

文章编号: 1007-4627(2010)01-0023-06

部分相干源关联函数的模拟计算*

李淑侠^{1,2}, 张卫宁^{1,3}

(1 哈尔滨工业大学物理系, 黑龙江 哈尔滨 150006;

2 黑龙江大学物理与科学技术学院, 黑龙江 哈尔滨 150080;

3 大连理工大学物理与光电工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 核-核碰撞可以简单看成核子-核子碰撞, 每一核子-核子碰撞产生的源可用经典流表示。对于时空函数的经典流系综, 当源部分相干时, 全同两粒子玻色-爱因斯坦关联函数公式应包含混沌和相干项。根据蒙特卡罗的模拟计算思想, 由混沌源 2π 关联函数的模拟计算出发, 得到部分相干源关联函数的模拟计算方法。在相对动量 q 的 out 和 side 方向上, 对部分相干源关联函数进行蒙特卡罗模拟计算, 计算得到源的半径 R_{out} 在误差范围内近似等于 R_{side} 。

关键词: π 干涉学; 部分相干源; 模拟计算

中图分类号: O572.2 **文献标识码:** A

1 引言

π 干涉学是一种强度干涉学, 广泛应用在高能重离子碰撞的研究领域中, 它研究碰撞中产生的末态全同粒子之间的玻色-爱因斯坦关联以及这种关联所反映的粒子发射源的时空结构、相干性和有关的动力学信息^[1-8]。 π 干涉学中的关联函数能够体现源的时空信息。为使关联函数值与实验相符, 人们提出源的相干性思想^[1-3, 9-15], 并在实验中引入因子 λ 来表示源的相干程度。尽管在源的演化过程中, 相干性的信息可能受到破坏, 但部分相干性仍将保留在粒子谱中。近几年的 RICH 实验干涉学测量中发现 $R_{\text{out}}/R_{\text{side}} \approx 1$ ^[4-6], 结果小于流体动力学模型的理论预言, 这一现象被称为 HBT 之谜。因为粒子发射源的相干性对于正确理解粒子的产生和冻出机制具有重要作用, 所以对部分相干源关联函数的 out 和 side 方向进行研究和考查具有重要的理论和实际意义。

在粒子发射过程中, 对粒子发射源的时空演化作更细致研究很难。为了对实验数据和理论模型加以对比, 并计算模型假定对干涉效应的影响, 人们通常使用蒙特卡罗模拟方法产生强子的相空间分布来分析反映真实实验条件的运动学和动力学效

应^[16-20]。本文按照蒙特卡罗的模拟计算思想, 从混沌源 2π 关联函数的模拟计算得到部分相干源的计算方法。为了简单起见, 对源的混沌部分和相干部分采用相同的单粒子谱, 混沌程度可以简化为常数。

2 部分相干源的 2π 关联函数公式

在 $t \rightarrow -\infty$ 时, 两个基态的核以一定的速度相对运动, 当两个核发生碰撞后, 在 $t \rightarrow +\infty$ 时系统有自由 π 介子产生, π 介子的场方程为^[1]

$$(\square + m_\pi^2)\phi(x) = J(x), \quad (1)$$

其中 \square 为达朗贝尔算符, $J(x)$ 为流算符。因为 π 介子场与核子场的耦合使得该方程的求解非常困难, 所以把流看成是 c 数的经典流, 由经典流生成的态为相干态。考虑到许多核子可能存在集体相互作用而产生相干场, 通常将经典流分为混沌项和相干项^[1, 2]:

$$J(x) = J_{\text{ch}}(x) + J_{\text{coh}}(x), \quad (2)$$

由于 $\langle J_{\text{ch}} \rangle = 0$, 所以

$$J_{\text{coh}}(x) = \langle J(x) \rangle, \quad (3)$$

* 收稿日期: 2009-04-07; 修改日期: 2009-05-05

* 基金项目: 黑龙江省教育厅科学技术研究资助项目(10551252)

作者简介: 李淑侠(1970-), 女(汉族), 黑龙江哈尔滨人, 博士研究生, 从事核理论研究工作; E-mail: lishuxia0610@163.com

$$J_{\text{ch}}(x) = J(x) - \langle J(x) \rangle. \quad (4)$$

假定经典流的涨落符合高斯型几率分布 $P\{J\}$ ，对于部分相干的高斯流来说，其相干部分 $I(x)$ 和两流混沌关联部分 $D(x_1, x_2)$ 分别由流的一阶矩和二阶矩确定^[2]：

$$I(x) = \langle J(x) \rangle, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} D(x_1, x_2) &= \langle J(x_1)J(x_2) \rangle - \langle J(x_1) \rangle \langle J(x_2) \rangle \\ &= \langle J_{\text{ch}}(x_1)J_{\text{ch}}(x_2) \rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

