

文章编号: 1007-4627(2009)02-0117-06

# 利用 imaging 方法提取高能重离子碰撞中 Core-Halo 模型发射源的信息\*

杨志韬<sup>1</sup>, 吉日木图<sup>1</sup>, 张卫宁<sup>1, 2, 3</sup>

(1 哈尔滨工业大学物理系, 黑龙江 哈尔滨 150006;

2 大连理工大学物理与光电工程学院, 辽宁 大连 116024;

3 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000)

**摘要:** 根据对高斯源的检验, 引入两个 $\pi$ 介子相对距离的均方根半径 $R_{\text{rms}}$ 来表示高能重离子碰撞中 $\pi$ 介子发射源的空间尺寸。利用 imaging 计算方法可以不依赖于源模型计算出相对距离的均方根半径。对 Core-Halo 模型进行计算并与高斯拟合结果比较, 结果显示, 由于长寿命共振态衰变产生的 $\pi$ 介子的贡献, 半径 $R_{\text{rms}}$ 显示出较大的 $\pi$ 介子发射空间。另外, 对于 $\pi$ 介子为混沌发射的情况, 通过 imaging 方法计算得到的 $\pi$ 介子发射源的混沌性参量明显大于高斯拟合所得到的结果。

**关键词:** 相对距离均方根半径;  $2\pi$ 关联函数; Core-Halo 模型; imaging 计算方法; 高斯拟合

**中图分类号:** O572.2

**文献标识码:** A

## 1 引言

高能重离子碰撞研究中, Hanbury-Brown-Twiss(HBT)强度干涉学作为提取粒子发射区域时空信息的重要工具被广泛应用。对于 $\pi$ 干涉学, 通常人们采用高斯型关联函数对实验上测量到的 $2\pi$ 关联数据拟合, 从而得到 $\pi$ 介子发射源的空间尺寸(HBT半径)及混沌程度<sup>[1-4]</sup>。当发射源中 $\pi$ 介子满足单纯的高斯分布时, HBT半径直接对应于高斯源的半径<sup>[5-7]</sup>。然而, 对于一般情况下的非高斯源, 将不会有这种简单的对应关系<sup>[5-7]</sup>, 因此, 传统的高斯拟合方法得到的结果很大程度上依赖于源模型, 这对HBT研究有很大的影响。在重离子碰撞过程中系统“冻结”(freeze-out)时刻发射的粒子中除 $\pi$ 介子外还包含有不稳定的长寿命共振态强子<sup>[8-13]</sup>(例如 $\eta$ ,  $\eta'$ ,  $K^0$ 和 $\omega$ ), 经过一定时间后, 这些长寿命共振态将发生衰变而产生新的 $\pi$ 介子(例如,  $\omega$ 在经历其寿命 $\tau \approx 23.4$  fm/c后发生衰变 $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ )。因此,  $\pi$ 干涉学测量到的 $\pi$ 介子发射区域可以大致分为两部分<sup>[13-15]</sup>: 系统冻结时直接发射 $\pi$ 介子的中心核区域(Core)及由长寿命共振态衰变产生 $\pi$ 介子的外部环(Halo),  $\pi$ 介子发射区域的

这种结构被称为Core-Halo模型<sup>[13-15]</sup>。但是, 采用传统的高斯拟合关联函数的方法得到的HBT半径只决定于中心核的大小<sup>[13]</sup>, 并且, 对于完全混沌的 $\pi$ 介子发射的Core-Halo模型, 混沌性参量决定于中心核 $\pi$ 介子的发射比例, 不能反映长寿命共振态衰变产生的 $\pi$ 介子的贡献<sup>[13]</sup>。本文的主要目的是利用不依赖于源模型的计算方法获得包含外环结构在内的静态Core-Halo模型的 $\pi$ 介子发射源的相关信息。

根据Brown和Danielewicz提出的imaging计算方法<sup>[16, 17]</sup>, 可以不依赖于源模型, 可由 $2\pi$ 动量关联得到坐标空间内两个 $\pi$ 介子相对距离分布的源函数 $S(r)$ 。源函数 $S(r)$ 定义为两个 $\pi$ 介子质心系下相对距离为 $r$ 的发射几率分布, 与发射源的时空结构直接相关。根据归一化的源函数 $S(r)$ 能数值计算出两个 $\pi$ 介子相对距离的均方根值(root-mean-squared)。本文首先利用高斯源模型对这种方法进行检验, 并引入相对距离的均方根半径 $R_{\text{rms}}$ 来表征 $\pi$ 介子发射源的大小; 然后将这种方法应用于静态Core-Halo模型并与高斯拟合得到的结果相比较。结果表明, 由于长寿命共振态衰变的影响, Core-

