

文章编号: 1007-4627(2012)02-0149-05

利用波函数研究 B_c 介子纯轻衰变的 QCD 非微扰特性

郭鹏¹, 智海素², 侯召宇¹

(1. 石家庄铁道大学数理系, 河北 石家庄 050043;

2. 石家庄职业技术学院基础部, 河北 石家庄 050081)

摘要: B_c 介子辐射性纯轻衰变的理论计算具有很大的强子型不确定性。利用 3 种类型的 B_c 介子波函数描述这种纯轻衰变的 QCD 非微扰特性, 并通过控制函数中参数的变化在理论上详细地计算了由介子波函数而引起的 B_c 介子辐射性纯轻衰变的这种强子型的不确定性。结果表明, 介子波函数的形式对计算的衰变结果有非常明显的影响, 该过程的分支比可在 $1.81981 \times 10^{-5} \sim 3.18961 \times 10^{-5}$ 间变化。

关键词: B_c 介子衰变; 波函数; 分支比

中图分类号: O572.33⁺9 **文献标志码:** A

1 引言

重粒子的纯轻衰变, 能够为新物理的发现提供非常有效的信息。通过对重粒子纯轻衰变的研究可以确定其衰变常数 f_M , 同时也有助于对其半轻与非轻衰变进行研究。另外, 对重介子的辐射性衰变的研究也有利于检验和完善物理标准模型(SM)^[1]。作为重粒子的典型代表, 对 B_c 介子纯轻衰变的不确定性进行研究, 无论在理论还是在实践上都是一件非常有意义的事情。在观察到 $b \rightarrow s\gamma$ 和 $B \rightarrow X_s\gamma$ 后, 人们期望在 B 工厂中能观测到 B 介子其他可能的衰变^[2]。对于介子的纯轻衰变来说, 由于其末态全部是轻子, 强作用的干扰也比较小, 所以理论计算上非常的干净。然而, 纯轻衰变 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 和 $B^0 \rightarrow e^+ e^-$ 等的螺旋度是压低的, 其分支比很小, 即使 $B^0(B_s) \rightarrow \tau^+ \tau^-$ 没有螺旋度压低的困难, 分支比也稍大一些, 但是也很难在当前的对撞机上产生。这就使得 B_c 介子纯轻衰变的研究陷入困境。然而, 比较幸运的是人们在研究中发现, 如果在介子的纯轻衰变中除了放出中微子外, 还能有一个额外的实光子发射时, 这种情况就会大为改善。也就是说, 介子的纯轻衰变具有了放射性时, 螺旋度压低就消除了, 同时衰变还会获得较大的分支比。这种现象已

经在许多纯轻衰变中得到很好的解释。例如, $B^0(B_s) \rightarrow \gamma \nu \bar{\nu}$, $B^0(B_s) \rightarrow l^+ l^-$ 和 $D_s^-(D^-) \rightarrow \gamma l \bar{\nu}$ ^[3]。

1998 年, 费米实验室在 p-p 碰撞中发现了由底夸克 b 和粲夸克 \bar{c} 组成的 B_c 介子, 这就打开了 B 介子研究的新篇章^[4]。同年, 吕才典等人利用重味物理下的拉格朗日量研究了 B_c 介子辐射性的纯轻衰变 $B_c \rightarrow \gamma l \bar{\nu}$ ^[5]。然而, 介子的辐射性衰变不仅仅只与其衰变常数有关, 同时还与介子的波函数有很大的关系。这就决定了对介子辐射性衰变的理论预言具有很大的强子型的不确定性。本文利用 B_c 介子的波函数来描述其正反夸克强子化的过程, 并详细地讨论了由介子波函数模型而引起的 B_c 介子辐射性纯轻衰变在理论计算上的不确定性。

2 有效哈密顿量

B_c 介子的纯轻衰变 $B_c \rightarrow l \bar{\nu}$ 的夸克层次上的衰变为 $b \rightarrow c l \bar{\nu}$, 如图 1 所示。由此得出的其有效哈密顿量为

$$H = C(\bar{c}\gamma_\mu P_L b)(\bar{\nu} P_R \gamma^\mu l) \quad (1)$$

但相对于赝标介子来说, 轻子的质量太小甚至可以忽略不计, 而其纯轻衰变受到了抑制因子 $m_l^2/M_{B_c}^2$ 很强的螺旋度压低作用^[6]。

收稿日期: 2011-09-09; 修改日期: 2011-11-08

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(A2012210043)

