

文章编号: 1007-4627(2017)02-0154-04

$p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应中同位素产生截面的规律现象

许景丽, 马春旺[†]

(河南师范大学粒子物理与原子核物理研究所, 河南 新乡 453007)

摘要: 提出一个经验公式, 预测散裂反应中同位素产生的截面值, 并且利用现有 GSI-FRS 实验测量的 300, 500, 750, 1000 和 1500 MeV/u 能量下 $p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应产物的实验结果进行验证。发现此经验公式预测的同位素截面值与实验值的符合度比较好, 但随着质量数与能量的改变, 同位素产生截面的计算值与实验值的差距也在变大。通过引入质量与能量修正可使此经验公式计算出的同位素截面值的精确度更高, 与实验值的符合程度更好。

关键词: 散裂反应; 正电子放射性核素; 质子治疗; 经验公式; 能量修正; 质量修正

中图分类号: O571.42 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.34.02.154

1 引言

散裂反应是利用具有几百兆电子伏特每核子 (MeV/u) 能量的轻粒子炮弹, 如质子、中子和 α 粒子等, 轰击大质量靶原子核的一种反应类型, 散裂反应产生丰富的核素品种, 例如丰质子核和丰中子核。把质子或者 ^{12}C 通过加速器加速到 20 MeV/u 至 1 GeV/u 的能量对肿瘤部位进行放射性照射^[1], 在肿瘤部位形成布拉格能量沉积峰并将能量精确地沉积在肿瘤部位, 为患者提供一种新的治疗方式。质子与 ^{12}C 治疗能区核反应中重要正电子放射性核素的产生规律研究^[2]告诉我们, 主要为质子与人体主要核素 ^{12}C 、 ^{14}N 、 ^{18}F 和 ^{40}Ca 等反应产生半衰期在分钟以上量级的正电子放射性核 (positron emission nucleus, PEN)^[3-6], 便于正电子成像 (positron emission computed tomography, PET) 对治疗照射的监控^[7, 8]。反应中质子与 ^{12}C 所引发的反应主要包括敲出反应、散裂反应等剧烈反应。但是研究人体主要元素与质子和 ^{12}C 反应中产生 PEN 核的反应道时, 一些关键反应道的精确数据并不全面, 目前理论研究中尚缺少有效的理论模型来研究散裂反应。最近 Schmitt 等^[9]提出了 SPACS 参数化经验公式, 可以很好地预测散裂反应中产生的同位素截面, 但在 SPACS 参数化公式中使用了 40 多个参数, 这使得使用非常复杂。在本文中, 提出一种较为简单的经验公式, 通过分析在 300, 500, 750, 1000 和 1500

MeV/u 能量下 $p+^{56}\text{Fe}$ 中测量的散裂反应产生的同位素截面, 预测在其他入射能量下产生的同位素截面。第 2 节为经验公式的提出。第 3 节将本工作中预测得出的同位素的截面与实验结果进行比较以及对预测结果进一步的修正。总结在第 4 节给出。

2 研究方法

在两个散裂反应 $p+^{A_1}\text{Z}_1(\text{R}_1)$ 和 $p+^{A_2}\text{Z}_2(\text{R}_2)$ 但反应能量不同的两个系统中, 有同位素 X_1 产生的截面分别为 $\sigma_{\text{X}_1}^{\text{R}_1}$ 和 $\sigma_{\text{X}_1}^{\text{R}_2}$ 。对于另一个同位素 X_2 , 在 R_1 中, $\sigma_{\text{X}_2}^{\text{R}_1}$ 的值是已知的, 而在 R_2 中, $\sigma_{\text{X}_2}^{\text{R}_2}$ 的值未知。同位素的截面一般遵循下列关系:

$$\sigma = C \exp \left[\frac{\langle B' - 8 \rangle}{\tau} \right], \quad (1)$$

其中 $B' = B - \varepsilon_p/A$, B 和 ε_p 分别为结合能和对能, C 和 τ 为自由参数。在反应 R_1 中,

$$a^{\text{R}_1} = \frac{\sigma_{\text{X}_1}^{\text{R}_1}}{\sigma_{\text{X}_2}^{\text{R}_1}} = \frac{C_{\text{X}_1}^{\text{R}_1}}{C_{\text{X}_2}^{\text{R}_1}} \exp \left[\frac{\langle B_{\text{X}_1}^{\text{R}_1} - 8 \rangle}{\tau_{\text{X}_1}^{\text{R}_1}} - \frac{\langle B_{\text{X}_2}^{\text{R}_1} - 8 \rangle}{\tau_{\text{X}_2}^{\text{R}_1}} \right]. \quad (2)$$

