

文章编号: 1007-4627(2018)03-0264-06

## 局域物态方程对中子星整体性质的影响

张娜, 文德华<sup>†</sup>

(华南理工大学物理与光电学院, 广州 510641)

**摘要:** 由于高密非对称核物质核核相互作用的复杂性, 使得目前人们对高密非对称核物质的物态方程的认识还存在很大的不确定性。利用逐段修改物态方程的方法, 探究了不同密度段物态方程对中子星整体性质的影响, 尤其是对典型中子星 ( $1.4 M_{\odot}$ ) 半径及最大质量的影响。研究进一步证实了在 2 倍饱和核密度附近的物态方程对典型质量中子星的半径有显著影响。还进一步分析了中子星的质量半径关系曲线特征及其斜率 ( $dM/dR$ ) 对物态方程的依赖性, 发现  $dM/dR$  主要由饱和核密度以上的中子星物质的物态方程决定。探索不同密度段物态方程对中子星整体性质的影响以及探索  $dM/dR$  对物态方程的依赖性, 主要是为将来利用中子星的天文观测来反向约束致密物质的物态方程提供理论参考。

**关键词:** 中子星; 物态方程; 质量-半径关系

**中图分类号:** O571.6; P142.9

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.35.03.264

### 1 引言

中子星作为研究致密物质的天然实验室备受关注, 其涉及的领域包括原子核物理、天体物理、粒子物理和广义相对论。地面实验室对 1~2 倍核饱和和密度 ( $\rho_0 \approx 2.7 \times 10^{17} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) 的物质组成及性质的研究已经比较深入, 但是对更高密度部分的致密物质物态的研究仍存在很大的困难, 这些困难主要源于对核子-核子相互作用的同位旋依赖性了解不够以及多体问题的复杂性。理论上, 在研究一颗静态球对称中子星的内部结构和性质时, 通常是利用结构方程(TOV 方程)<sup>[1-2]</sup>, 结合物态方程( $P(\rho)$ ), 采用合适的边界条件就可以数值求解中子星的一些重要性质参量, 例如质量 ( $M$ )、半径 ( $R$ )、转动惯量 ( $I$ ) 及引力红移 ( $Z$ ) 等<sup>[3]</sup>。数值计算结果表明, 一个给定的物态方程, 对应着一条唯一的中子星质量-半径 ( $M-R$ ) 关系曲线。反之, 如果我们从中子星的天文观测上能精确测定出一条  $M-R$  关系曲线, 那么这条  $M-R$  关系将唯一地决定出一个中子星物质 (高密度非对称核物质) 的物态方程。理论上, 对利用  $M-R$  关系曲线反向约束物态方程已经有很好的研究尝试<sup>[4]</sup>。

天文观测上, 由于测量技术及仪器上的进步, 在双星系统中质量能精确测量的中子星的数目在迅速增加, 目前, 我们已知 35 颗中子星的观测质量分布

在  $1.17\sim 2.0 M_{\odot}$ <sup>[5]</sup>, 其中观测到的最大的中子星质量为  $2.01 \pm 0.04 M_{\odot}$  (J0348+0432)<sup>[6]</sup>。对于半径, 由于 X-ray 卫星高质量的观测结果以及理论模型上的巨大进步, 半径测量也取得有益的进展, 相关研究给出的中子星半径范围大约为  $9.9\sim 11.2 \text{ km}$ <sup>[5]</sup>, 但目前仍没有同时测量到任何一颗中子星的质量和半径。