\* 收稿日期: 2008-09-18; 修改日期: 2008-12-25

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10575024, 10775024)

作者简介: 杨志韬(1975-), 男(汉族), 黑龙江哈尔滨人, 博士研究生, 从事核理论研究工作; E-mail: yang\_zt@tom.com

Halo模型的源函数 $S(r)$ 在大 $r$ 区域出现明显的“long-tails”，参量 $R_{\text{mst}}$ 显示出较大的 $\pi$ 介子发射区域。并且，由imaging计算得到的混沌参量也比高斯拟合得到的大。在假定 $\pi$ 介子为完全混沌发射并且忽略末态相互作用的情况下对结果进行了讨论。

## 2 对高斯源模型的检验

Imaging计算方法能根据测量到的动量空间的 $2\pi$ 关联函数 $C(\mathbf{q})$ 获得坐标空间的 $2\pi$ 源函数 $S(\mathbf{r})$ <sup>[16–19]</sup>。 $S(\mathbf{r})$ 表示两个 $\pi$ 介子质心系下相对距离为 $\mathbf{r}$ 的几率分布。根据Koonin-Pratt公式<sup>[20]</sup>， $S(\mathbf{r})$ 可以表示为单粒子分布的卷积<sup>[16–20]</sup>：

$$S(\mathbf{r}) = \int dt \int d^3R dTD\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2}, T + \frac{t}{2}\right) \times D\left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2}, T - \frac{t}{2}\right), \quad (1)$$

其中 $D$ 为归一化的单粒子源函数，即 $\pi$ 介子在发射源中的时空分布<sup>[18, 19]</sup>。对于给定 $\pi$ 介子分布的源模型，可以直接计算出Core-Halo模型源函数 $S(\mathbf{r})$ 。当

源中 $\pi$ 介子发射的位置坐标 $\mathbf{x}$ 满足高斯分布 $D(\mathbf{x}) \approx \exp(-\mathbf{x}^2/2R_{\text{ga}}^2)$ ，其中 $R_{\text{ga}}$ 表示高斯源的半径，则归一化的一维 $2\pi$ 源函数可写为<sup>[17, 21]</sup>

$$S(r) = \frac{1}{(\sqrt{4\pi}R_{\text{ga}})^3} \exp\left[-\frac{r^2}{4R_{\text{ga}}^2}\right]. \quad (2)$$

根据上式，可以计算出相对距离的均方根为

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\int_0^\infty dr r^2 S(r)}{\int_0^\infty dr S(r)}} = \sqrt{2}R_{\text{ga}}, \quad (3)$$

其中 $\langle \dots \rangle$ 表示对两个 $\pi$ 介子相对距离分布求平均。可见对于高斯源，相对距离的均方根与高斯源半径有简单的对应关系，这里引入参量 $R_{\text{mst}}$ ：

$$R_{\text{mst}} \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\langle r^2 \rangle}, \quad (4)$$

定义为“相对距离的均方根半径”，则对于高斯源有 $R_{\text{mst}} = R_{\text{ga}}$ 。根据式(3)，参量 $R_{\text{mst}}$ （根据不同相对距离的 $\pi$ 介子对发射几率计算）可以用来描述 $\pi$ 介子发射源的空间大小。

