

文章编号: 1007-4627(2017)04-0718-06

高 Q^2 电子原子核单举准弹性散射截面的计算方法

戴宏凯^{1,2}, 陈旭荣², 符彦飙¹

(1. 西北师范大学电子与物理工程学院, 兰州 730000;

2. 中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

摘要: 电子与原子核碰撞实验是通过中高能探针探测原子核结构的方法。本文提供了一个高 Q^2 单举准弹性电子原子核散射截面的计算方法, 此方法是基于核子-核子短程关联的经验公式与弱束缚近似下的氘核散射截面模型。在弱束缚近似下, 氘核可以看成是由近似自由质子与中子组成, 质子与中子的短程关联可以忽略, 氘核结构函数可以写成质子与中子结构函数线性组合, 从而可以得到氘核的散射截面。根据氘核散射截面以及短程关联的经验公式, 可以得到考虑短程关联的原子核 $A > 2$ 的散射截面。我们将计算得到的散射截面与已有的实验和及 Bosted 拟合方法的结果比较, 发现本文的方法在大 x 和 $Q^2 > 2 \text{ GeV}^2$ 区域得到的结果与实验结果符合得较好并且对于一些重原子核, 尤其是 ^4He 核, 明显优于 Bosted 方法的结果。

关键词: 电子原子核准弹性散射; 核子-核子短程关联; 弱束缚近似

中图分类号: O571.42 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.04.718

1 引言

电子与原子核散射可以分为弹性散射、深度非弹性散射 (Deep Inelastic Scattering, DIS) 和准弹性散射 (Quasi-Elastic Scattering, Q.E.) 3 个区域。若电子的能量转移足够大, 电子与原子核发生 DIS 过程, 电子将原子核中的核子击碎。若电子的能量转移较小, 电子原子核散射就发生在 Q.E. 区域, 在此过程中, 电子与原子核中的核子交换虚光子从而将原子核击碎成几个原子核。实验上, 在 Q.E. 和 DIS 区域都观测到了散射峰。

Q.E. 实验是研究原子核结构的手段之一, 电子原子核 Q.E. 反应已经从实验上^[1-14] 和理论上^[15-24] 研究了多年。最为广泛应用的原子核非弹性散射方法是平面波脉冲近似 (Plane Wave Impulse Approximation, PWIA)。此方法是基于虚光子探针分辨率 $1/|\vec{q}|$ 足够小和击出核子与反弹原子核无末态相互作用 (Final State Interactions, FSIs) 两条假设, 通过电子与核子的非弹性散射构建电子与原子核的非弹性散射。斯坦福直线加速器中心 (Stanford Linear Accelerator Center, SLAC) 和美国杰弗逊国家实验室 (Jafferson Laboratory, JLab) 使用高能电子束流轰击原子核, 分别进行了大量的单举实验测量不同原子核的 Q.E. 截面。布鲁克海文国家实验室 (Brookhaven National Laboratory, BNL) 和 JLab 还进行了遍举 Q.E. 实验进一步研

究原子核的结构。文献[16-21]已经计算并比较了已有原子核非弹性散射实验数据。

核子间短程关联 (Short-Range Correlations, SRCs) 是在 Q.E. 过程发现的一种超平均场理论的现象。BNL^[1] 和 JLab^[2] 先后进行了 $^{12}\text{C}(p,p'pn)$ 和 $^{12}\text{C}(e,e'pp)$ 实验, 发现击出核子动量存在大于费米动量 ($p > k_f$) 的情况并且通常伴随着击出两个“背靠背”的核子。这一现象说明了核子间不仅取决于长程相互作用, 而且与短程力有关。除了进行遍举实验, 文献[3-5]分析 SLAC 和 JLab 的 $A(e,e')$ 单举实验数据, 在双核子击出区域 (Bjorken 变量 $x > 1.4$) 发现标量 $a_2 = 2\sigma_A/A\sigma_d$ 有一个平台, 其中 σ_A 和 σ_d 分别表示质量数为 A 的原子核和氘核的散射截面。文献[15]试图用 PWIA 和 FSIs 修正的 PWIA 方法解释这个平台的出现, 但并不能得到较好的结果^[6], 因此 SRCs 被作为新的核物理效应。标量 a_2 的平台发生在 $x > 1.4$ 区域, 从而用来衡量原子核内核子-核子短程关联 (Nucleon-Nucleon Short Range Correlation, NN-SRC) 的强度。

Q.E. 区域的 SRCs 效应对研究原子核间的短程相互作用有重要的意义。在未来 JLab 将进行大 x 区域 Q.E. 实验, 理论计算 SRCs 修正重核单举 Q.E. 截面也具有重要的意义。本文第 2 节简要介绍在 PWIA 框架下计算氘核 Q.E. 截面的理论方法。第 3 节介绍计算 NN-SRCs 效应的经验公式, 并通过此经验公式计算原子核的 Q.E.