原则上, 要通过逆向约束的方式利用  $M-R$  关系给出中子星物质物态方程 ( $P(\rho)$ ) (即找出逆映射 ( $M(R) \rightarrow P(\rho)$ )), 我们需要得到一个完整的  $M-R$  关系 (大致需要同时观测出质量范围  $0.2\sim 2.0 M_{\odot}$  的一系列中子星的质量和半径)。但目前的观察水平显然还做不到, 特别是对半径的精确观测还存在诸多困难, 尤其是地球到星体的距离的不确定。因此利用这种方法来探索高密度非对称物质的物态还是受到了局限。尽管如此, 由于  $M-R$  关系和物态方程之间的联系被证明存在某些局域对应特征<sup>[7-8]</sup>, 本文通过逐段修改物态方程, 细致地探究不同密度段物态方程对中子星整体性质 (包括中子星的最大质量  $M_{\text{max}}$ , 典型中子星半径  $R_{1.4}$ , 中子星质量-半径曲线的斜率 ( $dM/dR$ ) 的影响, 探索通过较少的中子星质量、半径观测数据来约束物态方程的可能。另外, 我们还会对  $dM/dR$  对物态方程的依赖性进行探究。

本文第 2 部分详细介绍不同密度段物态方程对中子星性质的影响, 第 3 部分计算给出不同物态方程下中子星的质量-半径曲线的斜率 ( $dM/dR$ ), 讨论  $dM/dR$  与

收稿日期: 2018-05-13; 修改日期: 2018-06-11

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11275073)

作者简介: 张娜 (1993-), 女, 湖南邵阳人, 硕士, 从事理论物理研究; E-mail: 2507996716@qq.com

<sup>†</sup> 通信作者: 文德华, E-mail: wendehua@scut.edu.cn.

物态方程的依赖关系, 最后是结论。

## 2 局域物态方程与中子星整体性质的关系

在广义相对论框架下, 静态球对称星体的结构方程, 即 TOV 方程<sup>[1-2]</sup>为

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{(P + \rho)[m(r) + 4\pi r^3 P]}{r[r - 2m(r)]}, \quad (1)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho, \quad (2)$$

其中:  $P$  为星体内部的压强;  $\rho$  为星体的质量密度;  $r$  为星体的半径;  $m(r)$  为半径为  $r$  时的星体质量。

对于零温中子星, 其物质的物态方程可用压强随密度的变化关系来描述。对于给定的一个物态方程 (利用核理论结合相关实验数据给出的高密度非对称核物质物态方程通常是一个数据表), 利用 TOV 方程, 结合适当的边界条件, 就可以数值计算出一条唯一的中子星质量-半径关系曲线。然而中子星内核密度极高, 内部可能会发生相变, 形成超子、冷凝胶子或夸克等奇异相<sup>[9-10]</sup>。不同的描述核物质的理论模型以及不同的可能物质组成使得人们对高密度非对称核物质的描述很不一致, 甚至会出现截然不同的结果<sup>[11-13]</sup>, 尤其是在高密部分差异更大。实际上, 在密度较低的中子星壳层中, 由于会有自由中子从原子核中溢出, 其物态方程也存在一定的不确定性。因此要给出一个跨越约 18 个数量级的准确的物态方程存在着现实的困难。鉴于此, 我们从不同密度段的物态方程出发, 逐段探究物态方程对中子星质量、半径等整体性质的影响。

