

文章编号: 1007-4627(2016)04-0385-07

量子非欧姆阻尼环境中的重核熔合概率及热核裂变速率

张珈铭, 韩杰, 包景东

(北京师范大学物理学院, 北京 100875)

摘要: 考虑处于量子非欧姆阻尼环境下的重核熔合及热核裂变系统的动力学, 给出了数值模拟相应 c 数量子广义朗之万方程的方法。其中提出的产生任意关联量子噪声的数值方法, 适用于任意非马尔科夫过程噪声的产生。利用此方法计算了重核熔合概率, 结果表明量子涨落对重核熔合具有“低抬高压”的效应: 当粒子的初始动能小于(大于)临界初始动能时, 量子涨落会增大(减小)粒子鞍点通过概率。非欧姆阻尼环境中粒子稳定通过概率随 δ 值的变化是非单调的, 且当粒子初始动能小于(大于)临界初始动能, 量子涨落会使稳定通过概率随 δ 值变化曲线的极大值位置向右(向左)漂移。此外, 在热核裂变系统中, 超欧姆阻尼环境会增大裂变速率, 而量子涨落不仅显著增大裂变速率, 还使裂变速率随 δ 值变化曲线的极大值位置发生漂移。

关键词: 反常扩散; 量子噪声; 熔合概率; 热核裂变

中图分类号: O415.6 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.33.04.385

1 引言

原子核大振幅集体运动, 例如重离子熔合反应和受激复合核裂变, 可以把表征核表面形状变化的宏观参数处理为布朗粒子的集体坐标, 而将内部的核子子系统作为热浴^[1-3]。原子核集体运动能量本身存在耗散, 同时实验观测到裂变碎片动能的有限方差说明涨落也会对集体运动变量产生影响。通过引入阻尼和随机力, 便可以描述原子核集体运动的耗散和涨落, 两者间满足涨落耗散定理。因此, 可以利用福克普朗克方程或是朗之万方程来研究原子核运动动力学^[4-6]。通常对原子核动力学的处理限于经典情况下的马尔科夫极限, 然而由于原子核系统具备费米液体特性, 费米面形变将会导致原子核运动具有记忆效应^[7]。此外, 若原子核快变变量构成的是复杂的量子环境, 对所研究的原子核集体运动具有记忆阻尼影响^[8]。考虑系统记忆阻尼效应的一个有效方案是引入非欧姆阻尼模型^[9-12], 它可以很好地描述从欠欧姆到超欧姆的记忆阻尼现象以及从欠扩散到超扩散的反常扩散机制。

重离子熔合反应从接触态到形成复合核的过程, 由于熔合与准裂变的竞争, 物理上最为复杂而动力学上是最值得研究的。在近垒能量情况下, 热翻越机制与量子涨落共存^[13]。众所周知, 对于丰中子炮弹轰击靶核的

热熔合重离子反应, 经典模型给出的熔合截面结果在近垒能量区比实验值偏小, 所以很有必要将低温量子效应加进来。量子涨落效应同样会对跨越温度以上的核裂变速率产生影响^[14]。考虑量子动力学最简单的途径是量子朗之万方程, 首先要对以算符形式表述的量子噪声实施量子平均而使其成为 c 数方程, 模拟的关键则是如何产生符合系统要求的量子噪声。

本文拟通过提出量子噪声产生方法, 模拟 c 数量子广义朗之万方程, 探究考虑了记忆阻尼效应的重核熔合概率及热核裂变速率。第 2 节将简述 c 数量子广义朗之万方程^[15-18]; 第 3 节给出量子噪声的产生方法; 第 4 节通过讨论粒子通过一个倒谐振势鞍点的概率, 探究量子涨落对重核熔合概率的影响; 第 5 节讨论量子涨落对热核裂变速率的影响; 最后, 对全文进行总结。

2 c 数量子广义朗之万方程

我们从系统加热库的量子耗散模型出发, 前者代表核形变集体运动, 后者是核内禀核子的统计, 两者耦合给出系统受到的摩擦和涨落, 其总哈密顿量为

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2M} + V(\hat{q}) + \sum_{\alpha=1}^n \left[\frac{\hat{p}_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}} + \frac{1}{2} m_{\alpha} \omega_{\alpha}^2 \left(\hat{q}_{\alpha} - \frac{c_{\alpha}}{m_{\alpha} \omega_{\alpha}^2} \hat{q} \right)^2 \right], \quad (1)$$

其中: \hat{q} 和 \hat{p} 分别是系统的位置(两碰撞核质心距)、动

收稿日期: 2016-05-05; 修改日期: 2016-06-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11175021); 高等学校博士学科点专项科研基金(20120003110025)

作者简介: 张珈铭(1989-), 男, 山东泰安人, 博士研究生, 从事理论物理与原子核物理研究;

通信作者: 包景东, E-mail: jdbao@bnu.edu.cn.