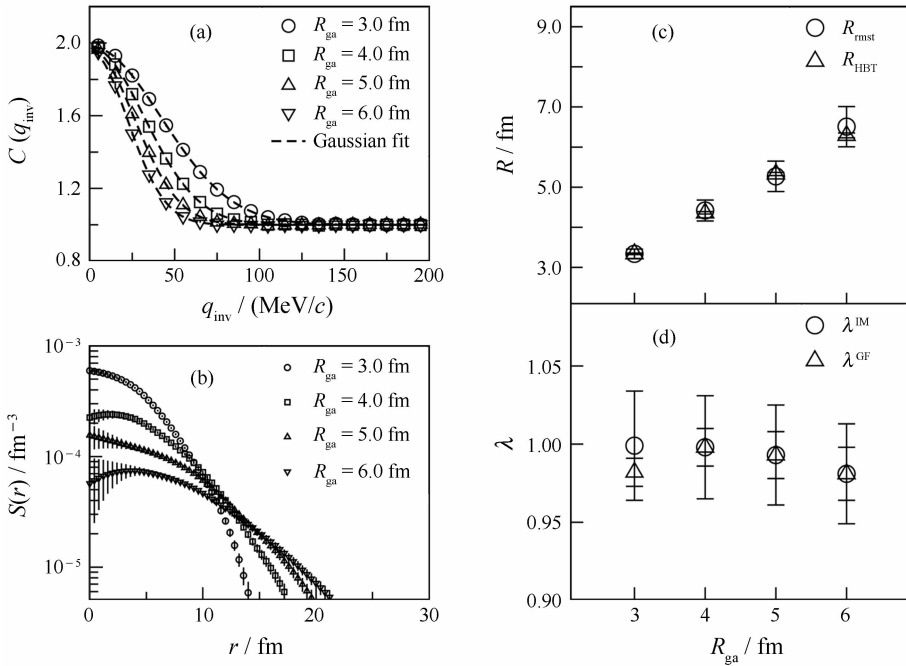


图1 不同半径条件下高斯源的 $2\pi$ 关联函数及用imaging方法得到的源函数 $S(r)$ 和两种方法的计算结果，其中 $\lambda^{\text{IM}}$ 与 $\lambda^{\text{GF}}$ 分别为两种方法得到的混沌参量

图1(a)和(b)中分别给出了用蒙特卡洛方法产生的不同半径 $R_{\text{ga}}$ 的高斯源的 $2\pi$ 关联函数，以及imaging方法计算得到的相应的源函数 $S(r)$ ，

其中 $q_{\text{inv}} = \sqrt{\mathbf{q}^2 - q_0^2}$ 为四维协变动量差，质心系下 $q_0 = 0$ ， $q_{\text{inv}} = |\mathbf{q}|$ 。对于一维的关联函数 $C(q_{\text{inv}})$ 采用如下的高斯型函数拟合，

$$C(q_{\text{inv}}) = 1 + \lambda^{\text{GF}} \exp(-q_{\text{inv}}^2 R_{\text{HBT}}^2), \quad (5)$$

其中 $R_{\text{HBT}}$ 和 $\lambda^{\text{GF}}$ 分别为高斯拟合得到的HBT半径及发射源“混沌性参量”<sup>[1-4]</sup> ( $0 \leq \lambda \leq 1$ )。图1(c)和(d)中分别给出由imaging计算和高斯拟合得到的结果。为了计算发射源的混沌参量,本文imaging计算中采用如下约束条件<sup>[17]</sup>:

$$\lambda^{\text{IM}} \equiv C(q_{\text{inv}}=0) - 1 = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 S(r), \quad (6)$$

其中 $\lambda^{\text{IM}}$ 为imaging计算得到的混沌参量。由于 $2\pi$ 关联函数采用 $q_{\text{inv}}$ 作为变量,所以, $R_{\text{mst}}$ 及 $R_{\text{HBT}}$ 与输入半径 $R_{\text{gr}}$ 稍有不同。从计算的结果可以看出,对于简单的高斯源,参量 $R_{\text{mst}}$ 与 $R_{\text{HBT}}$ 符合得很好,说明相对距离均方根半径 $R_{\text{mst}}$ 是一个可与HBT半径 $R_{\text{HBT}}$ 相比较的参量,因此,后面的讨论中将采用 $R_{\text{mst}}$ 来描述发射源的大小。同时,由imaging计算得到的混沌参量 $\lambda^{\text{IM}}$ 也与高斯拟合得到的 $\lambda^{\text{GF}}$ 基本一致。但是,对于非高斯源,两种方法得到的结果将不会有这种简单的对应关系。