作者简介: 郭鹏(1985—), 男, 河北邯郸人, 硕士研究生, 从事粒子物理研究; E-mail: guopeng85@yeah.net

通讯联系人: 侯召宇, E-mail: houzhayou_@263.net

$$\Gamma(B_c \rightarrow \bar{l}\nu) = \frac{G_F^2}{8\pi^2} \times \left[\bar{l}\epsilon_\gamma \frac{\not{p}_\gamma - \not{p}_l + m_l}{\not{p}_l \not{p}_\gamma} \gamma_\mu P_L \nu \right], \quad (3)$$

$$|V_{cb}|^2 f_{B_c}^2 m_{B_c}^3 \frac{m_l^2}{M_{B_c}^2} \left(1 - \frac{m_l^2}{M_{B_c}^2} \right)^2. \quad (2)$$

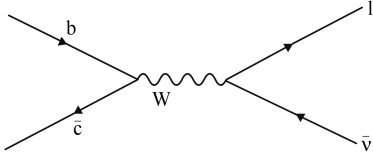


图 1 BC 介子纯轻衰变的四动量费曼

幸运的是，在 B_c 介子的纯轻衰变中除了放出中微子外，如果还能有一个额外的实光子 γ 从带电线圈中发射出时，螺旋度抑制就消除了，并且衰变会获得较大的分支比。这样赝标介子的纯轻衰变就变成了具有辐射性的衰变 $B_c \rightarrow \gamma \bar{l}\nu$ ，同时得到了 4 幅具有辐射性的费曼图(如图 2)，它们分别对应于纯

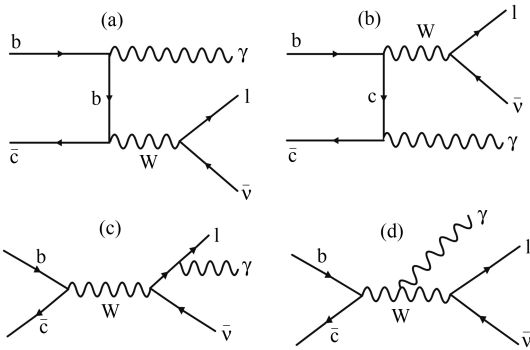


图 2 BC 介子辐射性纯轻衰变的四动量费曼图

轻衰变中的 4 个带电粒子底夸克 b 、粲夸克 \bar{c} 、轻子 l 以及中间传播子 W 波色子。然而，对于中间波色子 W 即图 2(d)来说，这个过程同时又受到了因子 m_b^2/M_W^2 的抑制，与其他 3 幅费曼图相比，其影响可以忽略不计^[7]。这样就得到了图 2(a)、图 2(b)和图 2(c)3 副费曼图相应的哈密顿量 H_a, H_b 和 H_c ：

$$H_a = -i\sqrt{2}G_F e V_{cb} \bar{c} \times \left(Q_c \epsilon_\gamma \frac{\not{p}_\gamma - \not{p}_c + m_c}{\not{p}_c \not{p}_\gamma} \gamma_\mu P_L \right) b (\bar{l} \gamma^\mu P_L \nu), \quad (5)$$

$$H_b = -i\sqrt{2}G_F e V_{cb} \bar{c} \times \left(Q_b P_R \gamma_\mu \frac{\not{p}_b - \not{p}_\gamma + m_c}{\not{p}_b \not{p}_\gamma} \epsilon_\gamma \right) b (\bar{l} \gamma^\mu P_L \nu), \quad (4)$$

$$H_c = -i\sqrt{2}G_F e V_{cb} (\bar{c} \gamma^\mu P_L b) \times$$

这里： Q_b 和 Q_c 分别是底夸克 b 和粲夸克 \bar{c} 所带的电量分数； $P_L = (1-\gamma_5)/2$ 是左旋量； $P_R = (1+\gamma_5)/2$ 是右旋量。另外，这里忽略了图 2(d)的哈密顿量的贡献，这是因为其受到了 m_b^2/M_W^2 的压低作用，与其他 3 幅图相比，图 2(d)的作用可以忽略不计，故只计算图 2(a)，图 2(b)和图 2(c) 3 幅费曼图。