为了讨论中子星壳层及核区对中子星质量半径的影响, 可先大致将物态方程分为固态壳层区域 (密度范围约为  $\rho < 0.5\rho_0$ )、液态核层区域 (密度范围约为  $\rho > 0.5\rho_0$ ) 两个区域, 我们将采用 APR 物态方程<sup>[14]</sup>进行研究。APR 物态方程由 Akmal, Pandharipande 和 Ravenhall 构造, 采用了多体模型和狭义相对论修正结合, 考虑了 A18 势, 相对性增强作用  $\delta_\nu$  和三体 UIX 相互作用势 (A18+ $\delta_\nu$ +UIX\* 模型)。APR 物态方程的高密部分较硬, 其能支持的中子星最大质量能满足目前的最大观测质量 ( $2.01 M_\odot$ )。通常, 研究者将相同密度下的压强较大的称之为较“硬”的物态方程, 反之, 则为较“软”的物态方程。在本节工作中, 我们将以 APR 物态方程为例, 分别让对应密度的压强增加 20% 使之硬化; 让对应密度的压强减小 20% 使之软化。我们首先研究对不同密度段物态方程进行硬化 (或软化) 对中子星性质的影响。对不同密度段的物态方程进行硬化 (或软化) 处理时, 为了使局部修改后的物态方程仍然保持连续, 我们采用了如下的修改方法: 以壳层区域 ( $\rho < 0.5\rho_0$ ) 硬化为例, 我们使  $0.5\rho_0$  以下的物态方程在密度不变的情况下, 压强增大 20% (即  $P = 1.2 \times P_0$ ,  $P_0$  为该密度下原物态对应的压强), 而在  $0.5\rho_0$  附近取一个小的密度区间 (约  $0.45 \sim 0.55\rho_0$ ), 对对应的压强值进行二次项拟合 (采用 polyfit 函数), 得到这个密度区间对应的新的压强值, 由此保持了前后两段物态方程在  $0.5\rho_0$  处平滑过渡。对于物态方程其他密度段的硬化和软化方式均采用上述办法进行处理。具体两个密度区域修改前后的物态方程与 APR 物态如图 1 内插图所示, 图 1 显示了这两个区域经修改前后得到的中子星质量半径关系。

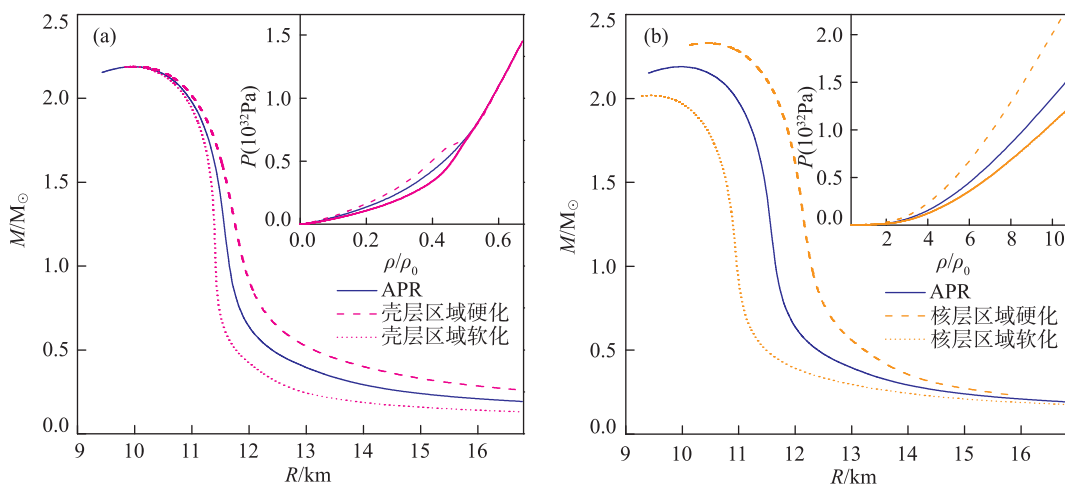


图 1 (在线彩图) APR 物态方程壳层区域修改 (a)、核层区域修改 (b) 前后支持的中子星的  $M-R$  关系图 (a) 与 (b) 的内插图分别为壳层区域和内核区域经硬化和软化后的物态与原 APR 物态的对比图。

由图 1 (a) 可以看到壳层区域的物态方程对大质量中子星 ( $M > 2.0 M_{\odot}$ ) 的半径及中子星的最大质量没有显著的影响; 图 1 (b) 表明内核区域的物态方程不影响小质量中子星 ( $M < 0.2 M_{\odot}$ ) 的性质。为了进一步探究中子星物质的核层区域的物态方程对中子星性质的局域性影响, 我们将内核区域的物态方程进行更为细致的分段: 分别为  $0.5 \sim 2\rho_0$ ,  $2 \sim 4\rho_0$ ,  $4 \sim 6\rho_0$ ,  $> 6\rho_0$  四个区域, 同样让对应密度的压强增加 20% 使之硬化, 让对应密度的压强减小 20% 使之软化, 由此计算得到对应密度的物态方程经硬化和软化后所支持的中子星质量半径关系, 如图 2 所示。

