

文章编号: 1007-4627(2011)03-0268-04

一种计算原子核能隙 Δ 的新方法^{*}

丁斌刚¹, 张大立¹, 鲁定辉²

(1 湖州师范学院理学院, 浙江 湖州 313000;

2 浙江大学浙江近代物理中心, 浙江 杭州 310000)

摘要: 在传统的计算能隙 Δ 的三参数公式基础上, 通过曲线拟合, 消除了同位旋变化对结合能的影响, 得到了更为理想的能隙 Δ 计算方法。计算发现, 粒子数越少, 同位旋的影响越大, 传统计算方法产生的偏差越大, 而新的计算方法, 无论是在轻核区还是在重核区, 得到的结果更接近于经验公式。

关键词: 能隙; 结合能; 曲线拟合; 同位旋

中图分类号: 0571.2 **文献标识码:** A

1 引言

原子核的结合能普遍具有奇偶差以及偶偶核自旋为零等事实, 证明在同类核子间存在强烈的对关联。对关联是核子间最重要的剩余相互作用。长期以来, 在核物理研究领域, 对关联的问题一直是许多学者关注的重点^[1-2]。因为它既涉及对核现象的基本理解, 也是当前一些核模型(如相对论平均场模型^[3-4])计算程序的输入参数, 输入不同的初始值 Δ 会得到不同的计算结果。在目前最通用的处理对关联的 BCS 理论中, 除了用对力强度 G , 也可用能隙 Δ 表征对关联的强度。所以, 根据原子核的实验数据提取准确的 Δ 值, 对于保证计算结果的可靠性是十分重要的。从原子核结合能实验数据中提取 Δ 值的传统方法就有所谓的三参数公式^[2], 其基本思想是通过比较偶偶核与两个相邻奇 A 的结合能而得到奇偶质量差。但是, 原子核的结合能是核内部各种相互作用能的综合反映, 其中中(子)质(子)比(同位旋)的大小是决定给合能的重要因素, 特别是在轻核中, 相邻元素的中质比变化较快, 由三参数公式得到的能隙 Δ 值就无法消除中质比的变化对结合能大小产生的影响。而 Moller 等人也曾指出, 能隙 Δ 的大小并不明显地依赖于原子核的同位旋^[1]。为了克服三参数公式的这一缺陷, 随后出现的五参数公式^[2]扩大了邻近原子核的取值范围, 但

其基本思想仍和三参数公式相同, 并没有从根本上克服这一缺陷。为此, 本文以 Mg 同位素为例, 通过曲线拟合 Mg 同位素的结合能随中子数的变化规律, 找出中质比对结合能的影响, 并从结合能中扣除该影响而得到仅反映奇偶质量差的结合能变化规律, 在此基础上再应用三参数公式计算中子能隙 Δ_n 值。

2 能隙的计算

本节主要以 Mg 同位素为研究对象, 所用的方法也适于其它同位素或同中子素, 原子核结合能的数据, 均取自文献^[5]。

2.1 Mg 同位素的结合能及其增量

首先, 为了了解结合能随中质比的变化, 将 Mg 同位素链中有实验数据的 17 个核(从中子数 $N=7$ 到 $N=23$)的每核子结合能 E 列于表 1 中。从这些数据可知, E 随中质比的增大从最小的 $E_0 = 5.838$ MeV (^{19}Mg 核)增大到 $E_m = 8.334$ MeV (^{26}Mg 核), 再下降到离稳定线最远的丰中子核 ^{35}Mg 的 7.342 MeV。如果以 ^{19}Mg 核的 E_0 为相对零点, 则在这 17 个核的范围内, E 的最大振幅为 $\Delta E_m = E_m - E_0 = 2.496$ MeV, 相对于原子核的能隙来说, 这已是一个不容轻易忽略的小量。

* 收稿日期: 2010-09-26; 修改日期: 2010-11-27

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11075052)

作者简介: 丁斌刚(1956—), 男(汉族), 浙江湖州人, 教授, 从事核结构研究; E-mail: dingbingang@163.com

定义 $\Delta E = E - E_0$ 为每核子结合能的相对增量。该增量能更清楚地反映中质比对结合能的影响，其数值同样列于表 1 中。

表 1 Mg 同位素链的每核子结合能 E 及相对增量 ΔE

N	E/MeV	$\Delta E/\text{MeV}$
7	5.8380	0
8	6.7234	0.8854
9	7.1047	1.2667
10	7.6626	1.8246
11	7.9011	2.0631
12	8.2607	2.4227
13	8.2235	2.3856
14	8.3339	2.4959
15	8.2639	2.4259
16	8.2724	2.4344
17	8.1138	2.2758
18	8.0554	2.2174
19	7.8723	2.0343
20	7.8078	1.9698
21	7.6385	1.8005
22	7.5360	1.6980
23	7.3420	1.5040

