

文章编号: 1007-4627(2008)01-0027-04

## 在 QCD 中核子的静态性质\*

彭金松<sup>1</sup>, 蒙成举<sup>1</sup>, 潘继环<sup>1</sup>, 周丽娟<sup>2</sup>, 马维兴<sup>3, #</sup>

(1 河池学院物理与电子工程系, 广西 宜州 546300;

2 广西工学院强子物理与非微扰 QCD 研究组, 广西 柳州 545006;

3 中国科学院高能物理研究所, 北京 100049)

**摘要:** 基于参数化的完全穿衣服的夸克传播子, 利用量子色动力学(QCD)研究了核子的磁矩和电荷半径平方的平均值与夸克动量的依赖关系。预言的核子磁矩和电荷半径的数值与文献中广泛应用的经验值和其他许多具有 QCD 特征的理论模型所预言的值一致。结果说明了核子的磁矩和电荷半径不是人们通常所理解的一个不变的常数, 而是依赖于核子中夸克动量的一个跑动量, 对于不同动量它们的值是不同的。计算结果也清楚地表明了所采用的参数化的夸克传播子的适用性和可靠性。

**关键词:** 夸克传播子; 核子磁矩; 核子半径

**中图分类号:** O412.1      **文献标识码:** A

### 1 引言

强相互作用的基本理论是量子色动力学(QCD)。现在理论物理学家试图用 QCD 基本理论来研究强相互作用的物理过程。例如, QCD 的手征对称性质已成为确立手征微扰理论的基础和出发点<sup>[1]</sup>。最近我们用 QCD 理论讨论了诸如夸克质量、QCD 真空性质<sup>[2]</sup>和粒子与反粒子的相互作用等物理问题<sup>[3]</sup>, 并取得了成功<sup>[4]</sup>。现在我们将用 QCD 来研究核子的磁矩和电荷半径与它的组成子夸克动量之间的依赖关系等核子的静态性质。我们将从 QCD 的基本自由度夸克和胶子出发, 利用夸克和胶子的传播子预言核子的磁矩和电荷半径随核子中夸克动量的变化。本文将在第 2 节里介绍完全穿衣服的参数化夸克传播子和胶子传播子; 第 3 节将介绍在 QCD 理论中核子磁矩和电荷半径平方的平均值的表达式, 并用参数化的夸克传播子对它们进行数值计算; 第 4 节介绍我们计算的结果和从这个研究中所得到的初步结论。

### 2 夸克传播子 $S_f(p)$

在 QCD 基本理论中, 夸克的传播子可以用 Dyson-Schwinger 方程<sup>[5]</sup>

$$iS_f^{-1}(p) = i[S_f^0(p)]^{-1} + C_f g_s^2 \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \gamma^\mu S_f(k) \Gamma^\nu(k, p) G_{\mu\nu}(p-k) \quad (1)$$

来确定。 $S_f(p)$ 是穿衣服的夸克传播子,  $S_f^0(p)$ 是裸夸克传播子,  $C_f = \frac{4}{3}$ 是色因子,  $g_s$ 是强耦合常数。 $\Gamma^\nu(k, p)$ 是夸克-反夸克对与胶子的耦合顶点,  $G_{\mu\nu}(p-k)$ 是胶子传播子, 文献[2]讨论并给出了  $G_{\mu\nu}(p-k)$ 的具体形式。

在“彩虹”近似下(即  $\Gamma^\nu = \gamma^\nu$ )<sup>[6]</sup>, Dyson-Schwinger 方程(1)变为

$$iS_f^{-1}(p) = i[S_f^0(p)]^{-1} + \frac{4}{3} g_s^2 \int \frac{d^4 k}{(4\pi)^4} \gamma^\mu S_f(k) \gamma^\nu G_{\mu\nu}(p-k) \quad (2)$$

\* 收稿日期: 2007-06-19; 修改日期: 2007-08-30

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10565001, 10647002); 广西科技厅自然科学基金资助项目(0481030, 0542042, 0575020)

作者简介: 彭金松(1963—), 男(汉族), 广西藤县人, 副教授, 从事原子核物理和粒子物理的科学研究和教学工作;