引入粒子发射源的几何效应，即源相干部分和混沌部分的时空分布 $f_{\text{coh}}(x)$ 和 $f_{\text{ch}}(x)$ 后，则 $I(x)$ 和 $D(x_1, x_2)$ 可写作：

$$I(x) = f_{\text{coh}}(x), \quad (7)$$

$$D(x_1, x_2) = f_{\text{ch}}(x)C(x_1 - x_2)f_{\text{ch}}(x_2). \quad (8)$$

其中 $C(x_1 - x_2)$ 描述均匀核物质中时空点 x_1 和 x_2 的关联，它反映粒子发射源的动力学特性，而不是时空分布。 $C(x_1 - x_2)$ 的特征尺度 L 为关联长度 L 。对于处于热平衡的系统，关联长度与系统温度有关， $L \approx 1/T$ ^[2]。

在 π 干涉学中，两粒子关联函数的定义为

$$C_2(k_1, k_2) = \frac{P_2(k_1, k_2)}{P_1(k_1)P_1(k_2)}, \quad (9)$$

其中 $P_2(k_1, k_2)$ 和 $P_1(k)$ 分别为两粒子和单粒子的动量分布。对于部分相干源，单粒子动量分布包含混沌分量和相干分量：

$$P_1(k) = P_1^{\text{ch}}(k) + P_1^{\text{coh}}(k) = D(k, k) + |I(k)|^2. \quad (10)$$

如果采用经典流描述粒子发射源，流的统计分布为高斯型，可以得到：

$$\begin{aligned} P_2(k_1, k_2) &= P_1(k_1)P_1(k_2) + 2\text{Re} D(k_2, k_1) \times \\ &I^*(k_1)I(k_2) + D(k_1, k_2)D(k_2, k_1), \end{aligned} \quad (11)$$

其中源的动量空间表示 $I(k)$ ， $D(k_1, k_2)$ 可通过 $I(x)$ 和 $D(x_1, x_2)$ 的在壳傅里叶变换得到：

$$I(k) = \int d^4x I(x) \exp(ikx), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} D(k_1, k_2) &= \int d^4x_1 d^4x_2 D(x_1, x_2) \exp(-ik_1 x_1 + ik_2 x_2). \\ & \end{aligned} \quad (13)$$

上面公式中， $I(k)$ 和 $D(k_1, k_2)$ 是复数，为了简化，令：

$$I(k_i) = f_i e^{i\phi_i}, \quad (14)$$

$$\frac{D(k_1, k_2)}{\sqrt{D(k_1, k_1)D(k_2, k_2)}} = T_{12} e^{i\phi_{12}}. \quad (15)$$

定义源的混沌程度

$$p(k) = \frac{D(k, k)}{D(k, k) + |I(k)|^2}, \quad (16)$$

可以得到：

$$\begin{aligned} C_2(k_1, k_2) &= 1 + 2\sqrt{p_1(1-p_1)p_2(1-p_2)} \times \\ &T_{12} \cos\Phi + p_1 p_2 T_{12}^2, \end{aligned} \quad (17)$$

其中， p_i 代表 $p(k_i)$ ， $\Phi = \Phi_{12} - \phi_1 + \phi_2$ 。式(17)中， T_{12} 只与混沌源部分有关，混沌程度 $p(k)$ 与相干部分及混沌部分的单粒子分布有关，是动量 k 的函数。当 $p=1$ 时，即完全混沌源，(17)式中 $T_{12} \cos\Phi$ 的项消失， $C_2 = 1 + T_{12}^2$ 。当 $0 < p < 1$ 时，源为部分相干源，(17)式中 $T_{12} \cos\Phi$ 项不为零， C_2 包含两个关联项：相干项 $H_{\text{coh}} = 2\sqrt{p_1(1-p_1)p_2(1-p_2)} T_{12} \times \cos\Phi$ 和混沌项 $H_{\text{ch}} = p_1 p_2 T_{12}^2$ 。