收稿日期: 2017-02-04; 修改日期: 2017-05-04

作者简介: 戴宏凯(1991-), 男, 福建宁德人, 硕士研究生, 从事核子结构与高能核物理研究; E-mail: daihk@impcas.ac.cn.

截面的方法。所得到的数值结果与总结分别在第4和第5节中阐述。

2 氘核准弹性散射

在PWIA方法下, 电子原子核Q.E.过程可以看成电子与原子核内各离壳($p^2 \neq M_N^2$)核子弹性散射过程的线性组合。由于核子间存在相互作用, 原子内核子并非独立的粒子, 其动量遵循谱函数的分布规律。对于氘核, 其束缚能约占氘核质量的0.1%, 故氘核内电子与离壳核子弹性散射可以看成是在壳($p^2 = M_N^2$)的过程。此近似称为弱束缚近似(Weak-Binding Approximation 简称WBA)。

如图1所示, 动量为 k 的电子 e 与氘核 d 中的质子 p 交换虚光子 γ^* , 电子的散射角为 θ , 则QCD标度分别为 $Q^2 = -q^2 = 4EE' \sin^2(\theta/2)$ 和 $x = Q^2/2M_N\nu$, 电子与氘核的非弹性散射截面可以写成

$$\begin{aligned} \sigma_d(x, Q^2) &\equiv \left(\frac{d^2\sigma}{dE'd\Omega} \right)_d \\ &= \sigma_M \left[\frac{2}{M_d} \tan^2 \frac{\theta}{2} F_1^d(x, Q^2) + \frac{1}{\nu} F_2^d(x, Q^2) \right], \end{aligned} \quad (1)$$

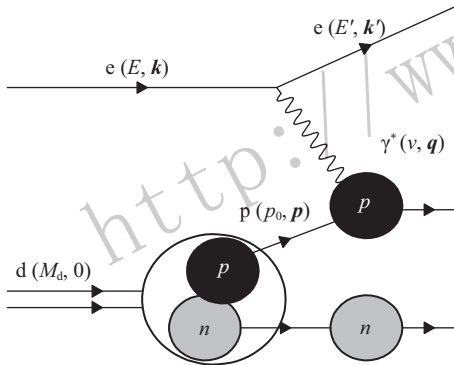


图1 电子与氘核Q.E.过程费曼图

其中 $\sigma_M = (4\alpha^2 E'^2/Q^4) \cos^2(\theta/2)$ 为Mott散射截面。 $F_1^d(x, Q^2)$ 和 $F_2^d(x, Q^2)$ 成为氘核的结构函数。在PWIA和WBA方法下, 氘核的结构函数可以表示成核子结构函数的线性组合^[16]:

$$\begin{aligned} xF_1^d(x, Q^2) &= \sum_N \left\{ \frac{1}{2} x f_{11}(x, \gamma) G_{MN}^2(Q^2) \right. \\ &\quad \left. + x f_{12}(x, \gamma) \left[\frac{G_{EN}^2(Q^2) + \tau G_{MN}^2(Q^2)}{1 + \tau} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$F_2^d(x, Q^2) = \sum_N x f_{22}(x, \gamma) \left[\frac{G_{EN}^2(Q^2) + \tau G_{MN}^2(Q^2)}{1 + \tau} \right], \quad (3)$$

其中 $\gamma^2 = 1 + 4M_N^2 x^2/Q^2$ 称为动力学因子, $\tau = Q^2/4M_N^2$, G_{EN} 和 G_{MN} 分别为核子的电形状因子和磁

形状因子, f_{ij} 称为弥散函数(smearing function), 可以通过氘核波函数计算得到^[22, 23]:

$$\begin{aligned} f_{ij}(y, \gamma) &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} |\psi_d(\mathbf{p})|^2 \left(1 + \frac{\gamma p_z}{M_N} \right) \times \\ &\quad C_{ij} \delta \left(y - 1 - \frac{\epsilon + \gamma p_z}{M_N} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 p_z 为纵向动量, $\epsilon = M_d - 2M_N - \frac{p^2}{2M_N}$ 为核子的能量, ψ_d 为氘核波函数, C_{ij} 分别为

$$\begin{aligned} C_{11} &= 1, \\ C_{12} &= (\gamma^2 - 1) \frac{p_\perp^2}{4y^2 M_N^2}, \\ C_{22} &= \frac{1}{\gamma^2} \left[1 + \frac{\gamma^2 - 1}{2y^2 M_N^2} (2p^2 + 3p_\perp^2) \right], \end{aligned} \quad (5)$$