同位素遵从相似的同位素标度现象, 假定 $C_{\text{X}_1}^{\text{R}_1} = C_{\text{X}_2}^{\text{R}_1}$ 和 $\tau_{\text{X}_1}^{\text{R}_1} = \tau_{\text{X}_2}^{\text{R}_1}$, 那么,

收稿日期: 2016-11-10; 修改日期: 2017-03-15

基金项目: 河南师范大学优秀青年培育基金(154100510007); 河南省自然科学基金(162300410179)

作者简介: 许景丽(1992-), 女, 河南驻马店人, 从事粒子物理与原子核物理工作; E-mail: xujingli43@126.com

[†] 通信作者: 马春旺, E-mail: machunwang@126.com。

$$a^{R_1} = \frac{\sigma_{X_1}^{R_1}}{\sigma_{X_2}^{R_1}} = \exp \left[\frac{\langle B_{X_1}^{R_1} - 8 \rangle - \langle B_{X_2}^{R_1} - 8 \rangle}{\tau^{R_1}} \right], \quad (3)$$

对于第二个反应 R_2 ,

$$a^{R_2} = \frac{\sigma_{X_1}^{R_2}}{\sigma_{X_2}^{R_2}} = \exp \left[\frac{\langle B_{X_1}^{R_2} - 8 \rangle - \langle B_{X_2}^{R_2} - 8 \rangle}{\tau^{R_2}} \right]. \quad (4)$$

假设 $B_{X_1}^{R_1} = B_{X_1}^{R_2}$ 和 $B_{X_2}^{R_1} = B_{X_2}^{R_2}$, 得到 $a^{R_1} = a^{R_2}$, 所以 $\sigma_{X_2}^{R_2}$ 可以定义如下:

$$\sigma_{X_2}^{R_2} = \frac{\sigma_{X_2}^{R_1} \sigma_{X_1}^{R_2}}{\sigma_{X_1}^{R_1}}. \quad (5)$$

用反应 R_1 作为参考反应, 反应 R_2 中同位素 X_1 的截面为参考截面, 公式(5)在这项工作中被用来预测没有实验数据的反应的截面。为了更好地理解理论过程并做出更好的预测, 进一步的修正将在本文第 3 部分给出。

3 结果与讨论

散裂反应是产生放射性核的一种重要方式^[9], 本节将利用 $p+^{56}\text{Fe}$ 在 300, 500, 750, 1000 和 1500 MeV/u 的散裂反应中测量的产物的截面验证上节的假设是否成立。2000 年, Villagrasa-Canton 等^[10] 利用德

国 GSI 研究所的同位素分离器 (FRagment Separator, FRs) 测量了在 300, 500, 750, 1000 和 1500 MeV/u 能量下 $p+^{56}\text{Fe}$ 的散裂反应产物, 并对产物的截面进行了高精度测量, 2007 年他们报道了 $p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应产生同位素产物的截面等结果。

在不同的能量系统下, 以 1500 MeV/u 能量下 $p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应为参考反应, ^{36}Ar 在 300, 500, 750, 1000 和 1500 MeV/u 能量下的截面为参考截面, 通过公式(5)可以预测除 1500 MeV/u 能量以外的同位素的截面为

$$\sigma' = \frac{\sigma_{X_2}^{R_1} \sigma_{36\text{Ar}}^{R_2}}{\sigma_{36\text{Ar}}^{R_1}}. \quad (6)$$

利用这组经验公式计算得出的 $Z = 14, 15, 17, 19, 21, 23$ 的同位素的截面值与实验值在图 1 中标绘, 其中实心为实验值, 空心为计算值。由图可知计算值与实验值的符合度比较好, 但随着质量数与能量的改变, 计算值与实验值的差距也在逐渐变大。因此若要使计算值的准确度更高, 需要对公式(6)进行质量与能量的修正。关于质量修正, 同位素的质量数在参考核的质量数 36 附近截面的计算值与实验值的差距很小, 但随着质量数的改变, 两者之间的差距也在变大。并且 $A_{X_2} \leq A_{\text{ref}}$ 时, 计算值比实验值偏大, 而 $A_{X_2} > A_{\text{ref}}$ 时, 计算值偏小。其中 A_{X_2} 为同位素的质量数, 其中 A_{ref} 为参考核 ^{36}Ar 的