由图 2 可知  $0.5 \sim 2\rho_0$  和  $2 \sim 4\rho_0$  区域的物态方程都对典型质量 ( $1.4 M_{\odot}$ ) 中子星的半径有所影响, 且这两个

区域的物态方程对中子星的质量-半径关系曲线的斜率  $dM/dR$  也有一定的影响。我们以物态方程硬化为例来定量说明不同密度段物态方程的修改对中子星整体性质的影响。表 1 是各密度段物态方程硬化后的中子星质量、半径相关参数, 从表 1 可以看出典型中子星的半径受  $2 \sim 4\rho_0$  密度段物态方程的影响最大。而物态方程密度大于  $4\rho_0$  的部分主要决定中子星的最大质量, 其中  $4 \sim 6\rho_0$  区间的物态方程对中子星的最大质量有最为显著的影响, 而高密区域 ( $\rho > 6\rho_0$ ) 的物态方程主要影响中子星的最大质量, 对中子星半径无明显的影响作用。容易看出, 高密区域物态方程越硬, 其所能支持的中子星最大质量越高。如果未来的观测发现了更大质量的中子星, 显然, 这将要求高密度段的物态方程更硬。

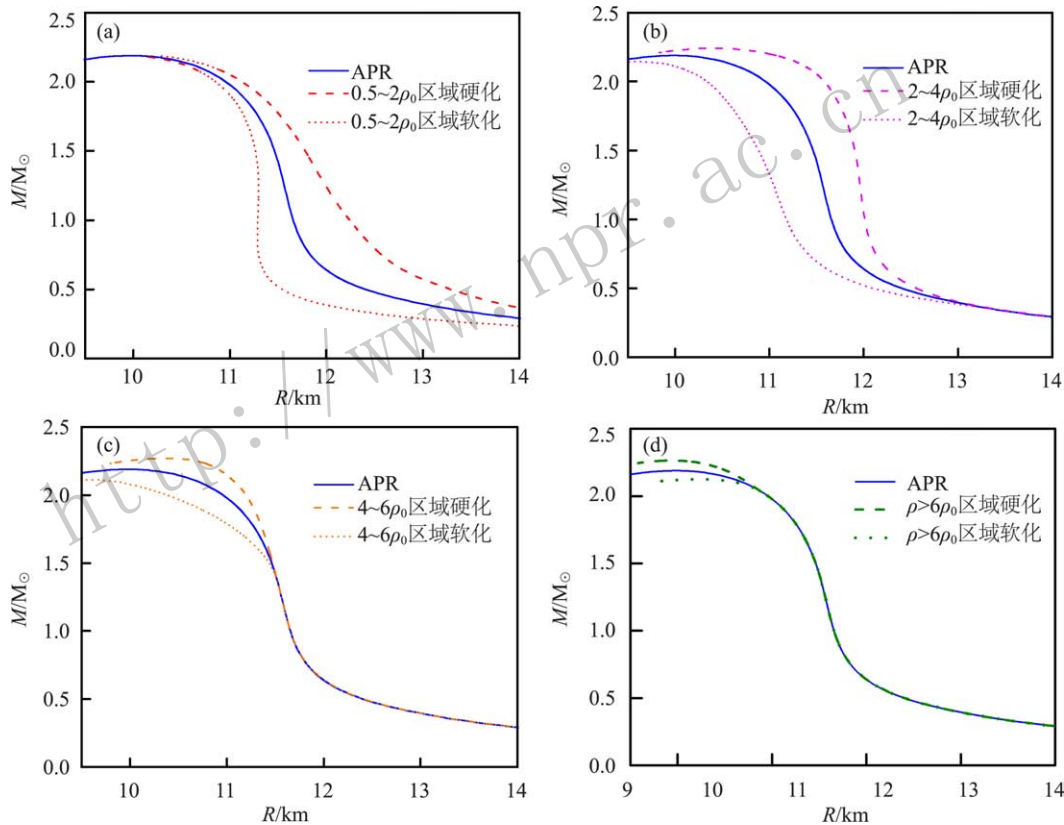


图 2 (在线彩图) APR 物态方程在  $0.5 \sim 2\rho_0$  (a)、 $2 \sim 4\rho_0$  (b)、 $4 \sim 6\rho_0$  (c)、 $> 6\rho_0$  (d) 四个区域修改前后得到的物态方程支持中子星的  $M$ - $R$  关系对比图