3 介子的衰变振幅与分支比

介子是由正反夸克组成的，然而直到现在实验上还没有观测到自由夸克的存在，组成介子的夸克被禁闭在介子的内部。同时夸克禁闭也是强相互作用的特征，为了描述这种正反夸克的强子化过程，人们引进了介子的波函数，它包含了能标 t 尺度以下的物理效应。这种强子化过程是非微扰的，是与过程无关的。因此，可以利用已经测量的很好的衰变道来定出介子的波函数，然后应用这些波函数来预言更多的分支比和 CP 破坏。同时也可以利用这些波函数来检验 SM 的准确性并进行不确定性分析。相对于由夸克 b 和反夸克 \bar{c} 构成的赝标介子 B_c 的波函数，可用 $\Phi_{B_c, \alpha\beta}$ 表示，以此来更好地描述 B_c 介子的衰变。利用狄拉克(Dirac)的旋量结构，可以将波函数 $\Phi_{B_c, \alpha\beta}$ 展开^[8]。一般情况下， $\Phi_{B_c, \alpha\beta}$ 可以按照 16 个旋量结构展开，这 16 个旋量结构分别是 $I_{\alpha\beta}, \gamma_{\alpha\beta}^\mu, \sigma_{\alpha\beta}^{\mu\nu}, (\gamma^\mu \gamma_5)_{\alpha\beta}$ 和 $\gamma_{5\alpha\beta}$ 。对于重赝标介子 B_c ，只考虑领头阶 $(\gamma^\mu \gamma_5)_{\alpha\beta}$ 和 $\gamma_{5\alpha\beta}$ 的贡献，其他的贡献忽略不计，这样介子的波函数 $\Phi_{B_c, \alpha\beta}$ 就可以写为

$$\Phi_{B_c, \alpha\beta} = \frac{i}{\sqrt{2}N_c} \{ (P_{B_c} \gamma_5)_{\alpha\beta} \phi_{B_c}^A + \gamma_{5\alpha\beta} \phi_{B_c}^P \}, \quad (6)$$

其中： P_{B_c} 是相应的介子动量； $\phi_{B_c}^A$ 是介子中轻夸克的四动量分布函数； $\phi_{B_c}^P$ 是介子中重夸克的四动量分布函数。利用重夸克的有效理论，可以得到 $\phi_{B_c}^P = M_{B_c} \phi_{B_c}^A$ ，那么介子的波函数化为

$$\Phi_{B_c, \alpha\beta} = \frac{i}{\sqrt{2}N_c} (P_{B_c} M_{B_c}) \gamma_{5\alpha\beta} \phi_{B_c}(x, b), \quad (7)$$

其中： x 表示轻夸克携带的动量分数； b 代表轻夸克横向动量的共轭； $\alpha\beta$ 是旋量指标。对于洛伦兹标量波函数的具体形式，可采用如下的函数^[9]：

$$\phi_{B_c}^I = N_{B_c} x(1-x) [1 - C_{B_c} (1-2x)] \quad (8)$$

$$\phi_{B_c}^J = N_{B_c} x \exp\left(-\frac{xM_{B_c}}{\omega_{B_c}}\right) \frac{1}{1 + (b\omega_{B_c})^2} \quad (9)$$

$$\phi_{B_c}^K = N_{B_c} \sqrt{x(1-x)} \exp\left(-\frac{x^2 M_{B_c}^2}{2\omega_{B_c}^2} - \frac{\omega_{B_c}^2 b^2}{2}\right) \quad (10)$$

这里： C_{B_c} 和 ω_{B_c} 是常数； M_{B_c} 是 B_c 介子的静止质量。由于横向动量 b 与轻夸克所携带的动量分数 x 是不相干的，为了便于讨论 x 与分支比的关系，假定 $b=0$ ，同时可以得到函数图像(如图 3 所示)。由于在 B_c 介子中重夸克 b 比轻夸克 \bar{c} 要重得多，而波函数中的 x 代表的是轻夸克的动量分数，所以在波函数图像中的一个小的 x 范围内有一个尖峰，其表示大部分的动量都集中在较小的 x 的地方。其中，波函数可以归一化到衰变常数 f_{B_c} ：