量算符; $\{\hat{q}_\alpha, \hat{p}_\alpha\}$ 是一系列内禀核子的位置、动量算符; c_α 是相应的耦合系数。位置与动量算符遵循如下的对易关系: $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar$, $[\hat{q}_\alpha, \hat{p}_\alpha] = i\hbar\delta_{\alpha\beta}$ 。消除内禀核子自由度, 我们得到算符形式的量子广义朗之万方程 (QGLE):

$$M\ddot{\hat{q}}(t) + M \int_0^t dt' \gamma(t-t') \dot{\hat{q}}(t') + V'(\hat{q}) = \hat{F}(t), \quad (2)$$

其中 $\gamma(t)$ 是记忆阻尼核, $\hat{F}(t)$ 是噪声算符, 其可以通过一个合适的内禀核子位置动量的初始正则分布来定义。

为了得到 c 数 QGLE, 我们首先对方程(2)进行量子力学平均:

$$M\langle\ddot{\hat{q}}(t)\rangle + M \int_0^t dt' \gamma(t-t') \langle\dot{\hat{q}}(t')\rangle + \langle V'(\hat{q}) \rangle = \langle \hat{F}(t) \rangle, \quad (3)$$

$\langle \dots \rangle$ 表示系统与内禀核子的初始态量子平均。方程(3)两边同时加上 $V'(\langle \hat{q} \rangle)$ 项, 得到

$$M\ddot{q}(t) + M \int_0^t dt' \gamma(t-t') \dot{q}(t') + V'(q) = f(t) + Q(t), \quad (4)$$

在这里, $\langle \hat{q}(t) \rangle = q(t)$, $\langle \hat{F}(t) \rangle = f(t)$, 且 $Q(t) = V'(q) - \langle V'(\hat{q}) \rangle$ 表示对经典势的量子修正^[17-18]。

下面引入内禀核子的谱函数:

$$J(\omega) \equiv \frac{\pi}{2} \sum_{\alpha=1}^N \frac{c_\alpha^2}{m_\alpha \omega_\alpha} \delta(\omega - \omega_\alpha). \quad (5)$$

当 $N \rightarrow \infty$, 可以将 $J(\omega)$ 处理成连续变化。对于非欧姆阻尼环境,

$$J(\omega) = M\gamma\omega \left(\frac{|\omega|}{\tilde{\omega}} \right)^{\delta-1} f_c \left(-\frac{|\omega|}{\omega_c} \right), \quad (6)$$

其中: $\tilde{\omega}$ 是参考频率; $f_c(-|\omega|/\omega_c)$ 是截断函数, 在这里用指数函数 $\exp(-|\omega|/\omega_c)$ 作为截断, 截断函数的选择并不影响噪声的低频行为和系统长时极限的结果。非欧姆阻尼环境中的自由粒子平均位移长时间后正比于时间的分数次幂: $\langle q^2(t) \rangle \propto t^\delta$ 。 $0 < \delta < 1$ 和 $1 < \delta < 2$ 分别是欠欧姆和超欧姆阻尼情况, 两者的自由粒子长时结果分别对应欠扩散和超扩散。 $\delta = 1$ 是欧姆阻尼情况, 对应白噪声诱发的正常扩散现象。阻尼核函数 $\gamma(t)$ 可表示为

$$\gamma(t) = \Theta(t) \frac{1}{M} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{J(\omega)}{\omega} \cos(\omega t) d\omega. \quad (7)$$

方程(4)中, $f(t)$ 表示有效 c 数噪声, 满足 $\langle f \rangle_s = 0$ 和量子涨落耗散定理

$$\langle f(t) f(t') \rangle_s = \frac{\hbar}{\pi} \int_0^\infty J(\omega) \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right) \cos \omega(t-t') d\omega. \quad (8)$$

这里, $\langle \dots \rangle_s$ 表示系综平均。相应的 c 数量子噪声谱密度为

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}(\omega) &\equiv \int_{-\infty}^\infty dt \langle f(t) f(0) \rangle_s \cos \omega t \\ &= \hbar \coth \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \right) J(\omega). \end{aligned} \quad (9)$$

高温极限下, 方程(9)将通过到经典结论

$$\tilde{\chi}^{\text{cl}}(\omega) = 2k_B T \frac{J(\omega)}{\omega}. \quad (10)$$

方程(4)为经典与量子朗之万方程之间的关系提供了简单的解释。与经典情形相比, 量子效应体现在两个方面: (1) 量子涨落所带来的 c 数量子噪声 $f(t)$; (2) 对非线性势的量子修正 $Q(t)$ 。

3 量子噪声产生方法

对于广义朗之万方程的数值算法, 一般采用引入中间变量的方式, 由白噪声产生色噪声的同时消除记忆阻尼积分, 得到马尔可夫方程组, 这对色噪声的关联形式有所要求。为了产生任意关联的色噪声, 提出了一种谱方法, 该方法只需要知道噪声的谱或是关联函数。

根据式(8)和(9), 傅里叶空间中的 c 数量子噪声的关联函数可写为

$$\langle f(\omega) f(\omega') \rangle_s = 2\pi \tilde{\chi}(\omega) \delta(\omega + \omega'). \quad (11)$$