为了对部分相干源关联函数进行模拟计算，利用发射函数（单粒子维格纳密度）表示关联函数^[10, 21-23]。根据文献[10]发射函数可写成：

$$\begin{aligned} S(x, K) &= \int \frac{d^4y}{2(2\pi)^3} e^{-Ky} \langle J^* \left(x + \frac{y}{2} \right) J \left(x - \frac{y}{2} \right) \rangle \\ &= S_{\text{ch}}(x, K) + S_{\text{coh}}(x, K), \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$S_{\text{ch}}(x, K) \equiv \int dy e^{iky} f_{\text{ch}} \left(x - \frac{y}{2} \right) C(y) f_{\text{ch}} \left(x + \frac{y}{2} \right), \quad (19)$$

$$S_{\text{coh}}(x, K) \equiv \int dy e^{iky} f_{\text{coh}} \left(x - \frac{y}{2} \right) C(y) f_{\text{ch}} \left(x + \frac{y}{2} \right), \quad (20)$$

可以证明

$$\int dx S_{\text{ch}}(x, K_{ij}) e^{iq_{ij}x} = D(k_j, k_i), \quad (21)$$

$$\int dx S_{\text{coh}}(x, K_{ij}) e^{iq_{ij}x} = I(k_i)I^*(k_j), \quad (22)$$

其中 $K_{ij} = (k_i + k_j)/2$ ， $q_{ij} = k_i - k_j$ ，而 $i, j = 1, 2$ 。

于是由(9)–(11), (21)和(22)式, 可得到关联函数的另一种表达式^[7]:

$$C_2(k_1, k_2) = 1 + \frac{2F_{12} f_{12} \cos\Phi + F_{12}^2}{(F_{11} + f_{11})(F_{22} + f_{22})}, \quad (23)$$

这里 F_{ij} 和 f_{ij} 出自

$$F_{ij} e^{i\Phi_{ij}} = \int dx S_{\text{ch}}(x, K_{ij}) e^{iq_{ij}x}, \quad (24)$$

$$f_{ij} e^{i\Phi_{ij}} = \int dx S_{\text{coh}}(x, K_{ij}) e^{iq_{ij}x}, \quad (25)$$

$\Phi = \Phi_{12} + \phi_{12}$, 其中 $\phi_{12} = \phi_1 - \phi_2$ 。

3 部分相干源关联函数模拟计算和结果

为了计算部分相干源的关联函数, 本文将混沌源 2π 关联函数的计算方法推广到部分相干源的模拟计算, 对一定模型下部分相干源进行计算机蒙特卡罗模拟计算。

人们对混沌源普遍采用的 2π 关联函数形式为

$$C(q, K) = 1 + \frac{\left| \int d^4x S(x, K) e^{iqx} \right|^2}{\int d^4x S(x, k_1) \int d^4y S(y, k_2)}, \quad (26)$$

其中 $S(x, k)$ 为混沌源发射函数, $q = k_1 - k_2$, $K = (k_1 + k_2)/2$ 。(26)式是 Wigner 变换下 π 干涉学领域最常用的 2π 关联公式。(26)式直接对应于部分相干源关联函数中的混沌项。根据 Wigner 函数的定义, (26)右边第二项中的分子可重新表示为

$$\text{Num}(q, K) = \int d^4x d^4y S(x, K) S(y, K) \times \cos[q(x - y)]. \quad (27)$$

蒙特卡罗的模拟计算思想是按照源发射函数 $S(x, k)$ 随机产生粒子的相空间坐标 (x_i, k_i) , $i = 1, \dots, n$ 。 k_i 为在壳的粒子动量, x_i 为反应冻结时粒子的时空坐标。当 $n \rightarrow \infty$ 时, (27)式的积分可以由权重求和代替。但是, (27)式中的 $K = (k_1 + k_2)/2$ 是不在壳的, $S(x, K)$ 不能简单地由 $S(x, k)$ 代替。为了克服这个困难, 人们通常假定发射函数是光滑的, 即

$$S(x, K) = S\left(x, \frac{k_1 + k_2}{2}\right) \approx S(x, k_1) \approx S(x, k_2), \quad (28)$$

因此(27)式可以写作:

$$\text{Num}(q, K) = \int d^4x d^4y S(x, k_1) S(y, k_2) \times \cos[q(x - y)]. \quad (29)$$