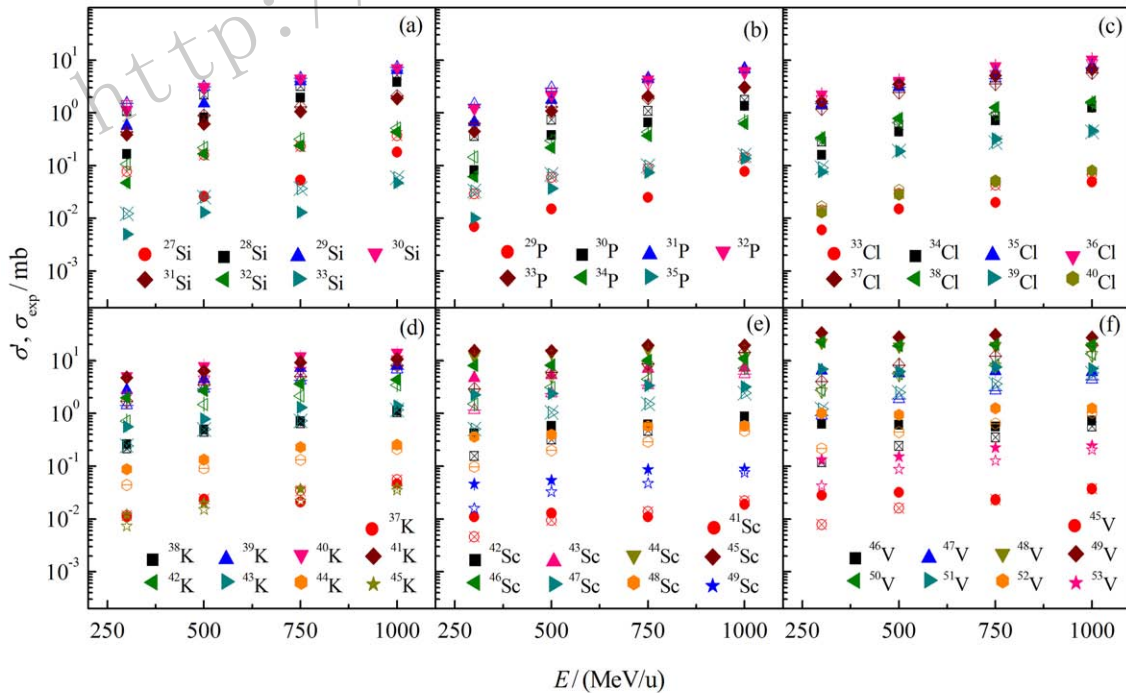


图 1 (在线彩图) $p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应中, 同位素产生截面的实验值(σ_{exp})和根据式(5)计算得出的结果(σ')的对比图, 实心为实验值(σ_{exp}), 空心为计算值(σ')

质量数, 针对此, 将质量数依赖引入公式(6)中,

$$\sigma_1 = \sigma' \times \left(\frac{A_{X_2}}{A_{\text{ref}}} \right), \quad (7)$$

A_{X_2}/A_{ref} 为质量修正, σ_1 为同位素 X_2 经过质量修正后的计算值。关于能量修正, 散裂反应中同位素的截面大小与入射能量相关, 由于我们选择以 1500 MeV/u 能量下的截面值为参考, 但是随着能量的变化, 实验值与计算值的差距也在变大。定义一个比值来讨论计算值与入射能量的依赖关系:

$$S = \frac{\sigma_{\text{exp}}}{\sigma_1}, \quad (8)$$

当同位素的质量数在 $A_{X_2} > A_{\text{ref}}$ 和 $A_{X_2} \leq A_{\text{ref}}$ 时, $S_{>}$ 和 $S_{<}$ 分别为在不同的能量下 S 的平均值。图 2(a) 展示了 $S_{>}$ 和 $S_{<}$ 对能量 E 的依赖性, 根据图 2(a) 中 S 随能量变化的拟合曲线, 结合公式(7)得出散裂反应中同位素的截面值与能量之间的依赖关系可以分为以下两种情况:

(1) 当 $A_{X_2} \leq A_{\text{ref}}$ 时, 同位素的截面值经过能量修正后为

$$\sigma = \sigma_1 \times \left[-1.151 \exp\left(\frac{-E}{377.899}\right) + 1.029 \right]; \quad (9)$$

(2) 当 $A_{X_2} > A_{\text{ref}}$ 时, 同位素的截面值经过能量修正后为

$$\sigma = \sigma_1 \times \left[3.327 \exp\left(\frac{-E}{319.719}\right) + 0.947 \right]. \quad (10)$$