以时间间隔 Δt 将时间离散化, 离散时间格点数为 $N = 2^n$ 。用希腊字母角标表示傅里叶空间间隔, 方程(11)的离散形式为

$$\langle f_\mu f_\nu \rangle_s = N \Delta t \tilde{\chi}_\mu \delta_{\mu, N-\nu}. \quad (12)$$

可以在离散傅里叶空间中产生一个高斯分布的噪声序列^[19]

$$f_\mu = \sqrt{N \Delta t \tilde{\chi}_\mu} \alpha_\mu, \quad (13)$$

其中 $\mu = 0, 1, \dots, N-1$, α_μ 是均值为零的高斯随机数, 且满足 $\langle \alpha_\mu \alpha_\nu \rangle = \delta_{\mu, N-\nu}$ 。欲实现这种关联, 可由以下方法产生 α_μ :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= a_0, \\ \alpha_{\frac{N}{2}} &= b_0, \\ \alpha_\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}} (a_\mu + i b_\mu), \\ \alpha_{N-\mu} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (a_\mu - i b_\mu), \\ \mu &= 1, 2, \dots, N/2 - 1, \end{aligned} \quad (14)$$

a_μ 和 b_μ 是相互独立、均值为零、方差为 1 的高斯随机数。

对序列 f_μ 作离散傅里叶逆变换, 就得到了符合关联要求的色噪声序列。考虑到离散傅里叶变换的对称性, 对于同一条随机轨道, 最多只用一个噪声序列的一半。为了减少计算量, 一个噪声序列可以分成前后两半, 分别用于两个随机轨道。

对于经典情况, 根据经典噪声谱函数式(10), 只需将式(13)变为

$$f_\mu^{\text{cl}} = \sqrt{N\Delta t \tilde{\chi}_\mu^{\text{cl}} \alpha_\mu} \quad (15)$$

便可以得到任意关联的经典色噪声。

值得注意的是, 上述方法应用范围并不限于非欧姆阻尼环境, 而是能产生任意关联的量子色噪声。得到了满足关联要求的量子噪声序列后, 便可以应用二阶龙格库塔算法来数值模拟方程(4)。

4 重核融合概率

对于重核融合这类近位垒融合情况, 可将原子核初始位置设在接近鞍点的位置, 势在鞍点处展开, 保留到二次项, 进而形成一个倒谐振子势: $V(q) = -\frac{1}{2}M\omega_b^2 q^2$, 以粒子越过倒谐振子势鞍点的通

过概率稳定值作为重核融合概率。基于此假设, 方程(4)右边的 $Q(t)$ 项消失, 故而我们只需关注 c 量子噪声对粒子在倒谐振子势中通过概率的影响。

方程(4)也可通过拉普拉斯变换法进行求解。考虑到噪声是高斯型, 且对于倒谐振子势方程(4)是线性的, 粒子任意时刻在位置空间中的分布密度函数可以写作^[20]:

$$W(q, t; q_0, v_0, t=0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_q(t)}} \exp\left(-\frac{[q - \langle q(t) \rangle]^2}{2\sigma_q^2(t)}\right) \quad (16)$$

式中粒子的位置平均值及方差为

$$\langle q(t) \rangle = \left[1 + \omega_b^2 \int_0^t \Phi_\delta(t') dt'\right] q_0 + \Phi_\delta(t) \frac{p_0}{M}, \quad (17)$$

$$\sigma_q^2(t) = \frac{2}{M^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \Phi_\delta(t-t_1) \Phi_\delta(t-t_2) \times \langle f(t_1) f(t_2) \rangle_s, \quad (18)$$

其中, q_0 和 p_0 分别是粒子的初始位置和动量。响应函数 $\Phi_\delta(t)$ 的拉普拉斯变换形式为 $\hat{\Phi}_\delta(z) = [z^2 + z\hat{\gamma}(z) - \omega_b^2]^{-1}$, 阻尼核函数的拉普拉斯变换形式为

$$\hat{\gamma}(z) = \int_0^\infty \gamma(t) \exp(-zt) dt = \frac{2\gamma\tilde{\omega}^{1-\delta}}{\pi} z \left[\pi z^{\delta-2} \cos\left(\frac{\delta\pi}{2} + \frac{z}{\omega_c}\right) \csc(\delta\pi) + \omega_c^{\delta-2} \Gamma(\delta-2) {}_1F_2\left(1; \frac{3-\delta}{2}, \frac{4-\delta}{2}; -\frac{z^2}{4\omega_c^2}\right) \right] \quad (19)$$