其中 p_\perp 为横向动量, $p = \sqrt{p_0^2 - p^2}$ 为离壳核子四动量, $p_0 = M_d - \sqrt{M_N^2 - p^2}$ 为离壳核子能量。

3 核子核子短程关联与原子核散射截面

电子与原子核Q.E.过程中可能发生FSIs和SRCs过程。对于NN-SRC效应, 虚光子击中存在强排斥的核子关联对, 使得出射核子动量大于费米动量。然而PWIA方法并不能很好地解释这些过程的产生, 尤其是存在较多核子关联对的重核。为了得到计算重核的Q.E.截面, 我们需要做一些近似。在WBA方法下我们可以认为氘核中的NN-SRC可以忽略不计, 事实上氘核($a_2 = 1$)是最小存在SRCs的原子核。因此我们可以使用PWIA方法计算氘核的Q.E.截面, 从而通过 $A > 2$ 原子核的NN-SRC强度得到Q.E.截面。

文献^[25]给出了描述NN-SRC的一个标量。由于原子核内部核子间的核力对SRCs起主要贡献, 而原子核的结合能可以平均地描述核力的大小, 故考虑 a_2 与结合能 B 的关系。考虑到结合能中并不包含短程相互作用, 可能还有一些对NN-SRC没有贡献的核力。因此去除对结合能没有贡献的配对能:

$$B^{\text{Mod}}(A, Z) = B(A, Z) - \delta, \quad (6)$$

其中 $B(A, Z)$ 是原子核的结合能, δ 称为配对能。Bethe-Weizacker质量公式^[26]给出了配对能为 $\pm 12A^{1/2}$ MeV, 对于奇奇核取负号, 对于偶偶核取正号, 对于奇偶核取0。线性拟合 a_2 与 B^{Mod} 的关系, 拟合结果 $\chi^2/N_{df} = 1.4$ 给出了一个描述NN-SRC的标量并且给出了NN-SRC的经验公式^[25]:

$$a_2 = \frac{2\sigma_A(x, Q^2)}{A\sigma_d(x, Q^2)} = 0.496 \times \frac{B^{\text{Mod}}}{A \text{ MeV}} + 0.849, \quad (7)$$

其中 a_2 是标度 Q^2 和 x 无关的量。对于原子核 A 我们可以将其看成由一些类似氘核的核子关联对组成，其中 a_2 就是核内的关联强度。虚光子击中核内的核子关联对，故我们可以将原子核的截面写成：

$$\sigma_A(x, Q^2) = \frac{A}{2} a_2 \sigma_d(x, Q^2), \quad (8)$$

其中 a_2 和 σ_d 分别通过式 (7) 和式 (1) 得到。

4 数值结果

电子原子核 Q.E. 截面可以通过式 (8) 计算得到。计算过程中，截面与所选择的核子形状因子和氘核波函数

有关。如图 2 所示，我们使用 Kelly^[27] 的核子形状因子参数化表达式，这与 Arrington^[28] 和 Bosted^[29] 分别给出质子和中子的参数化表达式略有不同，但不影响结果。对于氘核波函数的计算，我们使用的是 CD-Bonn 势所得到的氘核波函数^[30]。CD-Bonn 势的特点是把一切可能的 2π 过程包括进来，换句话说其考虑了中程和短程相互作用。对于 DIS 区域，我们使用 Bosted 的参数化得到的截面^[19-21]，其拟合范围比较广，动力学 Q^2 从 0.2 到 5 GeV^2 ， x 覆盖 DIS 和 Q.E. 过程。Bosted 对于 Q.E. 过程的计算也采用了 WBA 近似，但是关联修正使用参数化形式，这使得其参数多于本文的方法。