表 1 APR 物态方程的各区域经硬化后支持的中子星的最大质量  $M_{\max}$ , 典型中子星半径  $R_{1.4}$  及其增量与原物态方程的比值  $\Delta M_{\max}/M_{\max(0)}$ ,  $\Delta R_{1.4}/R_{1.4(0)}$ 。其中 APR 原物态方程所支持的中子星的最大质量, 典型中子星半径分别为  $M_{\max(0)} = 2.1884 M_{\odot}$ ,  $R_{1.4(0)} = 11.509 \text{ km}$

密度范围	$M_{\max}/M_{\odot}$	$R_{1.4}/\text{km}$	$\Delta M_{\max}/M_{\max(0)}$	$\Delta R_{1.4}/R_{1.4(0)}$
$0 < \rho < 0.5\rho_0$	2.188 97	11.570	0.001 8%	1.285 95%
$0.5\rho_0 < \rho < 2\rho_0$	2.190 05	11.860	0.055 7%	3.050 85%
$2\rho_0 < \rho < 4\rho_0$	2.241 66	11.931	2.415 0%	3.663 23%
$4\rho_0 < \rho < 6\rho_0$	2.270 38	11.513	3.725 3%	0.022 49%
$\rho > 6\rho_0$	2.264 70	11.509	3.466 2%	0.005 03%

### 3 当星体质量改变时, 中子星半径的变化趋势分析

在本节中, 我们将主要讨论中子星质量-半径关系曲线的斜率  $dM/dR$  与物态方程之间的关系, 据此进一步分析不同密度段物态方程与中子星整体性质之间的关联。另一方面,  $dM/dR$  也可直观反映在含有中子星的双星吸积过程中, 其中子星从其伴星吸积物质时质量累积随半径的变化关系。例如, 在  $|dM/dR|$  最大值点对应的中子星, 吸积过程中中子星质量增加很大也将仅仅导致中子星半径略微增大。为了探究不同的物态方程的特征对中子星性质的影响, 本文将采用 APR、MDI<sub>x-1</sub><sup>[15]</sup> 两组典型的中子星物态方程以及典型偏软物态方程 Soft EOS<sup>[16]</sup> 和偏硬物态方程 Stiff EOS<sup>[16]</sup> 进行定量研究, 这些物态方程如图 3 所示。从图 3 可以看到不同模型下的物态方程在饱和密度以下差别不大, 饱和密度以上尤其是高密部分的物态方程存在很大的差异性, 这种差异对中子星的性质将产生很大的影响。

图 4 分别画出了以上物态方程所支持的中子星的  $M-R$  关系(a),  $dM/dR-R$  关系(b),  $M-\rho$  关系(c), 以及声速 ( $v_s = \sqrt{dP/d\rho}$ ) 随密度的变化关系(d)。从

图 4(a) 可以看到,  $4\rho_0$  以下的物态方程越硬, 所支持的典型质量中子星的半径就越大。对比四组物态方程  $dM/dR-R$  关系(见图 4(b)), 可以看到: (1) 物态方程 APR 和 MDI<sub>x-1</sub> 给出的中子星在整个密度区域内  $dM/dR$  是单值变化的, 即一个半径值对应唯一一颗确定质量的中子星(更直观地反映在图 4(a)), 同时可

