \rightarrow \Delta^0) > R(\alpha, \pi^0 p \rightarrow \Delta^+) > R(\alpha, \pi^- n \rightarrow \Delta^-) > R(\alpha, \pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}) > R(\alpha, \pi^0 n \rightarrow \Delta^0) > R(\alpha, \pi^+ n \rightarrow \Delta^+)$ 。当  $\alpha=0.5$  时, 这个比值分别达到 1.13, 1.05, 1.01, 0.99, 0.95 以及 0.90 (当  $u=2$  时, 虽然这个比值的具体数值有一些变化, 但是其大小顺序没有发生任何变化)。而且, 现在  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^-$  的产生道截面的变化幅度是最小的而不是最大的(其劈裂顺序也与  $NN \rightarrow N\Delta$  过程的正好相反)。当然, 这都是重子有效质量对二者不同的自旋矩阵结构效应所引起的。譬如, 对于  $N\pi \rightarrow \Delta$  过程, 其截面的劈裂程度取决于反应前的核子与反应后的  $\Delta$  共振态有效质量的变化情况, 而根据式 (24) 我们知道对截面劈裂效应起最大贡献的是  $[(m_{\Delta}^* - m_N^*)^2 - m_{\pi}^{*2}]$  项。所以,  $\pi^- p \rightarrow \Delta^0$  和  $\pi^+ n \rightarrow \Delta^+$  两反应道介质截面的劈裂效应相比较其它道而言就更为明显。

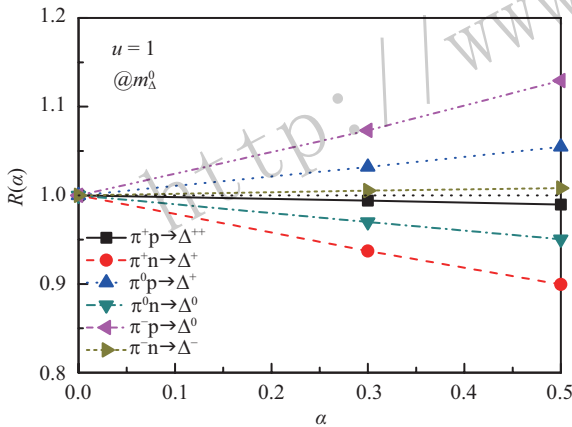


图 7 (在线彩图)  $u=1$  以及  $m_{\Delta}^0$  时  $R(\alpha)$  (定义见上下文) 随  $\alpha$  的变化情况 (中间的水平点线代表值 1)

## 4 总结和展望

在本工作中, 我们基于一个本理论组发展起来的 RBUU 方法研究了  $\Delta$  共振态的硬过程 ( $NN \rightarrow N\Delta$ ) 及软过程 ( $N\pi \rightarrow \Delta$ ) 产生截面在同位旋不对称核体系下的介质修正 (包括能量、密度、特别是同位旋依赖的) 效应。所采用的有效拉氏量考虑了重子 (核子和  $\Delta$ ) 与  $\sigma$ ,  $\omega$ ,  $\delta$ ,  $\rho$  以及  $\pi$  等介子的耦合。我们发现, 相比较其软过程,  $\Delta$  硬过程截面的密度修正及在同位旋不对称体系下的质量劈裂效应都更加明显。对于  $\sigma_{NN \rightarrow N\Delta}^*$ , 其最

大的质量劈裂效应体现在  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^-$  的产生道中, 而对于  $\sigma_{N\pi \rightarrow \Delta}^*$ ,  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^-$  的产生道中的质量劈裂效应则最小。同时, 在  $\Delta$  的质量极点处,  $\Delta$  衰变宽度  $\Gamma^*$  的密度依赖和质量劈裂效应也很弱。

很显然, 这些  $\Delta$  相关的截面及衰变宽度的介质修正将不可避免、不同程度地影响重离子碰撞后的  $\pi^+$  和  $\pi^-$  介子的产生以及它们之间的产额比等观测量。而截面中的这些修正将与其平均场的势修正以及产生阈能修正等也存在一定程度的抵消或放大效应。本工作中我们已发现, 即便在这两个  $\Delta$  产生的过程中, 对于同一个  $\Delta$  同位旋态的截面的质量劈裂, 其增强或减弱效应也是不同的, 从而进一步存在着抵消效应。综合考虑所有  $\Delta$  产生道的同位旋依赖效应情况, 我们认为  $NN \rightarrow N\Delta$  过程的  $\Delta^{++}$  和  $\Delta^-$  两产生道截面的同位旋效应最应该在具体输运模型计算中优先加以考虑。只有这样, 我们认为利用  $\pi$  有关的敏感观测量才能更为可靠地抽取高密区对称能的密度依赖形式。

## 参考文献:

- [1] BALDO M, BURGIO G F. *Prog Part Nucl Phys*, 2016, **91**: 203.
- [2] MAO G. *Relativistic Microscopic Quantum Transport Equation*[M]. New York: NOVA Science Publishers, 2005.
- [3] VAN DALEN E N E, FUCHS C, FAESSLER A. *Phys Rev Lett*, 2005, **95**: 022302.
- [4] XIAO Z, LI B A, CHEN L W, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**: 062502.
- [5] FENG Z Q, JIN G. M. *Phys Lett B*, 2010, **683**: 140.
- [6] XU J, CHEN L W, TSANG M B, *et al.* *Phys Rev C*, 2016, **93**: 044609.
- [7] ZHANG Y X, WANG Y J, COLONNA M, *et al.* *Phys Rev C*, 2018, **97**: 034625.
- [8] LI Zhuxia. *Nuclear Physics Review*, 2014, **31**(3): 285. (in Chinese)  
(李祝霞. *原子核物理评论*, 2014, **31**(3): 285.)
- [9] SONG T, KO C M. *Phys Rev C*, 2015, **91**: 014901.
- [10] ZHANG Z, KO C M. *Phys Rev C*, 2017, **95**: 064604.
- [11] PRASSA V, FERINI G, GAITANOS T, *et al.* *Nucl Phys A*, 2007, **789**: 311.
- [12] BASS S A, BELKACEM M, BLEICHER M, *et al.* *Prog Part Nucl Phys*, 1998, **41**: 255.
- [13] MAO G, LI Z, ZHUO Y, *et al.* *Phys Rev C*, 1994, **49**: 3137.
- [14] MAO G J, NEISE L, STOECKER H, *et al.* *Phys Rev C*, 1999, **59**: 1674.
- [15] LI Q F, LI Z X, ZHAO E G. *Phys Rev C*, 2004, **69**: 017601.
- [16] LI Q, LI Z. *Phys Lett B*, 2017, **773**: 557.
- [17] FUCHS C, LENSKE H, WOLTER H H. *Phys Rev C*, 1995, **52**: 3043.
- [18] HOFMANN F, KEIL C M, LENSKE H. *Phys Rev C*, 2001, **64**: 034314.