将经典源的发射函数

$$S_{\text{class}}(x, k) = \sum_{i=1}^N \delta^{(4)}(x - x_i) \delta^{(4)}(k - k_i) \quad (30)$$

代入(29)式, 得:

$$\text{Num}(q, K) \rightarrow \sum_{i, j \in \text{bin}(K, \epsilon)} \cos[(k_i - k_j)(x - y)], \quad (31)$$

求和号下标中的 bin 代表 $k_i - k_j \approx q$, $(k_i + k_j)/2 = K$ 的动量区间。(31)式是人们常用的模拟计算方法。然而文献[16]指出(31)式的计算方法有两个问题: 第一, 使用假定 $S(x, K) S(y, K) \approx S(x, k_1) \times S(y, k_2)$ 将(27)式化为(29)式使关联函数失去正定性; 第二, (29)式方法的形式不正确, 导致粒子对选择及权重的使用不恰当。实际上,

$$S(x, K) S(y, K) = \int d^4k_1 d^4k_2 S(x, k_1) S(y, k_2) \times \delta^4(k_1 - k_2) \delta^4\left(K - \frac{k_1 + k_2}{2}\right). \quad (32)$$

将发射函数(30)式代入(32)式, 再通过(27)式计算, 得到:

$$\text{Num}(q, K) = \sum_{i=1}^n \delta^4(k_1 - k_2) \delta^4\left(K - \frac{k_1 + k_2}{2}\right) \times \cos[q(x_i - x_j)], \quad (33)$$

则(33)式表示粒子对的选取应为 $k_i \approx k_j \approx K$, 且

$$\text{Num}(q, K) \rightarrow \sum_{i, j \in \text{bin}(K, \epsilon)} \cos[q(x - y)], \quad (34)$$

式中 bin 应该代表动量 K 附近的小区域, 而且区域越小越好。(34)式和(31)式计算方法不同, (34)式选择 $k_i \approx k_j \approx K$ 的粒子对, 以权重 $\cos[q(x_i - x_j)]$ 对相对动量 $q \approx q_n$ 的小区域加权, 而(31)式选择 $k_i - k_j \approx q_n$ 的粒子对以权重 $\cos[(k_i - k_j) \cdot (x_i - x_j)]$ 对相对动量 $q \approx q_n$ 的小区域加权。(34)式的计算方法对粒子对的选择和加权是符合(27)式的, 利用这种方法对一定模型的源 $S(x, k)$ 的关联函数进行模拟计算, 能使关联函数反映源的时空结构 $x_i - x_j$ 。

另外, (34)式保持了(27)式的正定性。因此本文的模拟计算采用(34)式的方法。

将(17)式与(23)式对照, 对源的混沌部分和相干部分采用相同的单粒子谱, 可以得到

$$H_{\text{coh}} = 2p(1-p)T_{12} \cos\Phi$$

$$= \frac{2F_{12}f_{12} \cos\Phi}{(F_{11} + f_{11})(F_{22} + f_{22})}, \quad (35)$$

$$H_{\text{ch}} = p^2 T_{12}^2 = \frac{F_{12}^2}{(F_{11} + f_{11})(F_{22} + f_{22})}. \quad (36)$$

对照(24)式, 混沌项的分子 F_{12}^2 为

$$F_{12}^2 = \left| \int d^4x S_{\text{ch}}(x, K) e^{iqx} \right|^2. \quad (37)$$

采用(34)式的计算方法, 可以得到:

$$F_{12}^2 \rightarrow \sum_{i, j \in (K, \epsilon)} \cos[q(x_i - x_j)]. \quad (38)$$

(38)式代表对 F_{12}^2 进行模拟计算, 选取混沌源的粒子对 $(x_i, k_i)(x_j, k_j)$, 使 $k_i \approx k_j \approx K$, 即粒子对的动量处于同一动量区域 $\text{bin}(K, \epsilon)$ 中, ϵ 为动量区域

的宽度, F_{12}^2 的模拟计算值为对这样的粒子对以权重 $\cos[q(x_i - x_j)]$ 进行加权求和。由(24)式和(25)式, 相干项 H_{coh} 的分子为

$$2F_{12}f_{12} \cos\Phi = 2\text{Re} \left[\int d^4x S_{\text{ch}}(x, K) e^{iqx} \times \int d^4y S_{\text{coh}}(y, K) e^{iqy} \right] = 2 \int d^4x d^4y S_{\text{ch}}(x, K) \times S_{\text{coh}}(y, K) \cos[q(x+y)]. \quad (39)$$