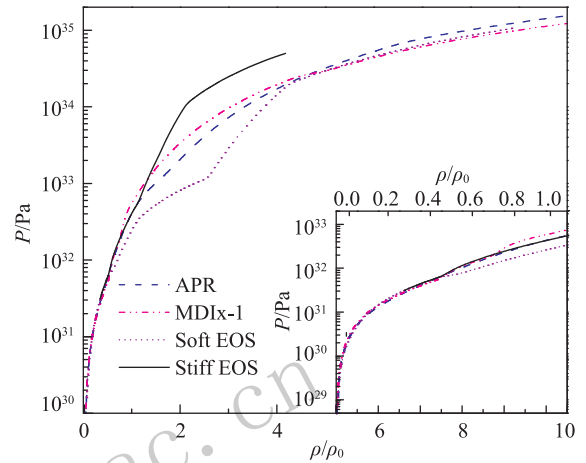


图 3 (在线彩图) APR、MDI<sub>x-1</sub> 及 Soft EOS 和 Stiff EOS 四组物态方程  
插图为密度范围为约  $0\sim 1\rho_0$  的物态方程。

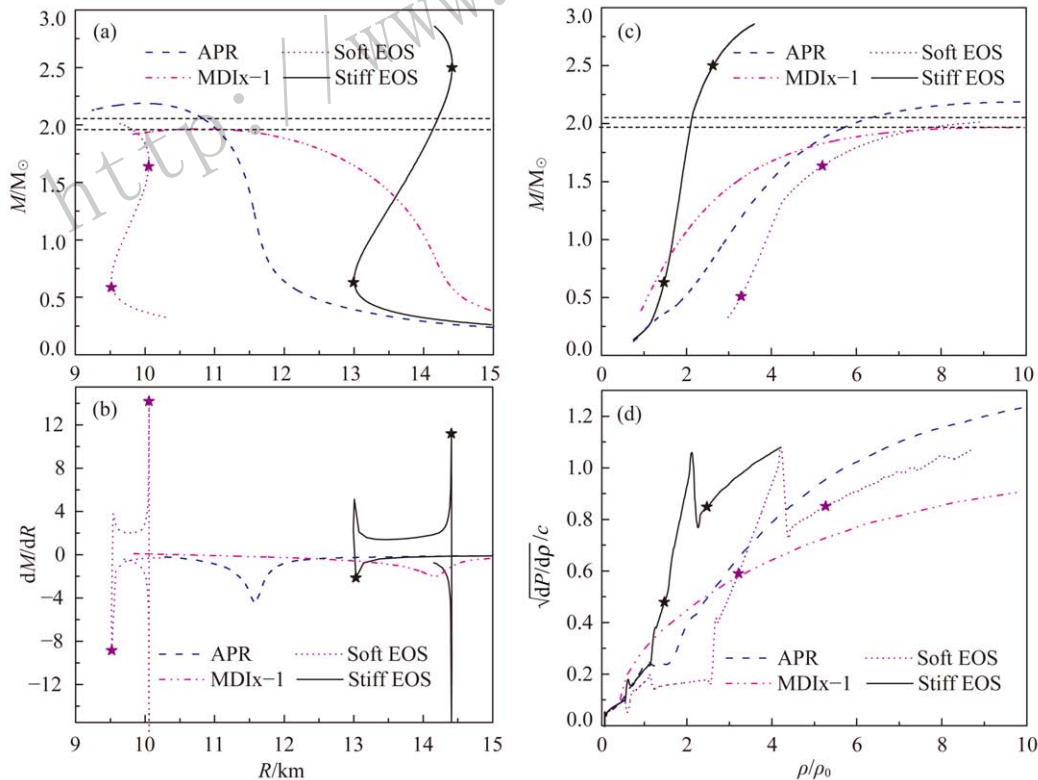


图 4 (在线彩图) 以上四组物态方程所支持的中子星的  $M-R$  关系(a)、 $dM/dR-R$  关系(b)、 $M-\rho$  关系(c) 及其物态方程声速关于密度的关系  $\sqrt{dP/d\rho} - \rho$  (d)  
为了便于分析, 其中紫色五角星和黑色五角星分别标记了 Soft EOS 和 Stiff EOS 物态方程给出的中子星序列(a) 中拐点在其它几组图中的对应位置; 图(a)、(b)的平行虚线标记了目前观测到的中子星最大质量  $(2.01\pm 0.04) M_\odot$ 。