E-mail: 123pjs@163.com

# 通讯联系人: 马维兴, E-mail: weixing\_ma2002@sina.com

然而, 夸克传播子的最一般的形式也可以写为

$$S_f^{-1}(p) = i\gamma p A_f(p^2) + B_f(p^2). \quad (3)$$

在“彩虹”近似下和欧几里德空间, 利用 Dyson-schwinger 方程(2), 可以得到  $A_f(p^2)$  和  $B_f(p^2)$  所满足的耦合方程<sup>[7]</sup>

$$\begin{aligned} [A_f(p^2) - 1]p^2 = \\ \frac{8}{3}g_s^2 \int \frac{d^4q}{(4\pi)^4} G(p-q) \frac{A_f(q^2)}{q^2 A_f(q^2) + B_f(q^2)} p \cdot q, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} B_f(p^2) = \frac{16}{3}g_s^2 \int \frac{d^4q}{(4\pi)^4} G(p-q) \times \\ \frac{B_f(q^2)}{q^2 A_f(q^2) + B_f(q^2)}. \end{aligned} \quad (5)$$

通过大量的理论和实验相结合的研究, 我们发现  $S_f(p)$  又可以参数化为<sup>[8]</sup>

$$S_f(p) = -i\gamma p \sigma_v^f(p^2) + \sigma_s^f(p^2). \quad (6)$$

现在比较方程(6)和(3)就可以得到:

$$A_f(p^2) = \frac{\sigma_v^f}{(\sigma_s^f)^2 [p^2 (\sigma_v^f / \sigma_s^f)^2 + 1]}, \quad (7)$$

$$B_f(p^2) = \frac{1}{\sigma_s^f [p^2 (\sigma_v^f / \sigma_s^f)^2 + 1]}. \quad (8)$$

所以, 若知道了  $\sigma_v^f$  和  $\sigma_s^f$ , 就可以得到  $A_f(p^2)$  和  $B_f(p^2)$ . 这里参数化的  $\sigma_v^f$  和  $\sigma_s^f$  由下式给出:

$$\sigma_s^f = \frac{\bar{\sigma}_s^f}{\Lambda}, \quad \sigma_v^f = \frac{\bar{\sigma}_v^f}{\Lambda^2}. \quad (9)$$

而

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_s^f(x_1) = \frac{[1 - \exp(-b_1^f x_1)] [1 - \exp(-b_3^f x_1)]}{b_1^f b_3^f x_1} \times \\ \left[ b_0^f + b_2^f \frac{1 - \exp(-\Lambda' x_1)}{\Lambda' x_1} \right] + \\ \frac{1 - \exp[-2(x_1 + \bar{m}_f)]}{m_f (x_1 + \bar{m}_f^2)}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\bar{\sigma}_v^f(x_1) = \frac{2(x_1 + \bar{m}_f^2) - 1 + \exp[-2(x_1 + \bar{m}_f^2)]}{2(x_1 + \bar{m}_f^2)^2}. \quad (11)$$

其中  $\bar{m}_f = m_f / \Lambda$ ,  $x_1 = p^2 / \Lambda^2$ ,  $\Lambda' = 10^{-4}$  和  $\Lambda = 0.566$  GeV, 参数  $b_i^f (i = 0, 1, 2, 3; f = u, d, s)$  和  $m_f$  见表 1 所示<sup>[8]</sup>.

表 1 参数  $b_i^f$  的值

味道 ( $f$ )	$b_0^f$	$b_1^f$	$b_2^f$	$b_3^f$	$m_f/\text{MeV}$
u	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
d	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
s	0.105	2.90	0.740	0.185	127.5

### 3 核子的磁矩和电荷半径

核子的磁矩和电荷半径是核子的两个非常重要的静态性质。本文将用方程(6)的夸克传播子来预言这两个静态性质, 揭示核子的夸克结构。

#### 3.1 核子的磁矩

如文献[9]所示, 质子与中子的磁矩( $\mu^p, \mu^n$ )可以分别表示为

$$\mu^p = \mu_0^p - 4.41 \times 1.958 \left[ \frac{B_f(p^2)}{A_f(p^2)} \right]^{1/2} (\mu_N), \quad (12)$$

$$\mu^n = \mu_0^n + 4.41 \times 1.958 \left[ \frac{B_f(p^2)}{A_f(p^2)} \right]^{1/2} (\mu_N). \quad (13)$$

其中,  $\mu_0^p = 3.33\mu_N$ ,  $\mu_0^n = -2.41\mu_N$ ,  $\mu_N$  是核磁子。 $A_f(p^2)$  和  $B_f(p^2)$  叫做味道为  $f$  的夸克的自能函数, 它们是 Dyson-schwinger 方程(4)和(5)的解, 在参数化情况下是由方程(7)和(8)来确定。所以有了  $A_f(p^2)$  和  $B_f(p^2)$  之后, 就可以计算出  $\mu^p$  和  $\mu^n$  的值。