为了消除 FSI 效应且达到 SRCs 效应产生的要求，

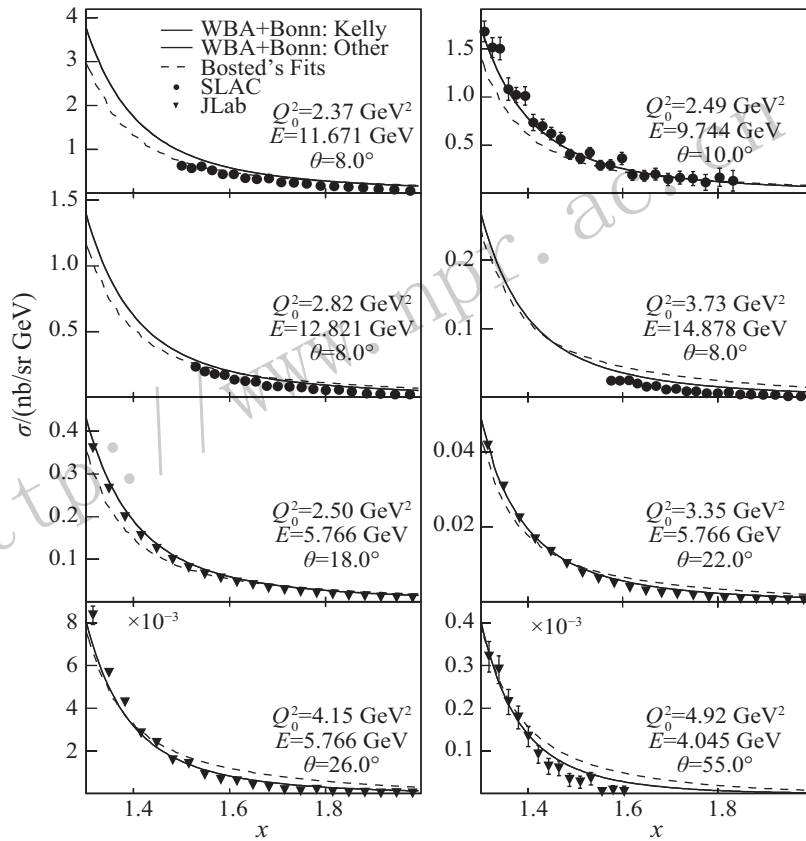


图 2 电子与氘核 Q.E. 截面随 Bjorken 变量的变化

实线表示使用 PWIA 方法、CD-Bonn 势^[30]和 Kelly^[27]形状因子得到的理论值。虚点线表示用 Arrington^[28]和 Bosted^[29]形状因子的理论值。虚线表示 P.Bosted 参数化的结果。变量 Q_0^2 表示 $x = 1$ 时 Q^2 的取值。我们选取 SLAC^[7, 9]和 JLab^[12, 14]部分氘核实验数据。

我们选择 SLAC^[7-11]和 JLab^[12-14]的电子原子核 Q.E. 实验数据。SLAC 进行了电子轰击 d, ^3He , ^4He , ^{12}C , ^{27}Al , ^{56}Fe 和 ^{197}Au 靶实验，其 Q^2 范围约大于 1 GeV^2 。JLab 进行了电子轰击 d, ^3He , ^4He , ^9Be , ^{12}C , ^{63}Cu 和 ^{197}Au 靶实验，其 Q^2 比 SLAC 要高一些。Q.E. 实验数据集我们能从文献^[24]中得到。图 2 中我们分别用不同的核子形状因子作出 WBA 的结果和实验

值，可以看出虽然所用的 G_{EN} 和 G_{MN} 不同，但在 Q.E. 区域对计算结果并没有很大的影响。我们还给出 Bosted 的拟合结果，可以看到 WBA 的结果和 Bosted 拟合的结果在高 Q^2 区域都和实验数据符合得较好。

通过式 (8) 我们分别做出了 ^3He 和 ^4He 散射截面计算结果与实验值，如图 3(a) 和 (b) 所示。对于 ^3He 核，本文的方法在 $Q^2 > 2 \text{ GeV}^2$ 处给出很好的结果。但是 Q^2