$$\int_0^1 \phi(x, b=0) dx = \frac{f_{B_c}}{2\sqrt{2}N_c} \quad (11)$$

$N_c=3$ 为颜色自由度，这样就将函数中的参量 C_{B_c} 和 ω_{B_c} 与归一化常数 N_{B_c} 联系了起来。

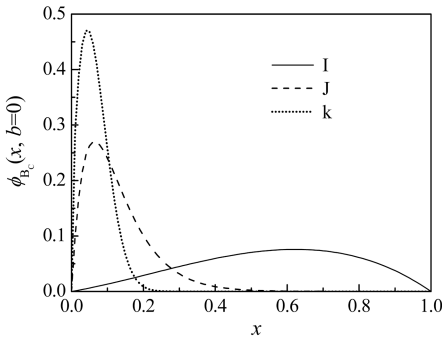


图 3 B_c 介子的光锥分布函数

$C_{B_c}=0.6, \omega_{B_c}=0.4$ 。

由波函数的定义可以得到 $p_b = (1-x)P_{B_c}$ ， $p_c = xP_{B_c}$ ，根据式(3~5)，可以得到 B_c 介子辐射性纯轻衰变的衰变振幅：

$$A = \frac{2\sqrt{3}e G_F V_{cb}}{3P_{B_c} p_\gamma} \left\{ \left[\int_0^1 \frac{\phi(x)}{(1-x)} dx - 2 \int_0^1 \frac{\phi(x)}{x} dx \right] i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P_{B_c}^\nu p_\gamma^\alpha \epsilon_\gamma^\beta + \left[6 - \int_0^1 \frac{\phi(x)}{(1-x)} dx - 2 \int_0^1 \frac{\phi(x)}{x} dx \right] \times (p_{\gamma\nu} \epsilon_{\gamma\mu} - p_{\gamma\mu} \epsilon_{\gamma\nu}) P_{B_c}^\nu \right\} (\bar{l}\gamma^\mu P_L \nu) \quad (12)$$

这样衰变振幅可以简化为

$$A = \frac{\sqrt{6}e C}{6} [C_1 i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P_{B_c}^\nu p_\gamma^\alpha \epsilon_\gamma^\beta + C_2 (p_{\gamma\nu} \epsilon_{\gamma\mu} - p_{\gamma\mu} \epsilon_{\gamma\nu}) P_{B_c}^\nu] \times (\bar{l}\gamma^\mu P_L \nu) \quad (13)$$

其中定义的常数为

$$C = 2\sqrt{2} G_F V_{cb} \alpha,$$

$$C_1 = \int_0^1 \frac{\phi(x)}{(1-x)} dx - 2 \int_0^1 \frac{\phi(x)}{x} dx,$$

$$C_2 = 6 - \int_0^1 \frac{\phi(x)}{(1-x)} dx - 2 \int_0^1 \frac{\phi(x)}{x} dx.$$

将式(13)中的衰变振幅平方后再进行归一化处理，可以得到衰变宽度与光子能量的微分比例关系：

$$\frac{d\Gamma}{dE_\gamma} = \frac{6C^2}{(12\pi)^2} (C_1^2 + C_2^2) (M_{B_c} - 2E_\gamma) E_\gamma \quad (14)$$

这样便可得到其分支比为

$$B_r = \frac{M_{B_c}^3 C^2}{3 \times (24\pi)^2 \hbar} (C_1^2 + C_2^2) \tau_{B_c} \quad (15)$$

4 数据计算与结果分析

在计算中，采用以下的参数^[10]： $M_{B_c} = 6.258$ GeV， $|V_{cb}| = 0.04$ ， $\alpha = 1/137$ ， $\tau_{B_c} = 0.52 \times 10^{-12}$ s， $f_{B_c} = 0.36$ GeV， $\hbar = 6.582 122 \times 10^{-25}$ ， $G_F = 1.66 \times 10^{-5}$ ， $C_{B_c} = 0.6 \pm 0.2$ ， $\omega_{B_c} = 0.40 \pm 0.05$ 。其中，在计算时选取 $C_{B_c} = 0.6$ ， $\omega_{B_c} = 0.40$ ，这是在其他模型和 B_c 介子的非轻与半轻衰变中已经验证过的比较合适的的数据。

表 1 波函数中的参数与分支比 B_r 的比例关系

参数	$B_r(B_c \rightarrow \gamma l \nu) \times 10^{-5}$		
	Fun-I 型(C_{B_c})	Fun-J 型(ω_{B_c})	Fun-K 型(ω_{B_c})
$C_{B_c} = 0.4$ 或 $\omega_{B_c} = 0.35$	2.977 12	1.819 81	3.189 61
$C_{B_c} = 0.6$ 或 $\omega_{B_c} = 0.40$	2.963 79	1.891 66	2.547 25
$C_{B_c} = 0.8$ 或 $\omega_{B_c} = 0.45$	2.950 91	1.978 11	2.183 30