### 3 对Core-Halo模型的应用

对于静态Core-Halo模型,长寿命共振态的衰变长度一般大于20 fm(例如 $c\tau_\omega \approx 23.4$  fm,  $c\tau_\eta \approx 986.5$  fm<sup>[8, 13]</sup>),因此,长寿命共振态衰变会产生较大的 $\pi$ 介子空间分布。假设在发射区域中心核以及外环中 $\pi$ 介子发射位置均满足高斯分布 $D_{c/h}(\mathbf{x}) \approx \exp(-\mathbf{x}^2/2R_{c/h}^2)$ ,这里 $R_c$ 和 $R_h$ 分别表示中心核及外环的半径,则 $\pi$ 介子发射的分布函数可以写为

$$D(\mathbf{x}) = \frac{f_c}{(\sqrt{2\pi}R_c)^3} \exp\left(-\frac{\mathbf{x}^2}{2R_c^2}\right) + \frac{1-f_c}{(\sqrt{2\pi}R_h)^3} \exp\left(-\frac{\mathbf{x}^2}{2R_h^2}\right), \quad (7)$$

其中 $f_c$ 为中心核部分发射 $\pi$ 介子的比例系数<sup>[13]</sup>。一维 $2\pi$ 关联函数为<sup>[13]</sup>

$$C(q) = 1 + f_c^2 \exp(-q^2 R_c^2) + (1-f_c)^2 \exp(-q^2 R_h^2) + 2f_c(1-f_c) \exp\left[-q^2 \left(\frac{R_c^2 + R_h^2}{2}\right)\right], \quad (8)$$

其中 $q = |\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2|$ 。上式中的第2、第3项关联分别对应于两个 $\pi$ 介子同来自中心核或外环,记为(c,c)

和(h,h),最后一项对应于两个 $\pi$ 介子分别来自两部分,记为(h,c)。通常,外环的尺寸 $R_h$ 远大于中心核的尺寸 $R_c$ ,所以式(8)中的(h,h)和(h,c)型的关联项主要出现在小 $q$ 区域。图2给出了式(8)中各项关联的函数曲线。可以看出(h,h)和(h,c)型关联在小 $q$ 区域呈明显的“尖峰”。但是,采用传统的高斯拟合方法不能很好地反映这一区域(对应坐标空间的大 $r$ 区域)对关联函数的影响,因此,HBT半径主要决定于中心核的尺寸 $R_c$ <sup>[13]</sup>,而且当 $\pi$ 介子为完全混沌发射时,由高斯拟合得到的源混沌系数决定于中心核的 $\pi$ 介子发射比例<sup>[13]</sup>,即 $\lambda^{\text{GF}} \approx f_c^2$ 。

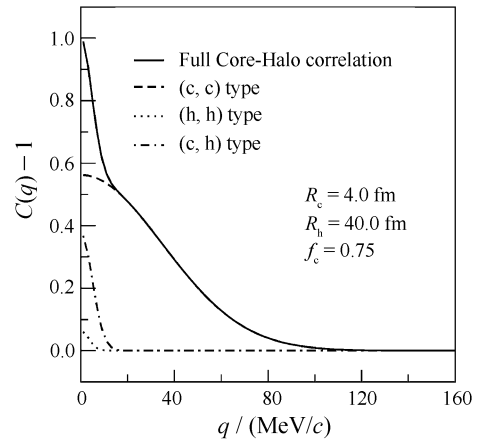


图2 式(8)中的各项对应的关联函数曲线

将式(7)代入式(1)计算出Core-Halo模型的 $2\pi$ 源函数:

$$S(r) = \frac{f_c^2}{(\sqrt{4\pi}R_c)^3} \exp\left(-\frac{r^2}{4R_c^2}\right) + \frac{(1-f_c)^2}{(\sqrt{4\pi}R_h)^3} \exp\left(-\frac{r^2}{4R_h^2}\right) + \frac{2f_c(1-f_c)}{(\sqrt{2\pi}\sqrt{R_c^2+R_h^2})^3} \exp\left[-\frac{r^2}{2(R_c^2+R_h^2)}\right]. \quad (9)$$

根据定义式(3)和(4),得到Core-Halo模型的相对距离半径为

$$R_{\text{mst}} = \left[ \frac{f_c^2}{R_c^2} + \frac{(1-f_c)^2}{R_h^2} + \frac{4f_c(1-f_c)}{R_c^2 + R_h^2} \right]^{-1/2}. \quad (10)$$

上式中当 $f_c=1$ 或 $f_c=0$ 时,半径 $R_{\text{mst}}$ 分别对应于高斯源的半径 $R_c$ 或 $R_h$ 。图3给出了 $R_{\text{mst}}$ 分别随变量 $f_c$ 、 $R_c$ 和 $R_h$ 的变化曲线。从图中可以看出, $R_{\text{mst}}$ 对中心核发射比例 $f_c$ 及半径 $R_c$ 的变化非常敏感。