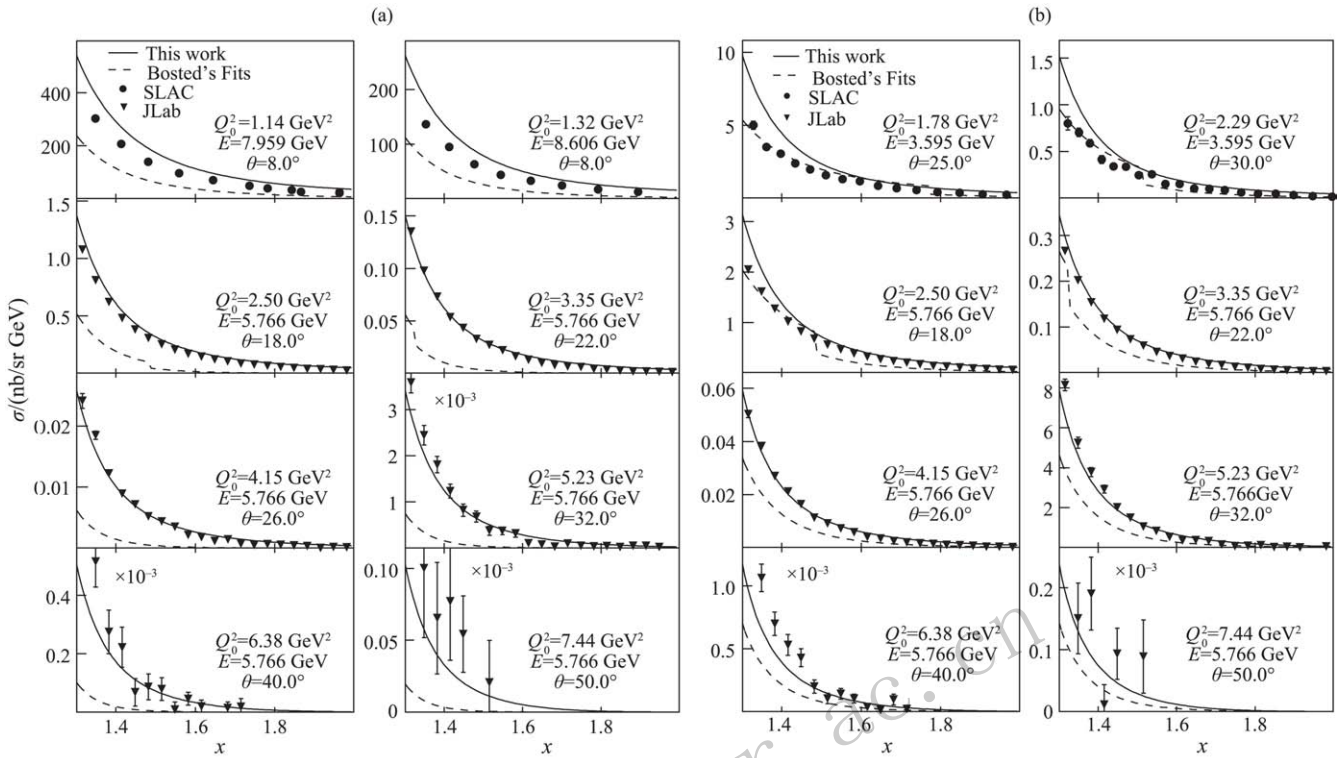


图 3 电子与 ^3He (a) 和 ^4He (b) 核 Q.E. 截面随 Bjorken 变量的变化
 实线表示使用 PWIA 方法、CD-Bonn 势^[30]和 Kelly^[27]形状因子得到的理论值。虚线表示 P.Bosted^[24]参数化的结果。变量 Q_0^2 表示 $x = 1$ 时 Q^2 的取值。我们选取 SLAC^[10] 和 JLab^[14] 部分 ^3He 核实验数据以及 SLAC^[11], JLab^[14] 的部分 ^4He 实验数据。