应用留数定理求解, 得到响应函数的完全表达式:

$$\Phi_\delta(t) = \frac{A \sin(\delta\pi)}{\pi} \int_0^\infty \frac{r^\delta \cos\left(\frac{\delta\pi}{2} - \frac{r}{\omega_c}\right) \exp(-rt) dr}{\rho^2 + A^2 r^{2\delta} \cos^2\left(\frac{\delta\pi}{2} - \frac{r}{\omega_c}\right) + 2A\rho r^\delta \cos\left(\frac{\delta\pi}{2} - \frac{r}{\omega_c}\right) \cos(\delta\pi)} + \sum_{k=1}^3 \frac{\exp(z_k t)}{2z_k \left[1 + B {}_1F_2\left(2; \frac{3-\delta}{2}, \frac{4-\delta}{2}; -\frac{z_k^2}{4\omega_c^2}\right)\right] + \frac{Az_k^{\delta-1}}{\omega_c} \left[\omega_c \delta \cos\left(\frac{\delta\pi}{2} + \frac{z_k}{\omega_c}\right) - z_k \sin\left(\frac{\delta\pi}{2} + \frac{z_k}{\omega_c}\right)\right]}, \quad (20)$$

其中

$$\rho = r^2 + Br^2 {}_1F_2\left(1; \frac{3-\delta}{2}, \frac{4-\delta}{2}; -\frac{r^2}{4\omega_c^2}\right) - \omega_b^2, \quad A = \frac{2\gamma\tilde{\omega}^{1-\delta}}{\sin \delta\pi}, \quad B = \frac{2\gamma}{\pi\omega_c} \left(\frac{\tilde{\omega}}{\omega_c}\right)^{1-\delta} \Gamma(\delta-2)。$$

式(20)中, z_k ($k=1, 2, 3$) 是方程 $z^2 + z\hat{\gamma}(z) - \omega_b^2 = 0$ 的根。对于 $0 < \delta < 2$ 且 $\delta \neq 1$ 的情况, 将复平面沿负实轴割开, 方程有一个实根 a_M 及一对复根^[21-23]。

倒谐振子势中粒子鞍点通过概率随时间的变化:

$$P_{\text{pass}}(t; q_0, p_0, t=0) = \int_0^\infty W(q, t; q_0, p_0, t=0) dq = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\langle q(t) \rangle}{\sqrt{2}\sigma_q(t)}\right) \quad (21)$$

定义系统在接触点的临界动能 $K_c = p_c^2/2M$, 当

粒子在接触点的初始动能为临界动能时, 将有一半

的概率通过势垒，即通过概率 $P_{\text{pass}} = 0.5$ 。长时极限下 $\langle x(t \rightarrow \infty) \rangle = 0$ ，由式(17)可知 $p_c = -M\omega_b^2 q_0/a_M$ ，其中 a_M 是 z_k 的唯一正根。接触点势能与复合核基态势能之差 $V_b = M\omega_b^2 q_0^2/2$ ，则 $K_c = V_b\omega_b^2/a_M^2$ 。

用 5×10^5 个试验粒子来刻画一个粒子的鞍点通过概率，并将模拟结果与解析结果式(21)进行比较。图 1 显示了粒子初始动能大于、等于及小于粒子临界动能，三种情况下粒子通过概率随时间的变化，同时比

较了超欧姆及欠欧姆两种阻尼环境下结果的不同。在这里，我们取非欧姆阻尼模型参数为 $\gamma_\delta = 2.0 \text{ MeV}/\hbar$ ， $\tilde{\omega} = 1.0 \text{ MeV}/\hbar$ ， $\omega_c = 10.0 \text{ MeV}/\hbar$ ，环境温度 $T = 0.2 \text{ MeV}$ 。所有试验粒子从 q_0 处出发，且满足势垒高度为 $2 \text{ MeV}/\hbar$ ，势频率 $\omega_b = 2.0 \text{ MeV}/\hbar$ ，经计算可知 $\delta = 0.5$ 和 $\delta = 1.5$ 两种情况下粒子的临界初始动能分别为 $K_c = 6.6 \text{ MeV}$ 和 $K_c = 4.7 \text{ MeV}$ 。