根据(27)和(34)式, 可得到(38)式的计算方法为

$$2F_{12}f_{12} \cos\Phi \rightarrow \sum_{i, j \in (K, \epsilon)} \cos[q(x_i - x'_j)], \quad (40)$$

其中 x_i 和 x'_j 分别为混沌源和相干源发射粒子的坐标。(40)式代表对 $2F_{12}f_{12} \cos\Phi$ 进行模拟计算, 选取混沌源和相干源粒子组成粒子对 $(x_i, k_i)(x'_j, k'_j)$, 要求粒子对的动量处于同一动量区域 $\text{bin}(K, \epsilon)$ 中, 即 $k_i \approx k_j \approx K$ 。 $2F_{12}f_{12} \cos\Phi$ 的模拟计算值为对这样的粒子对以权重 $\cos[q(x_i + x'_j)]$ 进行加权求和。

基于上述考虑, 本文采用高斯型粒子发射源, 混

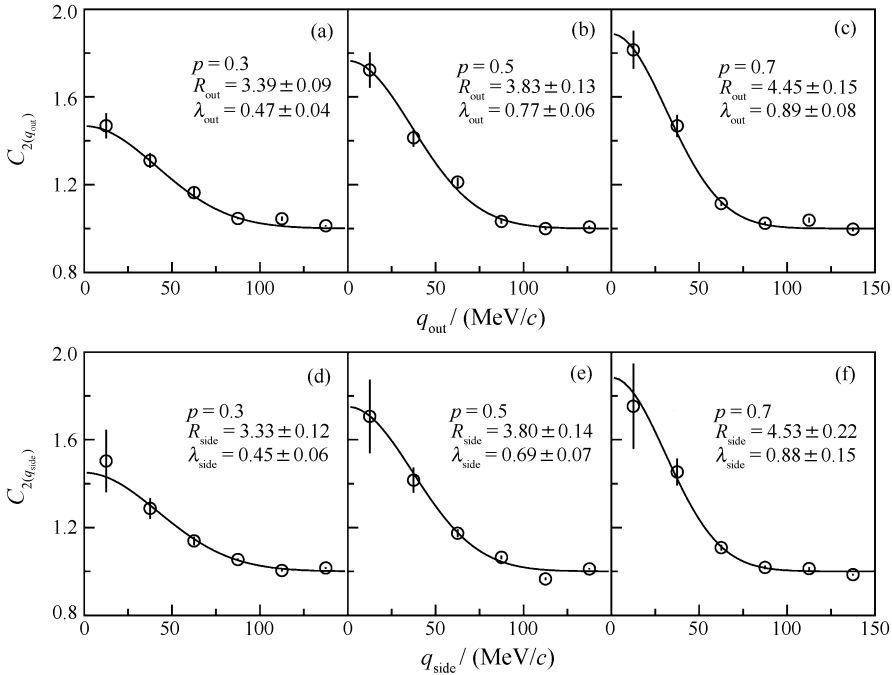


图 1 不同混沌程度的高斯型部分相干源关联函数

沌发射和相干发射的单粒子谱相同, 当温度为 $T = 150 \text{ MeV}$ 时, 粒子热冻出。为简单起见, 设源的寿命 $\tau = 0$, 混沌性参量 p 为常数, 且仅考虑 q 的两个分量

q_{out} 和 q_{side} 。图 1 给出了使用本文的模拟计算方法得到的部分相干源关联函数。其中, (a), (b) 和 (c) 是在 out 方向上 p 分别为 0.3, 0.5 和 0.7 的关联函数,

(d), (e)和(f)是 side 方向上的计算结果。对于计算结果使用高斯型关联函数 $C_2 = 1 + \lambda \exp(-q^2 R^2)$ 进行拟合, $R_{\text{out}}(R_{\text{side}})$ 的单位为 fm, 从图中可以看出, 拟合得到的 R_{out} 在误差范围内近似等于 R_{side} 。