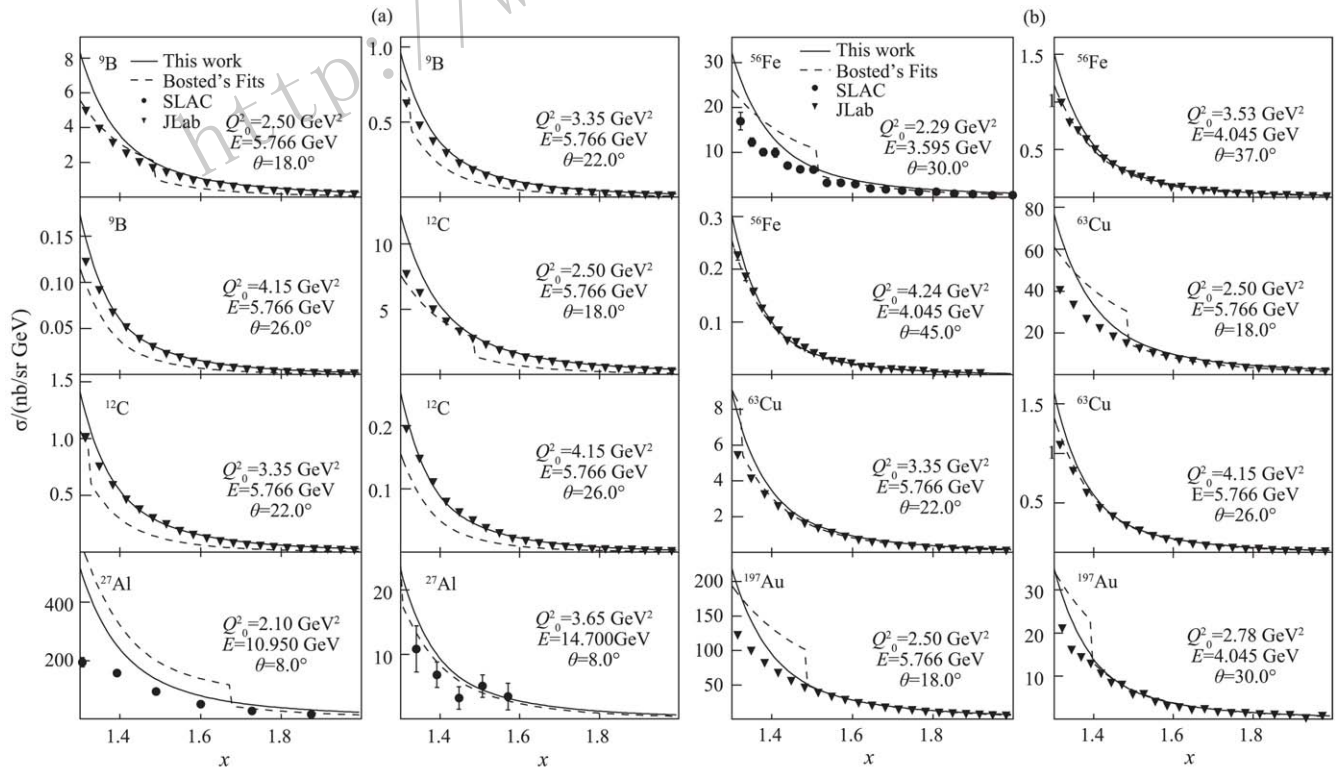


图 4 电子与其余原子核 Q.E. 截面随 Bjorken 变量的变化, 其余同图 3
 我们选取 ^9Be (JLab^[14]), ^{12}C (JLab^[14]), ^{27}Al (SLAC-E121 实验), ^{56}Fe (SLAC^[11], JLab^[12]), ^{63}Cu (JLab^[14]) 和 ^{56}Fe (JLab^[12, 14]) 的部分实验数据。

在 1.14 和 1.32 GeV^2 处截面高于实验值, 这是因为在 $Q^2 < 2 \text{ GeV}^2$ 时 NN-SRC 效应并不明显。而 Bosted 参数化得到 ^3He 的 Q.E. 截面与实验值相差较大。对于 ^4He 核, 本文的方法和 Bosted 拟合都得到了较好的结果。本文的方法在 $Q^2 < 2 \text{ GeV}^2$ 也同样存在高于实验值的问题。Bosted 方法与 SLAC 低 Q^2 的结果与实验一致好, 而在高 Q^2 处不是很好, 这是因为 Bosted 拟合没有使用最新 JLab 实验^[14]的结果。图 4 中我们列出了其余已有实验数据的原子核的散射截面。由于 SLAC 的数

据 Q^2 较低, 本文的计算方法并不能很好地得到散射截面。这说明我们的方法对大 Q^2 区域更加适用。

近几年, JLab 在 Hall-A 上进行 E08-015 实验使用束流能量 E 为 3.356 GeV 电子束流轰击 ^3He 、 ^4He 、 ^{12}C 、 ^{40}Ca 和 ^{48}Ca 靶, 并测量散射角 θ 为 21° 、 23° 、 25° 和 28° 的末态电子^[31]。在未来, JLab 还会进行 ^3H 和 ^3He 靶实验^[32], 其中 Q^2 大于 1 GeV^2 的 E 和 θ 分别为 4.400 GeV 和 17° 、 19° 。基于此, 我们对上述实验过程进行了理论预言。我们的计算结果如图 5 所示。