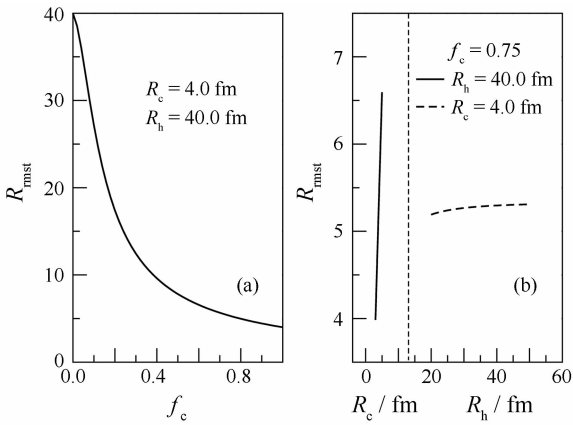


图3 Core-Halo模型的参量 $R_{\text{rmst}}$ 随 $f_c$ ,  $R_c$ 和 $R_h$ 的变化曲线

图4和图5分别给出了蒙特卡洛方法产生的Core-Halo模型在不同的 $R_c$ 和 $f_c$ 情况下的 $2\pi$ 关联函数及imaging方法计算得到的相应的源函数 $S(r)$ 。为了便于比较,图中同时给出了利用imaging计算和根据式(5)对 $2\pi$ 关联函数拟合得到的结果。需要指出的是,由于 $2\pi$ 关联函数采用 $q_{\text{inv}}$ 作为变量,所

以,由imaging计算的 $R_{\text{rmst}}$ 与理论推导的式(10)稍有差别。由于长寿命共振态衰变引起的外环结构,用imaging方法得到的Core-Halo模型的源函数 $S(r)$ 在大 $r$ 区域显示出明显的“long-tails”。计算结果显示,相对距离均方根半径 $R_{\text{rmst}}$ 的值普遍大于相应的HBT半径 $R_{\text{HBT}}$ ,尤其当中心核发射比例 $f_c$ 较小时,这种差别更加显著。这是因为 $R_{\text{rmst}}$ 的计算是在较大的 $r$ 区间内进行的,因此半径 $R_{\text{rmst}}$ 包含了长寿命共振态衰变的贡献,而 $R_{\text{HBT}}$ 只能反映中心核部分的大小。为了说明这一问题,在图4和5(a', b', c')中同时给出了依据高斯拟合结果得到的高斯源函数(图中的虚线),即

$$S(r) = \frac{\lambda^{\text{GF}}}{(\sqrt{4\pi}R_{\text{HBT}})^3} \exp\left[-\frac{r^2}{4R_{\text{HBT}}^2}\right] \quad (11)$$

另外,高斯拟合的混沌参量 $\lambda^{\text{GF}}$ 主要依赖于中心核的 $\pi$ 介子发射比例 $\lambda^{\text{GF}} \approx f_c^2$ ,不能反映由外环发射的 $\pi$ 介子对混沌参量的贡献,所以由imaging计算得到的 $\lambda^{\text{IM}}$ 明显高于 $\lambda^{\text{GF}}$ 。