4 结论

由于全同粒子的 π 干涉学是揭示夸克胶子等离子体存在的重要手段, 所以对 π 干涉学中关联函数进行部分相干性分析是很必要的。在通常的部分相干源 2π 关联函数中应有两个关联项, 但是人们对其进行模拟计算时总是在混沌源基础上简单加一个相干因子 λ 来表示源的混沌程度, 这样处理方法不能正确理解粒子的相干发射机制。本文从粒子混沌发射和相干发射的基本原理出发, 按照蒙特卡罗的模拟计算思想, 根据 Wigner 变换的混沌源 2π 关联函数模拟计算, 得到部分相干源关联函数的模拟计算方法。使用本计算方法在相对动量的 out 和 side 方向上模拟计算关联函数, 并对计算结果进行拟合, 得到 R_{out} 在误差范围内近似等于 R_{side} 。本文对部分相干源采用的模拟计算能得到 $R_{\text{out}}/R_{\text{side}} \approx 1$, 这对于正确解释 HBT 之谜提供了很好的方法, 为理解粒子的产生机制和粒子发射源的相干性提供了新的思路。

参考文献 (References):

[1] Gyulassy M, Kauffmann S K, Wilson L W. Phys Rev, 1979. **C20**;

2267.

- [2] Andreev I V, Plumer M, Weiner R M. Int J Mod Phys, 1993, **A8**: 4577.
- [3] Weiner R M. Phys. Rept, 2000, **327**: 249.
- [4] Lisa M A, Pratt S, Soltz R, *et al.* Ann Rev Nucl Part Sci, 2005, **55**: 35.
- [5] Heinz U. arXiv: hep-ph/0407360.
- [6] Csorgo T. arXiv: hep-ph/09010766.
- [7] Gyulassy M, Padula S. Phys Rev, 1990, **C41**: R21.
- [8] Weiner R M. Phys Lett, 1989, **B232**: 278.
- [9] Pratt S. Phys Rev, 1986, **D33**: 72.
- [10] Heinz U, Zhang Q H. Phys Rev, 1997, **C56**: 426.
- [11] Akkelin S V, Ledniczy R, Sinyukov M Yu. Phys Rev, 2002, **C65**: 064904.
- [12] Nakamura Hiroki, Seki Ryoichi. Phys Rev, 2002, **C66**: 027901.
- [13] Zhang Q H, Li X Q. Phys Rev, 1998, **C57**: 1562.
- [14] Akkelin S V, Ledniczy R, Sinyukov, *et al.* nucl-th/0107015.
- [15] Zhang Q H, Chao W Q, Gao C S. J Phys, 1997, **G23**: 1133.
- [16] Zhang Q H, Wiedemann U A, Heinz U. Phys Lett, 1997, **B407**: 33.
- [17] Bialas A, Krzywicki A. Phys Lett, 1995, **B354**: 134.
- [18] Flalkowski K, Wit R, Wosiek J. Phys Rev, 1998, **D58**: 094013.
- [19] Tomasik Boris. arXiv: hep-ph/08064770.
- [20] Zhang W N, Liu Yu M, Huo L, *et al.* Phys Rev, 1998, **C51**: 922.
- [21] Ochs Stefan, Heinz U. arXiv: hep-ph/9806118.
- [22] Chapman Scott, Heinz U. Phys Lett, 1994, **B340**: 250.
- [23] Leonid V Razumov, Weiner R M. Phys Lett, 1995, **B348**: 133.

Simulation of Two-pion Correlation Function for Partially Coherent Sources*

LI Shu-xia^{1, 2, 1)}, ZHANG Wei-ning^{1, 3}

(1 Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150006, China;

2 College of Physics Science and Technology, Heilongjiang University, Harbin 150080, China;

3 School of Physics and Optoelectronic Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning, China)

Abstract: Nucleus-nucleus collisions are simply regarded as sum of nucleon-nucleon collisions. Particle sources produced by nucleon-nucleon collisions are treated as classical current. For the classical current formalism ensemble of space-time function there are two terms in two identical particle Bose-Einstein correlation function when sources are partially coherent and one is called coherent term, the other is chaotic one. According to Monte Carlo simulating theory, the algorithm for calculating correlation function of partially coherent sources is derived by generalizing

* Received date: 7 Apr. 2009; Revised date: 5 May 2009

* Foundation item: Scientific Research Fund of Heilongjiang Provincial Education Department(10551252)

1) E-mail: lishuxia0610@163.com

chaotic one. The correlation function of partially coherent sources is simulated by this method at out and side direction of relative momentum, and the out radius of sources from the fitted result is approximately equal to the side one within the error range.

Key words: π interferometry; partially coherence; simulation calculation