以看到它们分别只有一个  $dM/dR$  极值点。极值点的物理含义可以解读为——在这一点对应的中子星，如果增加(或减少)一定的星体质量，其引起的星体半径的改变是最小的。物态方程 APR 和 MDI<sub>x-1</sub> 给出的稳定的中子星序列中，半径随星体质量的增加单调地减小(其中物态方程 APR 和 MDI<sub>x-1</sub> 在最左端给出的中子星序列，由于违反星体稳定性条件 ( $dM/d\rho > 0$ )，属于非稳定存在的星体)。因此其  $dM/dR$  关于  $R$  的变化是一条恒小于零的曲线。(2) 对于软物态方程的代表 Soft EOS 和硬物态方程的代表 Stiff EOS，其对应中子星的星体质量关于半径的关系不是单值的，即同一物态方程给出的两个不同质量的中子星可以具有相同的半径。反映在  $dM/dR-R$  关系图中，就是其  $dM/dR$  曲线存在多个极值点。为了更清楚地反映 Soft EOS 和 Stiff EOS 两组物态方程对应中子星  $dM/dR$  随星体半径变化曲线(图 4(b)) 极值点(拐点)的对应关系，我们在图 4 中的四幅小图中分别标注了对应的极值点位置。

从上面的分析容易看出，这四组物态方程给出的中子星序列(图 4(a)) 具有两种不同的特征：一种是半径随星体质量的增加单调地减小(APR 和 MDI<sub>x-1</sub> 物态方程)；一种是存在两个拐点，既有半径随星体质量增加而增加的情形，也有半径随星体质量增加而减小的情形。为什么会出现这两种截然不同的中子星序列呢？显然，引起这种差别的根本原因在于物态方程。因此我们可以利用图 3 和图 4(d) 来分析原因。从这两幅图容易看出，在低密度段(约 1 倍饱和和核密度以下，大致对应中子星的壳层物质)，几组物态方程的差别不明显，即这部分物质的物态方程不是造成上述差别的主要原因。而在约 1~4 倍饱和和核密度区间，无论是物态方程本身，还是其声速随密度的变化关系，物态方程 APR 和 MDI<sub>x-1</sub> 与物态方程 Soft EOS 和 Stiff EOS 都存在明显的差别。根据前面的分析，我们知道 2 倍饱和和核密度附近的物态方程对中子星的半径影响最大，而恰好在这个密度点附近，物态方程 Soft EOS 和 Stiff EOS 与另两个物态方程相比明显偏硬或偏软。因此，我们可以定性地讲，造成物态方程 Soft EOS 和 Stiff EOS 与物态方程 APR 和 MDI<sub>x-1</sub> 对应的中子星序列中，其半径随星体质量的变化趋势迥异的根本原因是在于约 1~4 倍饱和和核密度区间内两组物态方程的差异，特别是在 2 倍饱和和核密度附近物态方程的差异。从图 4(c) 可以看出，四组中子星序列的主要部分 ( $0.5 \sim 2 M_{\odot}$ ) 其中心密度大约在 1~6 倍饱和和核密度之间。当一种物态方程对应的中子星序列中，随着中心密度的增加，星体的质量肯定是随之增加的。但半径是随之增加(或减少)却会因物态方