图 1 中的模拟结果与解析结果符合得很好，说明我

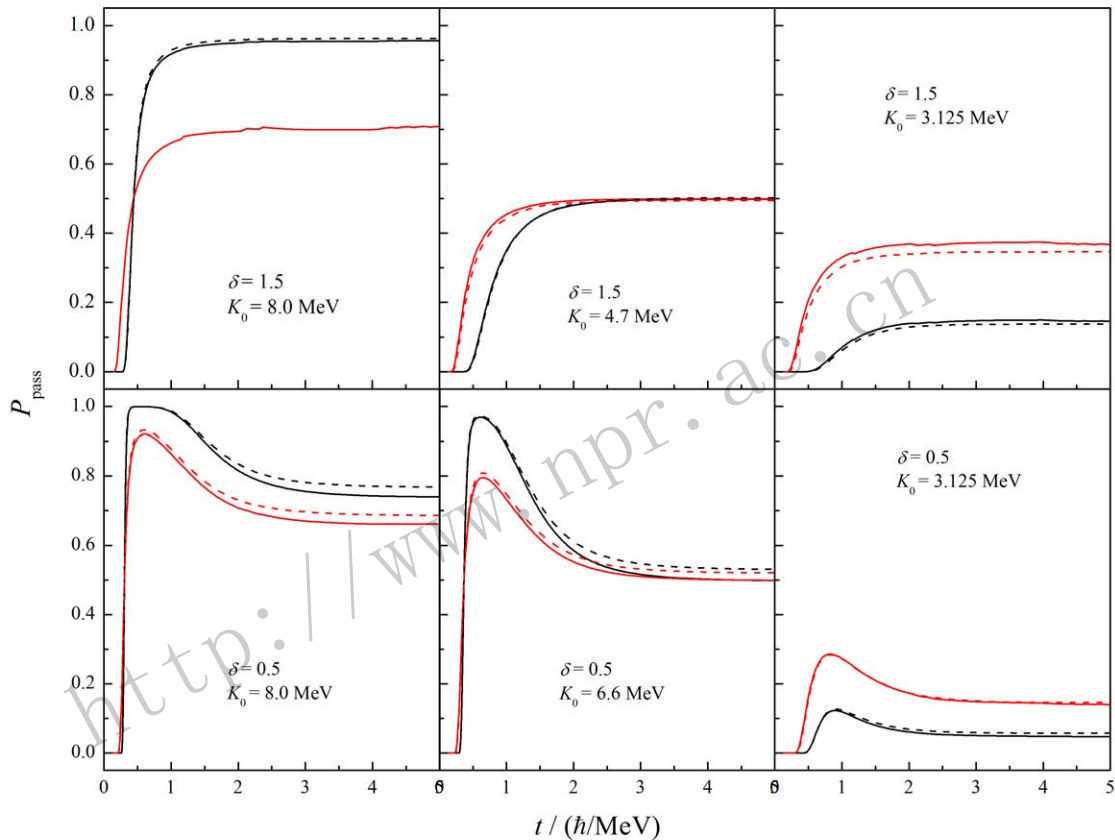


图 1 (在线彩图) 不同 δ 值及初始动能 K_0 条件下粒子鞍点通过概率随时间的变化
实线和虚线分别表示解析和数值结果，黑线和红线分别表示经典和量子结果。

们的模拟方法是成功的。可以看出，量子涨落对粒子通过概率有两种截然相反的影响。当粒子的初始动能小于临界初始动能时，粒子平均位置不能通过鞍点，然而量子涨落通过增强粒子扩散增大了粒子通过位垒的概率，从而增大了粒子的鞍点通过概率；相反，当粒子的初始动能大于临界初始动能时，粒子平均位置可以通过鞍点，量子涨落会通过增强粒子扩散使得通过鞍点的粒子有更大的概率退回其原所在位垒的一侧，从而减小粒子鞍点通过概率。也就是说，量子效应增强了扩散，而扩散会帮助低速粒子越过鞍点，减弱高速粒子的定向输运。我们将其总结为量子涨落对重核融合具有“低抬高

压”的效应。对于 $1 < \delta < 2$ 的超欧姆阻尼环境，粒子通过概率随时间增加达到最终稳定值。而在 $0 < \delta < 1$ 的欠欧姆阻尼环境中，粒子通过概率先是随时间迅速达到一个极大值，再缓慢减小到最终稳定值。这是由于在欠欧姆阻尼环境中粒子通过位垒前，其概率密度分布宽度随时间的增长慢于粒子平均位置随时间的增长，因此出现了超前峰现象。

图 2 显示了对于不同的粒子初始动能，粒子稳定通过概率随 δ 值的变化是非单调的，体现了非欧姆阻尼环境中系统耗散和涨落的竞争机制。随着 δ 值的增大，粒子对初始动量的记忆时间逐渐缩短，在通过位垒前粒子

动量会更快地减小, 不利于粒子通过位垒; 同时随 δ 值的增大, 粒子的扩散却逐渐增强, 又有利于粒子从位垒一侧翻越到另一侧。考虑量子涨落影响时发现, 当粒子初始动能小于临界初始动能时, 量子涨落使稳定通过概率随 δ 值变化曲线的极大值向右漂移; 与之相反, 当粒子初始动能大于临界初始动能时, 量子涨落则使稳定通过概率的极大值向左漂移。