公式(9)和(10)预测的同位素的截面值包括了对质量以及能量的修正。为了定量地评价计算值的可靠性, 经过质量修正与能量修正后计算得出的散裂反应中同位素的截面值与实验值的比值随能量的变化在图 2(b) 和 (c) 中标绘。在图 2(b) 和 (c) 中分别展示了氯的同位素 ^{33}Cl 到 ^{40}Cl 以及钙的同位素 ^{39}Ca 到 ^{47}Ca 的结果, 其中 $\sigma/\sigma_{\text{exp}}$ 的值集中在 1 上下。图 3 列出了 ^{23}Na 到 ^{25}Na

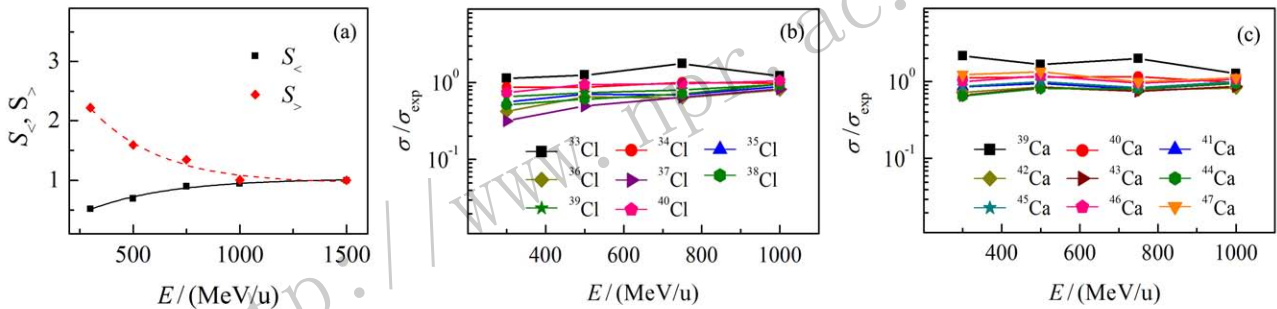


图 2 (在线彩图) $p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应中, (a) 中 $S_{>}$ 与 $S_{<}$ 分别为 $A_{X_2} > A_{\text{ref}}$, $A_{X_2} \leq A_{\text{ref}}$ 时不同能量下同位素产生截面的实验值与经过公式(7)得出的计算值的比值的平均值, 图(b)和(c)为经过质量与能量修正后利用公式(8)和(10)得出的计算值与实验值的比值分布

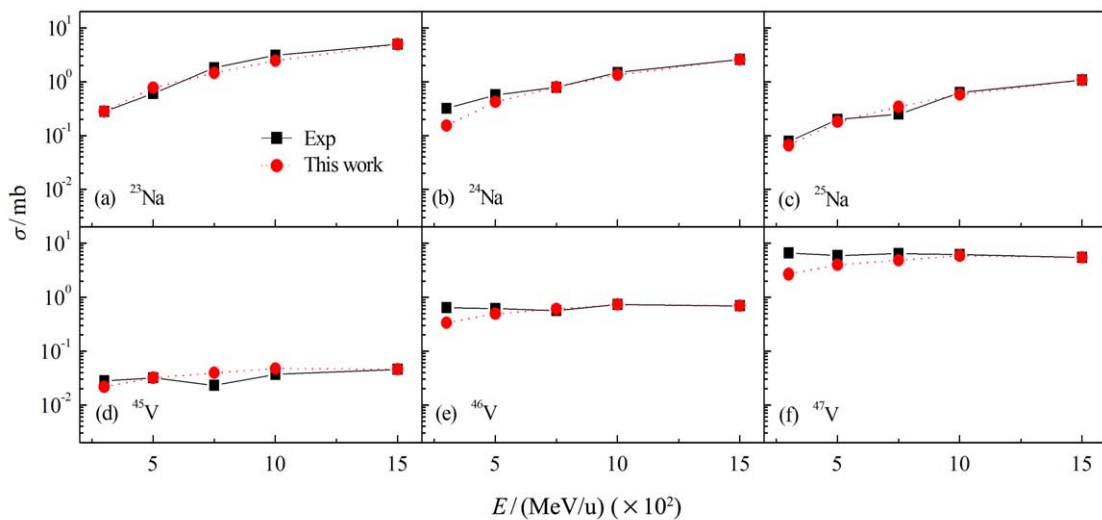


图 3 (在线彩图) $p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应中, 同位素产生截面的实验值与经过质量与能量修正后的计算值的对比图 黑色方框为实验值, 红色圆圈为计算值。