表 2 波函数中的参数影响因子 $C_1^2 + C_2^2$ 及其对分支比 B_r 的影响

波函数	参数	影响因子 ($C_1^2 + C_2^2$)	分支比 $B_r(B_c \rightarrow \gamma \bar{b}) \times 10^{-5}$
I-型	$C_{B_c} = 0.6 \pm 0.2$	$28.032 2 \pm 0.155 9$	$2.963 79 \pm 0.013 33$
J-型	$\omega_{B_c} = 0.40 \pm 0.05$	$13.069 8 \pm 2.254 6$	$1.891 66 \pm 0.086 54$
K-型	$\omega_{B_c} = 0.40 \pm 0.05$	$10.664 0 \pm 13.773 4$	$2.547 25 \pm 0.642 36$

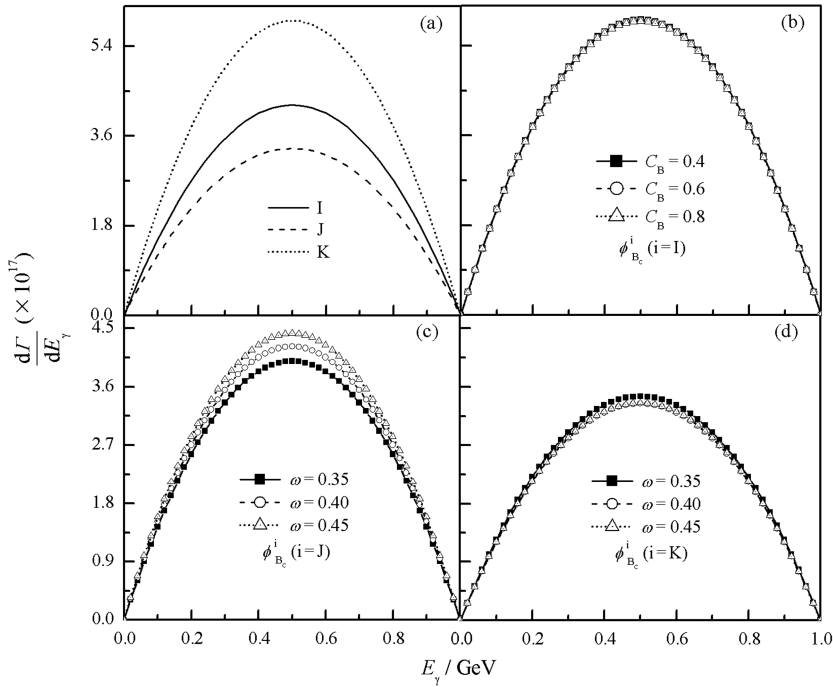


图 4 B_c 介子辐射性纯轻衰变的衰变宽度与光子能量的微分比例关系

(a) 波函数种类不同但波函数中的参数相同；(b), (c) 和 (d) 分别是每种波函数中参数变化时的图像。

图 4 给出了由于波函数模型的不确定而导致的 B_c 介子衰变结果在理论计算上的不确定性。其中, (a) 表示波函数种类的不同而导致的不确定性, 可以看出由于波函数的种类不同, 其峰值跨越了 3 个单位, 虽然其数值结果都在同一个量级 10^{-17} 上, 但相对来说, 其变化仍然很大。(b) 表示当 I-型函数中的参数 C_{B_c} 变化时而引起的衰变不确定性, 虽然 C_{B_c} 的变化是 0.6 ± 0.2 , 但是图中显示出 3 条曲线几乎重合了起来, 说明 I-函数受其参数 C_{B_c} 的影响不大。(c) 和 (d) 分别表示当 J-型和 K-型函数中的参数 ω_{B_c} 的变化为 0.40 ± 0.05 时而引起的衰变不确定性, 从图中可以明显看出 3 条曲线的变化且并没有重合在一块。综合 (b), (c) 和 (d) 3 幅图, 可以得出 K-型波函数受其参数的影响最大, 其不确定度最大, I-形函数受其参数的影响最小, 即其稳定性好, J-型函数居中。表 1 列出了波函数中的参数与分支比 B_r 的比例关系。从数据中可以看出: (1) I-型函数的参