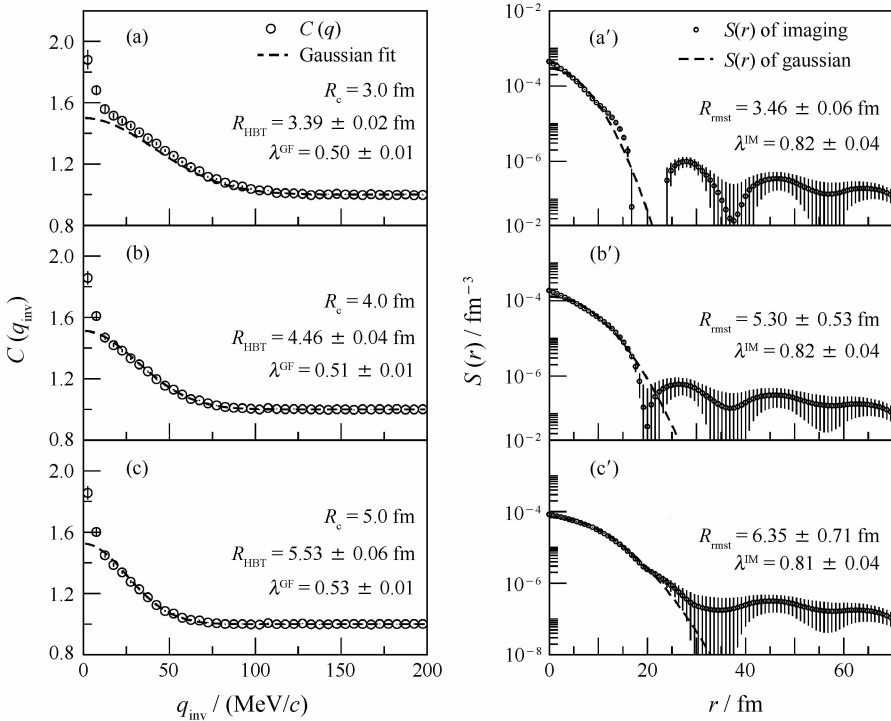


图4 不同 $R_c$ 情况下, Core-Halo模型的 $2\pi$ 关联函数及相应的 $S(r)$

这里取 $f_c = 0.7$ 和 $R_h = 40.0$  fm。

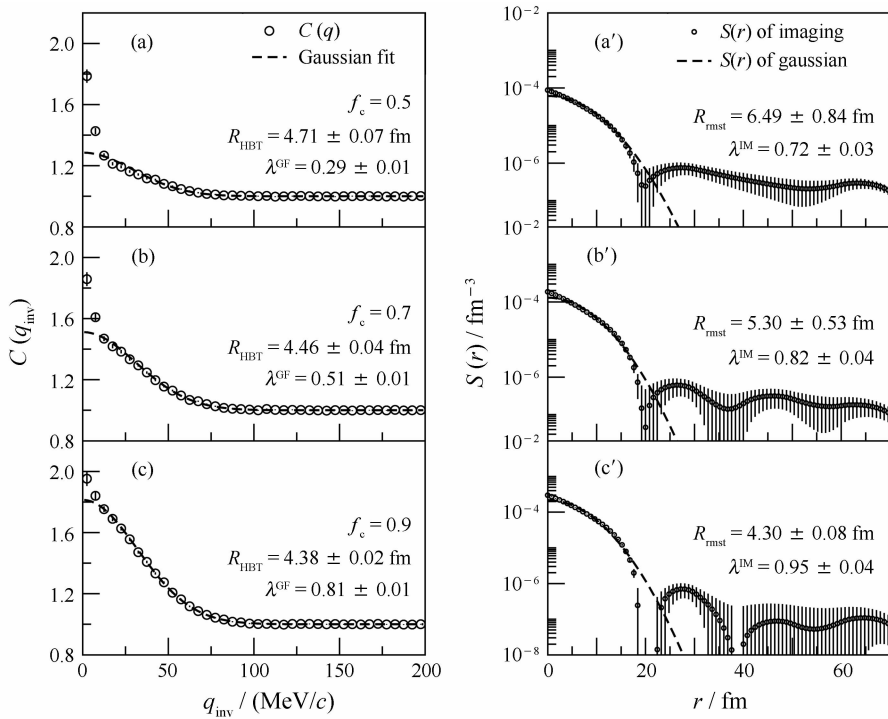


图5 不同 $f_c$ 情况下, Core-Halo模型的 $2\pi$ 关联函数及相应的 $S(r)$

这里取 $R_c = 4.0$  fm和 $R_h = 40.0$  fm。

## 4 结论

利用imaging计算方法可以在不依赖源模型的情况下, 根据测量到的 $2\pi$ 关联函数得到较大空间范围内 $2\pi$ 介子的源函数, 根据源函数能够计算出两个 $\pi$ 介子相对距离的均方根值。通过对高斯源的检验引入了相对距离均方根半径 $R_{\text{rms}}$ 来表征 $\pi$ 介子发射区域的大小。对静态Core-Halo模型计算并与高斯拟合得到的结果进行比较, 结果表明相对距离均方根半径 $R_{\text{rms}}$ 对中心核半径 $R_c$ 及中心核 $\pi$ 介子的发射比例 $f_c$ 比较敏感, 并且随 $R_c$ 增大而增大, 随 $f_c$ 增大而减小。与高斯拟合得到的HBT半径相比, 半径 $R_{\text{rms}}$ 能反映长寿命共振态衰变产生的 $\pi$ 介子的贡献, 因此,  $R_{\text{rms}}$ 显示了较大的 $\pi$ 介子发射空间。随着中心发射比例的增大, 即长寿命共振态衰变的贡献减小, 相对距离均方根半径与HBT半径之间的差别减小。另外, 对于混沌的Core-Halo模型, 由imaging方法计算的混沌参量也明显大于高斯拟合得到的。利用imaging计算获取发射源相关信息的方法可能为干涉学研究 $\pi$ 介子发射源的空间结构提供新的手段。

## 参考文献 (References):

- [1] Wiedemann U A, Heinz U. Phys Rept, 1999, 319: 145.
- [2] Weiner R M. Phys Rept, 2000, 327: 249.
- [3] Heinz U, Jacak B V. Ann Rev Nucl Part Sci, 1999, C49: 529.
- [4] Frodermann E, Heinz U, Lisa M A. Phys Rev, 2006, C73: 044908.
- [5] Bartke J, Kowalski M. Phys Rev, 1984, C30: 1341.
- [6] Jiang Y Z, Huo L, Liu Y M, *et al.* Phys Rev, 1991, C44: 1957.
- [7] Hardtke D, Voloshin S A. Phys Rev, 2000, C61: 024905.
- [8] Wiedemann U A, Heinz U. Phys Rev, 1997, C56: 3265
- [9] Beker H, Bøggild, Boissevain J, *et al.* Phys Rev Lett, 1995, 74: 3340.
- [10] Sullivan J P, Berenguar M, Jacak B V, *et al.* Phys Rev Lett, 1993, 70: 3000.
- [11] Broniowski W, Florkowski W, Hiller B. Phys Rev, 2003, C68: 034911.
- [12] Akkelin S V, Sinyukov Y M. Phys Rev, 2004, C70: 064901.
- [13] Nickerson S, Csörgő T, Kiang D. Phys Rev, 1998, C57: 3251.
- [14] Csörgő T, Lörstad B, Zimányi J. Z Phys, 1996, C71: 491.
- [15] Csörgő T, Phys Lett, 1997, B409: 11.
- [16] Brown D A, Wang F, Danielewicz P. Phys Lett, 1999, B470: 33.