及 ^{45}V 到 ^{47}V 6 个核素的计算值与实验值的对比图。图 2(b), (c) 和图(3) 从不同的角度展示通过此经验公式计算得出的同位素的截面值与实验值的符合程度较好。

4 总结

本文研究了散裂反应中同位素产生截面的规律, 提出了一个经验公式预测散裂反应中同位素产生的截面, 并且利用现有 GSI-FRS 装置测量的 300, 500, 750, 1 000 和 1 500 MeV/u 能量下 $p+^{56}\text{Fe}$ 反应中同位素的截面结果进行了验证, 发现利用此经验公式得出的同位素的截面值与实验值的符合程度较好, 但是依然存在一些差异, 所以对经验公式进行了质量与能量的修正, 使结果更为完善。本文提出的经验公式选择的是对在不同能量系统下 $p+^{56}\text{Fe}$ 散裂反应中产生同位素的截面结果进行验证, $p+\text{Pb}/\text{Xe}$ 散裂反应的实验数据已被测量, 在下一步的工作中我们将推广到大系统中进行进一步验证, 考虑不同的反应系统对经验公式的影响。本工作对于散裂反应中某些缺失的同位素截面值的确定以及质子治疗能区核反应中重要正电子放射性核素的产生规律研究具有重要意义。

参考文献:

- [1] GUO Zhongyan, QI Huirong, XIAO Guoqing, *et al.* DAtomic Energy Science and Technology, 2006, **40**(Suppl.): 164. (in Chinese)
- [2] CHENG Ruixue, XU Jingli, MA Chunwang, *et al.* Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition). 2016(4): 010. (in Chinese)
(程瑞学, 许景丽, 马春旺, 等. 河南师范大学学报(自然科学版), 2016(4): 010.)
- [3] HE Shanzhen, WANG Shuxia, WANG Peng, *et al.* Nuclear Techniques, 2014, **37**(7): 080302. (in Chinese)
(何山震, 王淑侠, 王朋, 等. 核技术, 2014, **37**(7): 080302.)
- [4] HAN Tingting, DU Ming, ZHANG Xin, *et al.* Chin Clin Med Imaging, 2014, **25**(4): 243. (in Chinese)
(韩婷婷, 杜名, 张新, 等. 中国临床医学影像杂志, 2014, **25**(4): 243.)
- [5] HE Simin, LUO Jianmin, ZHANG Jianping, *et al.* Oncoradiology, 2015, **24**(1): 35. (in Chinese)
(何思敏, 罗健民, 张建平, 等. 肿瘤影像学, 2015, **24**(1): 35.)
- [6] QI Chuanmin, ZHOU Li, HE Yong. Journal of Beijing Normal University(Natural Science Edition), 2015, **51**(4): 492. (in Chinese)
(齐传民, 周黎, 贺勇. 北京师范大学学报(自然科学版), 2015, **51**(4): 492.)
- [7] ZHU X, FAKHRI G E. Theranostics, 2013, **3**: 731.
- [8] DENDOOVEN P, BUITENHUIS H J T, DIBLEN F, *et al.* Phys Med Biol, 2015, **60**: 8923.
- [9] SCHMITT C, SCHMIDT K H, KELIC A, *et al.* Phys Rev C, 2014, **90**: 064605.
- [10] VILLAGRASA C C, BOUDARD A, DUCRET J E, *et al.* Phys Rev C, 2015, **75**: 044603.

Scaling Phenomenon of Isotopic Cross Section in $p+^{56}\text{Fe}$ Spallation Reactions

XU Jingli, MA Chunwang[†]

(College of Physics and Materials Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007, Henan, China)

Abstract: An empirical formula is proposed to predict the isotopic cross section in spallation reactions. The measured fragments in the 300, 500, 750, 1 000 and 1 500 MeV/u $p+^{56}\text{Fe}$ spallation reactions have been adopted to perform the analysis. The cross sections of isotopes predicted by the proposed empirical formula have been compared to the experimental results, which shows that the empirical formula can predict the results well. But with the change of the mass and incident energy, the difference between the calculated results and experimental data is larger. The proposed empirical formula is found to predict the isotopic cross sections better, by incorporating the incident energy and mass dependents of fragments.

Key words: spallation reaction; positron emitting nucleus; proton therapy; empirical formula; incident energy correction; mass correction

Received date: 10 Nov. 2016; Revised date: 15 Mar. 2017

Foundation item: Henan Normal University for Excellent Youth(154100510007); Natural and Science Foundation in Henan Province(162300410179)

[†] Corresponding author: MA Chunwang E-mail: machunwang@126.com.