数 C_{B_c} 和 K-型函数的参数 ω_{B_c} 与分支比 B_r 成反比关系, 当参数 C_{B_c} 或 ω_{B_c} 增大时, 其衰变的分支比 B_r 减小; (2) J-型函数中的参数 ω_{B_c} 与分支比 B_r 成正比, ω_{B_c} 增大时 B_r 变大; (3) 虽然当波函数种类变化或波函数中的参数变化时会引起衰变的分支比的变动, 但是 B_c 介子衰变的分支比都在同一个量级 10^{-5} 上。这个结果在我们的图像 (图 4) 中也可以大致看出。表 2 则详细地例出了不同种类的波函数及当其中的参数变化时而导致的 B_c 介子衰变在模型计算上的不确定性。在表 2 所列的数据中, I-型波函数得出的分支比变化最小, K-型的波函数得出的分支比变化最大, 即相对来说 I-型波函数的稳定性最好。同时也可以看出, 波函数种类的不同而导致分支比的变化较大, 但是函数中的参数对分支比的影响相对较小, 在量级 10^{-5} 上分支比的数值变化范围为 (1.819 81 ~ 3.189 61)。通过比较可以得出由波函数而引起的理论上的不确定性, 主要来源于波函数

种类的不同。我们的结果与吕才典等人在文献[5]中得出的分支比(4.9×10^{-5})相比是同一个量级, 只是比他们的结果略小。这是由于我们选择的波函数模型而引起的误差, 我们期待有更好的描述 B_c 介子衰变波函数的诞生。

参考文献 (References):

- [1] MA J P, WANG Q. Phys Lett B, 2005, **613**: 39; SUN J f, DU D S, YANG Y L. Eur Phys J C, 2009, **60**: 107; SHEN Pengnian, LIANG Weihong, ZOU Bingsong. Nuclear Physics Review, 2004, **21**(2): 96.
- [2] BERTOLINI S, BORZUMATI F, MASIERO A, *et al.* Phys B, 1991, **353**: 591; DESCOTES S G, SACHRAJDA C T, Nucl Phys B, 2003, **650**: 356; AKEROYD A G, RECKS-IEGEL S. Phys Lett B, 2002, **525**: 81.
- [3] CHEN J X, HOU Z Y, LI Y, *et al.* High Energy Physics and Nuclear Physics, 2006, **4**(30): 289; HOU Z Y, GUO P, WU W W. Chinese Physics C, 2011, **35**(7): 603; CHEN J X
- HOU Z Y, LÜ C D. Commun Theor Phys, 2007, **47**: 299.
- [4] ABE F, AKIMOTO H, AKOPIAN A, *et al.* (The CDF Collaboration). Phys Rev D, 1998, **58**: 112004.
- [5] CHANG C H, CHENG J P, LÜ C D. Phys Lett B, 1998, **425**: 166.
- [6] GENG C Q, LIH C C, ZHANG Weimin. Mod Phys Lett A, 2000, **15**: 2087.
- [7] GUSTAVO B, GOLDMAN T, DANIEL W. Phys Rev D, 1995, **51**: 111.
- [8] LI R H, LÜ C D, ZOU H. Phys Rev D, 2008, **78**: 014018; ZHANG Z Q, ZHANG J D. Eur Phys J C, 2010, **10**: 1140.
- [9] LI H N, MELIC B. Eur Phys J C, 1999, **11**: 695; LI H N, LÜ C D, SANDA A I. Phys Rev D, 2004, **69**: 094018; KEUM Y Y, LI H N, SANDA A I. Phys Rev D, 2001, **63**: 054008.
- [10] ZUO F, LI Z H, HUANG T. Phys Lett B, 2006, **641**: 177; XIE Z X, FENG G Q, GUO X H. Chinese Physics C, 2010, **34**(10): 1570; AUBERT B, BONA M, BOUTIGNY D, *et al.* Phys Rev D, 2008, 2010, **77**: 011107(R).

QCD Non-perturbative Study in Radiative and Pure-leptonic Decays of B_c by Wave Function

GUO Peng¹, ZHI Hai-su², HOU Zhao-yu¹

(1. Mathematics and Physics Department of Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2. Basic Department, Shijiazhuang Vocational and Technology Institute, Shijiazhuang 050081, China)

Abstract: The radiative and pure-leptonic decays of B_c mesons are of hadrons uncertainty in theoretical calculations. Using three types of the B_c meson wave functions which describe the characteristics of the QCD non-perturbative and by controlling the parameters in them, the uncertainties of B_c meson decay caused by the hadron decay model are studied in detail. The theoretical results show the branching ratios are $(1.819\ 81 \sim 3.189\ 61) \times 10^{-5}$, which are sensitive to the type of wave functions.

Key words: B_c decay; wave function; branching ratio