- [17] Brown D A, Danielewicz P. Phys Rev, 2001, C64: 014902. [20] Koonin S E. Phys Lett, 1977, 70B: 43.
- [18] Brown D A, Danielewicz P. Phys Lett, 1997, B398: 252. [21] Panitkin S Y, Ajitanand N N, Alexander J, *et al* (E895 Collaboration). Phys Rev Lett, 2001, 87: 112304.
- [19] Brown D A, Danielewicz P. Phys Rev, 1998, C57: 2474.

## Extracting Information of Core-Halo Model in Heavy-ion Collisions by Imaging Technique<sup>\*</sup>

YANG Zhi-tao<sup>1, 1)</sup>, JIRIMUTU<sup>1</sup>, ZHANG Wei-ning<sup>1, 2, 3</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150006, China;

<sup>2</sup> School of Physics and Optoelectronic Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, Liaoning China;

<sup>3</sup> Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Research Facility in Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** We characterize the spatial dimension of pion-emitting source in high-energy heavy ion collisions with the radius of root-mean-squared of two-pion relative-distance  $R_{\text{rmst}}$ . Based on the imaging technique, one can calculate  $R_{\text{rmst}}$  model-independently. Applying this method to the Core-Halo model and comparing the results with that of Gaussian fitted, the results indicate that due to the effects of long-lived resonance decay, the values of  $R_{\text{rmst}}$  show a larger spatial size of pion-emitting region. Meanwhile, for the chaotic source the chaoticity factors calculated by imaging technique are larger than that of Gaussian fitted.

**Key words:** radius of the root-mean-squared of relative-distance; two-pion correlation function; Core-Halo model; imaging technique; Gaussian fit

\* Received date: 18 Sep. 2008; Revised date: 25 Dec. 2008

\* Foundation item: National Natural Science Foundation of China(10575024, 10775024)

1) E-mail: yang\_zt@tom.com