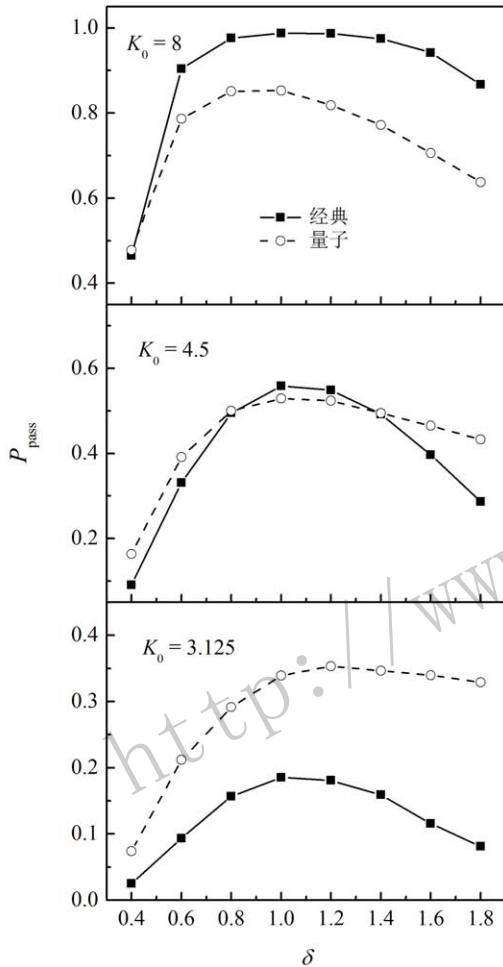


图 2 不同粒子初始动能的稳定通过概率随 δ 值的变化
实心方块为经典结果, 空心圆圈为量子结果。

5 热核裂变速率

核裂变动力学过程同样可以用方程(4)来描述, 此时 $q(t)$ 是关于两碎片的质心距, T 是复合核温度。简单起见, 在这里我们采用分段抛物势

$$V(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}\omega_0^2 q^2 & q \leq q_c \\ V_b - \frac{1}{2}\omega_b^2 \left(q - \left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_b^2} \right) q_c \right)^2 & q > q_c \end{cases}, \quad (22)$$

作为亚稳态势, 该势可视为中重核的模型势。其中,

ω_0 和 ω_b 分别是势阱底与势垒鞍点的频率, V_b 是势垒高度, 光滑连接点 $q_c = \frac{\omega_b}{\omega_0} \sqrt{\frac{2V_b}{\omega_0^2 + \omega_b^2}}$ 。

我们用上述算法对 5×10^6 个粒子进行了模拟, 势函数参数为 $\omega_0 = 2\omega_b = 2 \text{ MeV}/\hbar$, $V_b = 0.3 \text{ MeV}$, 温度 $T = 0.2 \text{ MeV}$, 每个粒子从基态出发, 当其通过断点时就不再返回势阱, 此时认为受激复合核发生了裂变^[24-26]。核裂变速率定义为^[27]

$$r(t) = -\frac{1}{N(t)} \frac{\Delta N(t)}{\Delta t}, \quad (23)$$

这里, $N(t)$ 是 t 时刻未发生裂变的粒子数, $\Delta N(t)$ 是在时间间隔 $[t, t + \Delta t]$ 内发生裂变的粒子数。我们还在远离鞍点处设置了吸收边界, 粒子到达此边界时将被移除。

对于经典情形下与阻尼环境相关的裂变速率, Pollak 等^[28-29]曾给出理论分析结果,

$$r_c = \frac{\omega_0}{2\pi} f_T \exp\left(-\frac{V_b}{k_B T}\right), \quad (24)$$

其中 f_T 是传输系数, 与势垒鞍点频率 ω_b 及阻尼环境有关。而在量子情形下, 理论分析的裂变速率则为^[10]

$$r_q = c_q r_c, \quad (25)$$

量子放大因子 c_q 与阻尼环境、势阱底频率 ω_0 与势垒鞍点频率 ω_b 相关。

经典和量子情形下欠欧姆阻尼环境 ($\delta = 0.5$) 和超欧姆阻尼环境 ($\delta = 1.5$) 时裂变速率随时间的变化如图 3 所示, 虚线表示理论分析得到的裂变速率稳定值。可以看到, 与经典情形下相比, 量子情形下裂变速率有显著的增大。量子涨落提高了亚稳态势阱中粒子的平均能量, 促使其翻越位垒。此外, 经典情形下 Pollak 的理论结果与模拟结果相一致, 因此能通过理论分析有效地预测裂变速率。但在量子情形下, 理论预测结果高于实际的模拟结果。这是因为在量子系统中, 系统温度区间、势垒非谐项等因素对理论的适用性有更为严格的要求。对于经典情形下的超欧姆阻尼环境和量子情形下的欠欧姆阻尼环境, 裂变速率随时间增大最终达到稳定值。而对于经典情形下的欠欧姆阻尼环境和量子情形下的超欧姆阻尼环境, 裂变速率将在增大到极大值后再下降至最终的稳定值, 这是鞍点处的回流现象造成的。回流现象是指当实验粒子第一次越过鞍点后, 有些实验粒子在随机力的作用下会重新返回势阱产生回流。经典情形下的欠欧姆阻尼环境, 粒子对初始位置的记忆时间很长, 因此越过鞍点的粒子更易返回形成回流。而对于量子情形下的超欧姆阻尼环境, 活跃的粒子有更多的机会反复往返穿过位垒, 从而形成回流造成裂变速率的下