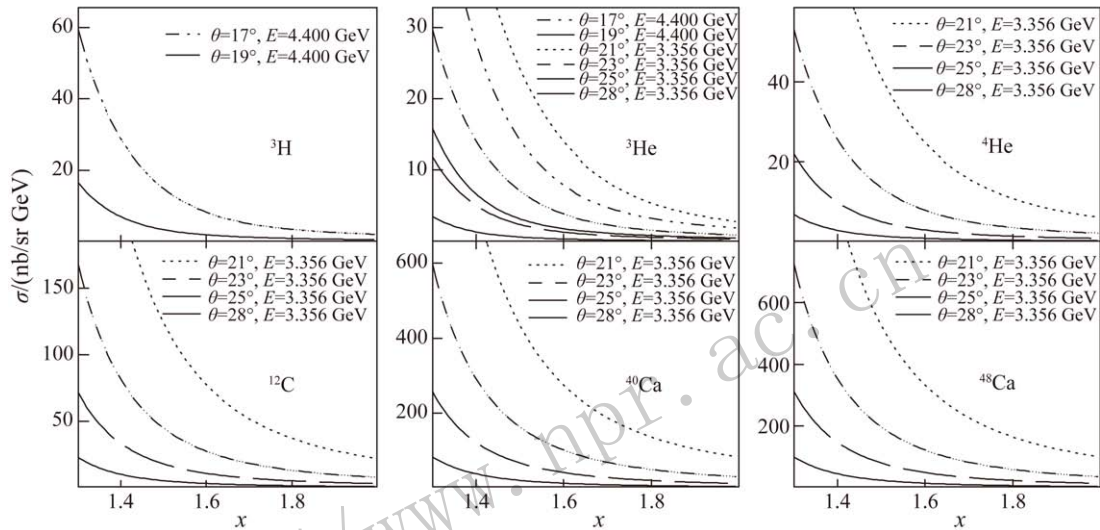


图 5 电子与 ^3H 、 ^3He 、 ^4He 、 ^{12}C 、 ^{40}Ca 和 ^{48}Ca 大 x 区域 Q.E 截面的预言
电子束流 $E = 3.356 \text{ GeV}$ 为 E08-015 实验^[31], 电子束流 $E = 4.400 \text{ GeV}$ 为 JLab(PR12-11-112) 实验^[32]。

5 讨论与总结

本文利用 WBA 近似计算氦核 Q.E. 截面, 再通过 NN-SRC 经验公式计算 $A > 2$ 原子核的 Q.E. 截面。在 WBA 近似下氦核内的核子间的相互作用可以忽略, 故 PWIA 方法可以近似的描述电子氦核 Q.E. 过程。对于 $A > 2$ 原子核我们通过 NN-SRC 修正核内的核子关联。这使得本文的方法适用于高 $Q^2 (> 2 \text{ GeV}^2)$ 和较大 x ($1.4 < x < 2$) 区域。通过比较实验结果和 Bosted 拟合结果, 本文的方法给出了较好的结果, 尤其在高 Q^2 区域与 JLab 的实验值符合地很好。

电子与原子核 Q.E. 过程可能会产生 SRCs、FSIs、MECs 等效应, 这些过程相互影响使得只考虑其中一种效应不能得到满意的结果。本文考虑了重核的 NN-SRC 效应, 但原子核更多的细节需要进一步研究。

参考文献:

- [1] TANG A, WATSON J W, ACLANDER JAIME L S, *et al.* Phys Rev Lett, 2003, **90**: 042301.
- [2] SHNEOR R, MONAGHAN P, SUBEDI R, *et al.* Phys Rev Lett, 2007, **99**: 072501.
- [3] FRANKFURT L L, STRIKMAN M I, DAY D B, *et al.* Phys Rev C, 1993, **48**: 2451.
- [4] EGIYAN K S, DASHYAN N B, SARGSIAN M M, *et al.* Phys Rev Lett, 2006, **96**: 082501.
- [5] FOMIN N, ARRINGTON J, ASATURYAN R, *et al.* Phys Rev Lett, 2012, **108**: 092502.
- [6] EGIYAN K S, DASHYAN N, SARGSIAN M, *et al.* Phys Rev C, 2003, **68**: 014313.
- [7] SCHUTZ W P, ARNOLD R G, CHERTOK B T, *et al.* Phys Rev Lett, 1977, **38**: 259.
- [8] ROCK S, ARNOLD R G, CHERTOK B T, *et al.* Phys Rev C, 1982, **26**: 1592.
- [9] ROCK S, ARNOLD R G, BOSTED P E, *et al.* Phys Rev D, 1991, **46**: 24.
- [10] DAY D B, MCCARTHY J S, SICK I, *et al.* Phys Rev Lett, 1979, **43**: 1143.
- [11] DAY D B, MCCARTHY J S, MEZIANI Z E, *et al.* Phys Rev C, 1993, **48**: 1849.
- [12] ARRINGTON J, ARMSTRONG C S, AVERETT T, *et al.* Phys Rev Lett, 1999, **82**: 2056
- [13] ARRINGTON J. Inclusive Electron Scattering From Nuclei