2.2 结合能增量 ΔE 的变化规律

为了找到中质比对结合能的影响，以同位旋 $N - Z$ 作横坐标，以每核子结合能的增量 ΔE 作纵坐标，得到 ΔE 的离散点和它的拟合曲线如图 1 所示。由图 1 可见，该拟合曲线正好处于偶核和奇核之间，偶核的 ΔE 均处于该曲线的外侧，奇核的 ΔE 均处于内侧，所以，这条曲线已消除了奇偶差而仅反映了中质比对结合能的影响。通过对该曲线进行计算机拟合，得到其定量的变化规律为

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon = & 2.32418 + 0.15632(N - Z) - \\ & 0.04609(N - Z)^2 + 0.00294(N - Z)^3 - \\ & 5.43921 \times 10^{-6}(N - Z)^4 - \\ & 4.87235 \times 10^{-6}(N - Z)^5 (\text{MeV}), \quad (1) \end{aligned}$$

公式(1)中的 $\Delta\epsilon$ 是拟合曲线上的纵坐标，代表消除了奇偶差的每核子结合能增量，而不是原来的 ΔE 。

令
$$\epsilon = E - \Delta\epsilon (\text{MeV}), \quad (2)$$

则该 ϵ 就是消除了中质比影响的仅反映奇偶差的每核子结合能。将 Mg 同位素中 17 个核的 $N - Z$ 值分别代入公式(1)，再利用(2)式，就可得到每个核

的 ϵ ，其计算结果如图 2 所示。

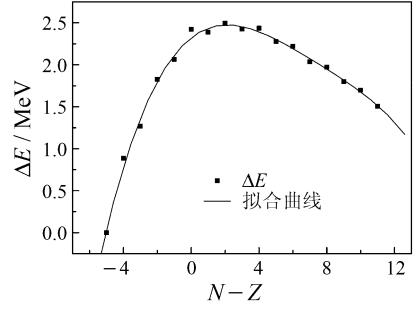


图 1 Mg 同位素的结合能增量 ΔE 随同位旋 $N - Z$ 的变化

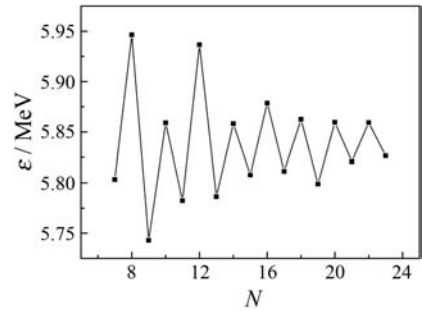


图 2 修正了中质比影响的 Mg 同位素的每核子结合能

在图 2 中，结合能 ϵ 的起伏仅和奇偶性有关而和中子数的增加无关，这才是计算奇偶质量差所需要的数据。但要注意的是，图 2 中 $N = 8$ 处的 ϵ 特别大，其原因是壳效应的存在，因为我们的方法只是消除了同位旋对结合能的影响而没有修正壳效应。至于 $N = 12$ 处的 ϵ 也比较大，这是曲线拟合的另一个缺陷，因为它不可能对每一个核都拟合得相当精确。从图 1 可知， $N - Z = 0$ ($N = 12$) 处的点离拟合曲线较远，导致了结果的不精确。这种现象在曲线拟合中应当注意。

2.3 Mg 同位素中偶偶核的中子能隙计算

令消除了中质比影响的原子核的总结合能为

$$B(Z, N) = A \times \epsilon(Z, N), \quad (3)$$

其中 A 是原子核的核子数。代入计算中子能隙的三参数公式

$$\begin{aligned} \Delta_n = & \frac{1}{2} [B(Z, N + 1) - 2B(Z, N) + \\ & B(Z, N - 1)], \quad (4) \end{aligned}$$

可得到我们要求的中子能隙 Δ_n 。为便于比较，表 2 列出了直接将总结合能实验值代入公式(4)得到的

中子能隙 Δ_{n_0} 和相关数据。由表 2 数据可知, 两种方法得到的中子能隙有明显的差别, $\bar{\Delta}_n = 2.000$ MeV, $\bar{\Delta}_{n_0} = 2.795$ MeV, 它们的差异度接近 40%。特别是在 $N = 8$ 和 12 处, Δ_{n_0} 高达 4.407 和 4.6 MeV, 这显然不合情理。因为根据文献[6]的报道, 在所有的 Mg 同位素第一激发态中, ^{26}Mg 的能级最高也只有 1.809 MeV (^{20}Mg 没有对应的实验数据), 说明按传统方法计算的能隙不光是对能的贡献而有中质比或壳效应的影响在其中(我们还用五参数公式进行了计算, 结果仍然偏大, 没有明显的好转)。当然, 在我们的计算结果中, ^{24}Mg 核的 $\Delta_n = 3.656$ MeV 也显得过大, 从图 1 中可以发现, 这主要是该点偏离拟合曲线较远所致。