降。研究指出，鞍点后的势越平缓或结构越复杂时，回流越大。

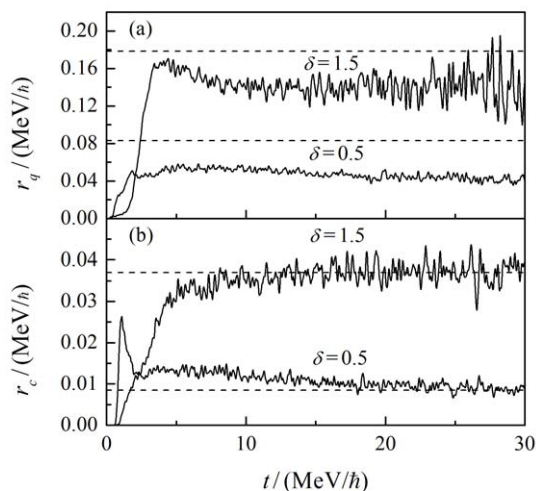


图 3 不同阻尼环境中($\delta = 0.5$ 与 $\delta = 1.5$)裂变速率随时间的变化
(a) 为量子情形, (b) 为经典情形; 图中实线为数值模拟结果, 虚线为理论分析结果。

图 4 给出了超欧姆阻尼环境下 ($1 < \delta < 2$) 裂变速率随 δ 值的变化。可以看出, 超欧姆阻尼环境会增大裂变速率, 且经典情形和量子情形的曲线都是非单调的, 同样体现了非欧姆阻尼环境中系统耗散和涨落复杂的竞争机制。本模型中, 量子涨落使得裂变速率随 δ 值变化曲线的极大值位置从 $\delta = 1.5$ 漂移至 $\delta = 1.4$ 。

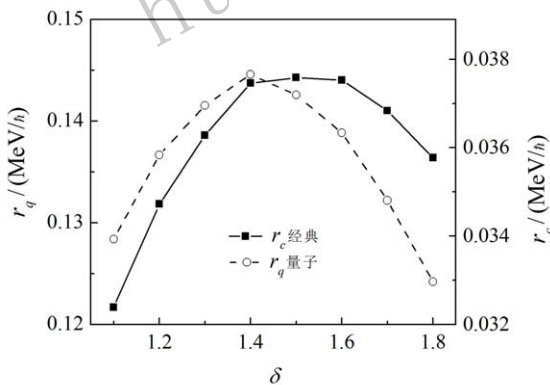


图 4 超欧姆阻尼环境下裂变速率随 δ 值的变化

6 总结

本文提出了一种模拟任意关联量子色噪声的数值方法, 并将其用于求解非欧姆阻尼环境中 c 数量子广义朗之万方程。与传统的通过引入中间变量将非马尔科夫方程转换成马尔科夫方程组方法不同, 本文的数值方法通过在傅里叶空间构造噪声谱函数, 适用于任意非马尔科

夫过程噪声的产生。将该方法初步应用到重核熔合系统, 求解了量子噪声驱动下粒子的鞍点通过概率, 模拟结果与解析结果相符合。计算结果显示, 量子涨落对重核熔合具有“低抬高压”的效应: 当粒子的初始动能小于临界初始动能时, 量子涨落增大粒子的鞍点通过概率; 相反, 当粒子的初始动能大于临界初始动能时, 量子涨落则会减小粒子鞍点通过概率。在非欧姆阻尼环境中, 粒子稳定通过概率随 δ 值的变化是非单调的, 体现了非欧姆阻尼环境中系统耗散和涨落的竞争机制。当粒子初始动能小于或大于临界初始动能时, 量子涨落使稳定通过概率随 δ 值变化曲线的极大值位置分别向右或左漂移。对于热核裂变系统, Pollak 等^[28-29]的理论结果可以有效解释经典情形下的裂变速率, 而量子系统中理论结果将高于实际的模拟结果。超欧姆阻尼环境会增大裂变速率, 且量子效应会显著增大裂变速率, 同时使得裂变速率随 δ 值变化曲线的极大值位置从 $\delta = 1.5$ 漂移至 $\delta = 1.4$ 。

需要注意的是, 我们在进行计算时将复合核温度固定在了 0.2 MeV , 目的是突出量子效应在不同初始动能情况下对重核熔合概率的影响。实际上入射能量提高的同时复合核温度也会随之升高, 而温度的升高则会使量子效应趋于零, 熔合截面也就趋于经典值。在真实的重核熔合系统中, 熔合势垒总是包含非谐项, 并不能将其简单地处理为倒谐振子势, 也就无法用解析方法获得其熔合概率, 但可以使用本文所发展的数值求解 c 数量子广义朗之万方程方法进行求解。同样, 对于重核以及考虑核的壳结构修正, 核裂变动力学中所选取的势将是更为复杂的形式。本文的方法可以进一步考虑对非线性势项的量子修正 $Q(t)$, 适用于量子情况下更为复杂势的熔合概率及热核裂变研究。

参考文献:

- [1] SIEMEN P J, JENSEN A S. Elements of nuclei: many-body physics with the strong interaction[M]. Addison Wesley Publishing Company, 1987.
- [2] HASSE R W, MYERS W D. Geometrical relationships of macroscopic nuclear physics[M]. Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] HOFMANN H. Phys Rep, 1997, **284**(4): 137.
- [4] BOILLEY D, SURAUD E, YASUHISA A, et al. Nucl Phys A, 1993, **556**(1): 67.
- [5] BOILLEY D, ABE Y, AYIK S, et al. Z Phys A, 1994, **349**(2): 119.
- [6] ABE Y, AYIK S, REINHARD P G, et al. Phys Rep, 1996, **275**(2): 49.
- [7] KOLOMIETZ V M, RADIONOV S V, SHLOMO S. Phys

- Rev C, 2001, **64**(5): 054302.
- [8] RADIONOV S, ÅBERG S. Phys Rev C, 2005, **71**(6): 064304.
- [9] GRABERT H, SCHRAMM P, INGOLD G L. Phys Rev Lett, 1987, **58**(13): 1285.
- [10] WEISS U. Quantum dissipative systems[M]. Singapore: World scientific, 1999.
- [11] MAYGER A, POTTIER N. Phys Rev E, 2002, **65**(5): 056107.
- [12] POTTIER N. Physica A, 2003, **317**(3): 371.
- [13] BAO J D. Nucl Phys Rev, 2006, **23**(4): 413. (in Chinese) (包景东. 原子核物理评论, 2006, **22**(4): 413.)
- [14] BAO J D, ZHUO Y X, WU X Z. High Energy Physics and Nuclear Physics, 1993, **17**(4): 362. (in Chinese) (包景东, 卓益忠, 吴锡真. 高能物理与核物理, 1993, **17**(4): 362.)
- [15] BANERJEE D, BAG B C, BANIK S K, *et al.* Phys Rev E, 2002, **65**(2): 021109.
- [16] BANIK S K, BAG B C, RAY D S. Phys Rev E, 2002, **65**(5): 051106.
- [17] BARIK D, BAG B C, Ray D S. J Chem Phys, 2003, **119**(24): 12973.
- [18] BANERJEE D, BAG B C, BANIK S K, *et al.* J Chem Phys., 2004, **120**(19): 8960.
- [19] GARCÍA-OJALVO J, SANCHO J M, RAMIREZ-PISCINA L. Phys Rev A, 1992, **46**(8): 4670.
- [20] ABE Y, BOILLEY D, GIRAUD B G, *et al.* Phys Rev E, 2000, **61**(2): 1125; BOILLEY D, ABE Y, BAO J D. Eur Phys J A, 2003, **18**(4): 627.
- [21] BAO J D. J Chem Phys, 2006, **124**(11): 114103.
- [22] BAO J D. Nucl Phys Rev, 2005, **22**(4): 370. (in Chinese) (包景东. 原子核物理评论, 2005, **22**(4): 370.)
- [23] BAO J D, ZHUO Y Z. Phys Rev C, 2003, **67**(6): 064606.
- [24] BAO J D, JIA Y. J Stat Phys, 2006, **123**(4): 861.
- [25] BAO J D, JIA Y. Phys Rev C, 2004, **69**(2): 027602.
- [26] JIA Y, BAO J D. Nucl Phys Rev, 2004, **21**(4): 385. (in Chinese) (贾莹, 包景东. 原子核物理评论, 2004, **21**(4): 385.)
- [27] ARRAYÁS M, KAUFMAN I KH, LUCHINSKY D G, *et al.* Phys Rev Lett, 2000, **84**(12): 2556
- [28] POLLAK E. J Chem Phys, 1986, **85**(2): 865.
- [29] POLLAK E, GRABERT H, HÄNGGI P. J Chem Phys, 1989, **91**(7): 4073.

Heavy-ion Fusion Probability and Nuclear Fission Rate in a Quantum Non-Ohmic Environment

ZHANG Jiaming, HAN Jie, BAO Jingdong

(*Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China*)

Abstract: Dynamics of heavy-ion fusion and nuclear fission system in a quantum non-Ohmic environment have been considered and a numerical simulation method to solve the corresponding c -number quantum generalized Langevin equation is proposed. The method of generating quantum colored noise with arbitrary correlation can be applied to generate noise of arbitrary non-Markov process. Calculating fusion probability of heavy nuclei with this method, the result has shown that the passing probability is enlarged (decreased) by the quantum fluctuation when the initial kinetic energy of the particle is less than (greater than) the critical initial kinetic energy. Steady passing probability of particle in non-Ohmic environment versus δ is nonmonotonic. Quantum fluctuation makes the maximum position of the curve drift towards right (left), when the initial kinetic energy of the particle is less than (greater than) the critical initial kinetic energy. Furthermore, nuclear fission rate is larger in super-Ohmic environment. Quantum fluctuation enlarges nuclear fission rate and makes the the maximum position of nuclear fission rate versus δ drift.

Key words: anomalous diffusion; quantum noise; fusion probability; fission

Received date: 5 May 2016; **Revised date:** 22 Jun. 2016

Foundation item: National Natural Science Foundation of China(11175021); Specialized Research Foundation for Doctoral Program of Higher Education of China(20120003110025)

Corresponding author: BAO Jingdong, E-mail: jdbao@bnu.edu.cn.