程而异。从前面的分析我们可以看出，这种差别是来源于星体的内核物质物态方程的软硬程度，特别是 2 倍饱和和核密度附近的软硬。

## 4 结论

本文通过人为修改典型物态方程 APR 部分密度段的软硬，探索不同密度段物态方程对中子星整体性质(例如质量和半径)的影响，研究结果进一步确认了中子星在某一个密度范围的物态方程可以决定中子星的某些宏观性质。例如 2 倍饱和和核密度附近的物态方程软硬对典型质量的中子星半径有显著影响，而高密度段物质的物态方程主要是对中子星的最大质量有决定性影响。我们还计算和分析了四组典型物态方程下中子星的质量-半径曲线特征以及其斜率 ( $dM/dR$ ) 随半径的变化关系，通过与相应物态方程描述的中子星物质的声速进行对照分析，寻找星体质量、半径对物态方程的依赖性，发现中子星的半径以及其半径随星体质量变化的趋势主要由 1~4 倍饱和和核密度区间的物态方程决定。

## 参考文献:

- [1] OPPENHEIMER J R, VOLKOFF G M. *Physical Review*, 1939, **55**: 374.
- [2] TOLMAN R C. *Physical Review*, 1939, **55**: 364.
- [3] MORRISON I A, BAUMGARTE T W, SHAPIRO S L, *et al.* *Astrophysical Journal*, 2004, **617**(2): L135.
- [4] LINDBLOM L. *Astrophysical Journal*, 1992, **398**(2): 569.
- [5] OZEL F, FREIRE P. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 2016, **54**: 401.
- [6] ANTONIADIS J, WHELAN D G. *Science*, 2013, **340**(6131): 1233232.
- [7] LATTIMER J M, PRAKASH M. *Astrophysical Journal*, 2000, **550**(1): 426.
- [8] OZEL F, PSALTIS D. *Phys Rev D*, 2009, **80**(10): 363.
- [9] HAENSEL P, POTEKHIN A Y, YAKOVLEV D G. *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure*[C]//Astrophysics and Space Science Library. Astrophysics and Space Science Library, 2006: 363.
- [10] LATTIMER J M. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 2012, **62**(1): 485.
- [11] XIAO Z, LI B A, CHEN L W, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2009, **102**(6): 062502.
- [12] FENG Z Q, JIN G M. *Phys Lett B*, 2010, **683**(2-3): 140.
- [13] XIE W J, ZHANG F S. *Phys Lett B*, 2013, **718**(4-5): 1510.
- [14] AKMAL A, PANDHARIPANDE V R, RAVENHALL D G. *Phys Rev C*, 1998, **58**(3): 1804.
- [15] WEN Dehua, LI Bao'an, PLAMEN G. *Phys Rev C*, 2009, **80**(2): 801.
- [16] HEBELER K, LATTIMER J M, PETHICK C J, *et al.* *Astrophysical Journal*, 2013, **773**(1): 773.

# Imprint on the Neutron Star Global Properties by Part of the Equation of State

ZHANG Na, WEN Dehua<sup>†</sup>

(*School of Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China*)

**Abstract:** Because of the complicacy of the interaction between the nucleon-nucleon for high density matters, up to now the equation of state (EOS) of the unsymmetrical high-density nuclear matter is still uncertain. In order to investigate the imprint on the global properties by some special part of the EOS, we designedly modify part of the EOS and explore the corresponding effect on the stellar properties, especially on the radius of the typical neutron star ( $1.4 M_{\odot}$ ) and the maximum stellar mass of the neutron star sequence for a given EOS. It is further proved by our calculation that the EOS around 2 times of the saturation nuclear density has an obvious imprint on the stellar radius of a typical neutron star. In addition, we also investigate the dependence of the mass-radius curve and its slope ( $dM/dR$ ) on the EOS. It is found that the slope ( $dM/dR$ ) is mainly determined by the EOS above the saturation nuclear density. In fact, the investigations above will provide some useful theoretical reference. This is expected to conversely constrain the EOS of dense matter by using the future astronomic observation data of neutron star.

**Key words:** neutron star; equation of state; mass-radius relation

<http://www.npr.ac.cn>

---

**Received date:** 13 May 2018; **Revised date:** 11 Jun. 2018

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11275073)

<sup>†</sup> **Corresponding author:** WEN Dehua, E-mail: [wendehua@scut.edu.cn](mailto:wendehua@scut.edu.cn).