表 2 Mg 同位素中 17 个核的消除了中质比影响的原子核的总结合能 B 以及由此求出的中子能隙 Δ_n 和用传统方法求出的中子能隙 Δ_{n_0}

N	B/MeV	Δ_n/MeV	Δ_{n_0}/MeV
7	110.26		
8	118.93	2.33	4.41
9	120.61		
10	128.80	2.00	3.12
11	132.99		
12	142.48	3.66	4.60
13	144.65		
14	152.31	1.58	2.33
15	156.81		
16	164.60	1.93	2.42
17	168.53		
18	175.87	1.73	1.99
19	179.76		
20	187.50	1.58	1.79
21	192.09		
22	199.21	1.21	1.70
23	203.92		

2.4 Ni 和 Gd 同位素中偶偶核的中子能隙计算

为了进一步验证上述方法的可靠性, 我们用同样方法计算了较轻的质子幻数核 Ni 和较重的一般核 Gd 的同位素的中子能隙 Δ_n 和 Δ_{n_0} , 并用经验公式 $\Delta = 11.2/\sqrt{A}$ [7] 加以对比, 计算结果见表 3。

表 3 用 3 种方法计算的 Ni 和 Gd 同位素中偶偶核的中子能隙 Δ_n , Δ_{n_0} 和 Δ

同位素	N	Δ_n/MeV	Δ_{n_0}/MeV	Δ/MeV	
Ni	28	2.56	3.23	1.50	
	30	1.185	1.61	1.47	
	32	1.55	1.78	1.45	
	34	1.265	1.88	1.44	
	36	1.6	1.78	1.40	
	38	1.6	1.57	1.38	
	40	1.4	1.60	1.36	
	42	1.51	1.54	1.34	
	Gd	78	0.74	1.21	0.94
		80	0.92	1.17	0.93
82		1.63	1.89	0.93	
84		0.76	1	0.92	
86		0.99	1.08	0.91	
88		0.66	1.14	0.91	
90		1.27	1.19	0.90	
92		1.05	1.06	0.90	
94		0.835	0.97	0.89	
96		1.05	0.89	0.89	

它们的计算结果分别是 Ni: $\bar{\Delta}_n = 1.468$ MeV, $\bar{\Delta}_{n_0} = 1.859$ MeV, 它们的差异度是 26.6%; Gd: $\bar{\Delta}_n = 0.931$ MeV, $\bar{\Delta}_{n_0} = 1.159$ MeV, 它们的差异度是 24.5%。而用经验公式 $\Delta = 11.2/\sqrt{A}$ 进行计算(分别取 Ni 和 Gd 同位素的平均粒子数 A 为 62 和 150), 则这两个同位素的中子能隙分别为 1.422 和 0.914 MeV, 和新算法的结果比较接近(该经验公式只反映对能随核子数的总体变化而不能认为精确到每一个核)。

3 总结

原子核的结合能随同位旋变化的非线性, 是导致传统三参数或五参数公式准确度不高的基本原因, 故预先通过曲线拟合的方法消除这种影响是计算能隙的必要手段。上述计算结果表明, 原子核的粒子数越少, 同位旋对结合能的影响越大, 传统方法的计算结果的偏差也越大。而本文采用的新方法, 尽管计算量较大, 但能得到比较理想的结果, 为精确计算原子核的能隙提供了一种有益的尝试。

参考文献 (References):

- [1] Möller P, Nix J R. Nuclear Physics, 1992, **A536**: 20.
- [2] Hu Jimin, Yang Bojun, Zheng Chunkai. Atomic Nucleus Theory. Beijing: Atomic Energy Publisher, 1993, 70 (in Chinese).
(胡济民, 杨伯君, 郑春开. 原子核理论. 北京: 原子能出版社, 1993, 70.)
- [3] Gambhir Y K, Ring P, Thimet A. Ann Phys, 1990, **198**: 132.
- [4] Ring P, Gambhir Y K, Lalazissis D A. Comp Phys Commu, 1997, **105**: 77.
- [5] Audi G, Wapstra A H, Thibault C. Nuclear Physics, 2003, **A729**: 337.
- [6] Raman S, Nestor C W, Tikkanen P. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 2001, **78**: 1.
- [7] Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure. New York: W. A. Benjamin, 1969, 169.

A New Method of Calculating Nuclear Energy Gap Δ *

DING Bin-gang^{1, 1)}, ZHANG Da-li¹, LU Ding-hui²

(1 College of Science, Huzhou Normal College, Huzhou 313000, Zhejiang, China;
2 Zhejiang Institute of Modern Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: Based on the traditional Three-Parameter formula for extracting energy gap Δ , an improved method has been obtained through fitting the data and eliminating the impact of the isospin effect on the binding energy. We find with our new calculations that the fewer the particle number, the greater the impact of isospin, and therefore, the greater the deviation caused in the traditional method. On the other hand, the results obtained by the present method, either for nuclei in the light mass or in heavy mass region, are much closer to the results of the empirical pairing formula.

Key words: energy gap; binding energy; curve fitting; isospin

* Received date: 26 Sep. 2010; Revised date: 27 Nov. 2010

* Foundation item: National Natural Science Foundation of China(11075052)

1) E-mail: dingbingang@163.com