- at $x > 1$ and High Q^2 [D]. Pasadena: California Institute of Technology, 2006.
- [14] FOMIN N, ARRINGTON J, DAY D B, *et al.* Phys Rev Lett, 2010, **105**: 212502.
- [15] BENHAR O, FABROCINI A, FANTONI S, *et al.* Phys Lett B, 1995, **343**: 47.
- [16] ETHIER J J, DOSHI N, MALACE S, *et al.* Phys Rev C, 2014, **89**: 065203.
- [17] CIOFI DEGLI ATTI CLAUDIO, LIUTI S, Phys Lett B, 1989, **225**: 215.
- [18] CIOFI DEGLI ATTI CLAUDIO, DAY D B, LIUTI S. Phys Rev C, 1992, **46**: 1045.
- [19] BOSTED P E, CHRISTY M E. Phys Rev C, 2008, **77**: 065206.
- [20] BOSTED P E, MAMYAN V. arXiv:nucl-ex/1203.2262.
- [21] BOSTED P E. Peter Bosted's Fits. [2017-04-26]. <https://userweb.jlab.org/bosted/fits.html>.
- [22] KULAGIN S A, PETTI R. Nucl Phys A, 2006, **765**: 126.
- [23] KAHN Y, MELNITCHOUK W, KULAGIN S A. Phys Rev C, 2009, **79**: 035205.
- [24] BENHAR O, DAY D B, SICK I. Rev Mod Phys, 2008, **80**: 189; <http://faculty.virginia.edu/qes-archive>.
- [25] HONGKAI DAI, RONG WANG, HUANG YIN, *et al.* Phys Lett B, 2017, **769**: 446.
- [26] HEYDE K. Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics[M]. Bristol: IOP, 1999, 213.
- [27] KELLY J J. Phys Rev C, 2004, **70**: 068202.
- [28] ARRINGTON J, MELNITCHOUK W, TJON J A. Phys Rev C, 2007, **76**: 035205.
- [29] BOSTED P E. Phys Rev C, 1995, **51**: 409.
- [30] MACHLEIDT R. Phys Rev C, 2001, **63**: 024001.
- [31] YE Zhihong. Short Range Correlations in Nuclei at Large x_{bj} through Inclusive Quasi-Elastic Electron Scattering[D]. Charlottesville: University of Virginia, 2013.
- [32] SOLVIGNON P, ARRINGTON J, DAY D B, *et al.* Precision Measurement of the Isospin Dependence in the 2N and 3N Short Range Correlation Region. [2017-01-05]. <http://hallaweb.jlab.org/collab/PAC/PAC38/Tritium-isospin.pdf>.

A Calculation Method of Inclusive Electron Nucleus Quasi-elastic Scattering Cross Section at High Q^2

DAI Hongkai^{1,2,1)}, CHEN Xurong², FU Yanbiao¹

(1. College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China;
2. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract: The electron nucleus collision experiments are approaches measuring the structure of nuclei by using intermediate and high energy probe. This paper shows a calculation method of inclusive electron nucleus quasi-elastic scattering cross section at high Q^2 which based on a empirical formula of Nucleon-Nucleon Short Range Correlation (NN-SRC) and a model of electron deuteron quasi-elastic cross section in Weak-Binding Approximation (WBA). In WBA, the deuteron can be regarded as the combination of quasi-free proton and neutron and the short range correlation between them can be ignored. Therefore the structure function of deuteron can be written as the linear combination of that of proton and neutron, then one can get the cross section of deuteron. According to the cross section of deuteron and the empirical formula, one can obtain the cross section of nuclei $A > 2$ which considers NN-SRC effect. We compare our calculation results with existing experiments and the results calculated by Bosted's fit method, then find that our results match the experiments at high x and $Q^2 > 2 \text{ GeV}^2$ and better significantly than the Bosted's results for some heavier nucleus, especially ^4He .

Key words: electron nucleus quasi-elastic scattering; Nucleon-Nucleon short range correlation; Weak-Binding Approximation

Received date: 4 Feb. 2017; Revised date: 4 May 2017

1) E-mail: daihk@impcas.ac.cn.