#### 3.2 核子的电荷半径

按照 QCD 理论, 核子电荷半径平方的平均值可表示为<sup>[10]</sup>

$$(r^2)_{\text{ch}}^{p(n)} = \mp \frac{1 + 5g_\Lambda^2}{(4\pi f_\pi)^2} \ln\left(\frac{m_\pi}{\Lambda}\right), \quad (14)$$

方程式(14)右边的负正符号( $\mp$ )分别相应于质子(-)和中子(+)的电荷半径平方的平均值。 $\Lambda = 0.20$  GeV 是 QCD 的标度参数,  $g_\Lambda = 1.25$  是轴流耦合常数,  $f_\pi$  是  $\pi$  介子的衰变常数,  $m_\pi$  为  $\pi$  介子的质量。 $f_\pi$  和  $m_\pi$  可以由 Gell-Man-Oakes-Reinner 公式<sup>[11]</sup>

$$f_\pi^2 m_\pi^2 = -\frac{m_u + m_d}{2} \langle 0 | \bar{u}u + \bar{d}d | 0 \rangle \quad (15)$$

来确定。这里  $m_u$  和  $m_d$  分别是 u 夸克和 d 夸克的

流质量,  $\langle 0 | : \bar{u}u + \bar{d}d : | 0 \rangle$  是 u 和 d 夸克的真空凝聚值<sup>[2]</sup>。用我们计算的结果  $\langle 0 | : \bar{u}u + \bar{d}d : | 0 \rangle = -2 \times (255 \text{ MeV})^3$ <sup>[2]</sup>,  $m_u = m_d$  和  $f_\pi = 93 \text{ MeV}$ , 则  $m_\pi = 1.958 \sqrt{m_q} (\text{GeV})$  是  $\pi$  介子质量  $m_\pi$  与夸克质量  $m_q$  的关系, 而  $\sqrt{m_q}$  是无量纲的量。代入方程 (14) 就得到中子电荷半径平方的平均值  $\langle r^2 \rangle_{\text{ch}}^n$ 。

### 3.3 数值计算结果

利用方程式 (7) — (11) 和完全穿衣服的参数化的夸克传播子, 我们计算了  $\mu^n$  和  $\langle r^2 \rangle_{\text{ch}}^n$  的值, 结果如图 1 和图 2 所示。

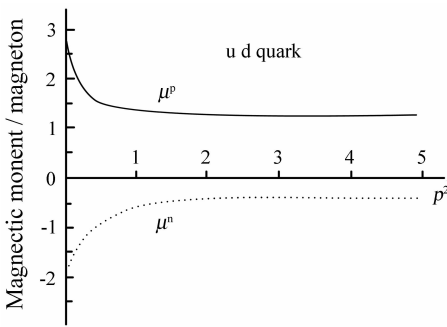


图 1 u 和 d 夸克贡献的磁矩及其与动量  $p^2$  的关系

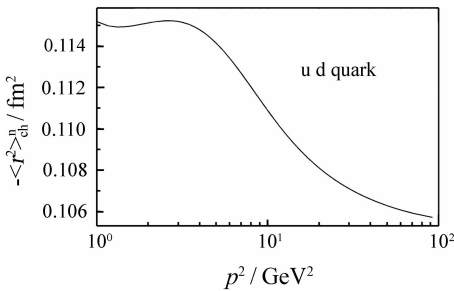


图 2 u 和 d 夸克对质子电荷半径的贡献及其与动量  $p^2$  的关系

## 4 讨论与结论

图 1 和图 2 表明, 中子的磁矩  $\mu^n$  和电荷半径平方的平均值  $\langle r^2 \rangle_{\text{ch}}^n$  都是依赖于核子中夸克的动量的, 它们是变化的, 而不是一个不变的常数, 这与核子夸克结构的云袋模型完全一致。在低能核物理学中通常所说的磁矩和电荷半径都是在  $p^2 = 0$  时磁矩和电荷半径的值。u 和 d 夸克贡献的磁矩和电荷半径与实验值一致。例如, 实验上测量到的质子和中子的磁矩分别是  $\mu_p^{\text{Exp.}} = 2.793 \mu_N$ ,  $\mu_n^{\text{Exp.}} =$

$-1.913 \mu_N$ 。这些都与我们在  $p^2 = 0$  时的理论值  $\mu_p^{\text{Theor.}} = 2.750 \mu_N$  和  $\mu_n^{\text{Theor.}} = -1.902 \mu_N$  一致。中子电荷半径平方平均值的实验值是  $\langle r^2 \rangle_{\text{ch},n}^{\text{Exp.}} = -0.113 \text{ fm}^2$ 。当  $p^2 = 0$  时, 我们计算的理论值  $\langle r^2 \rangle_{\text{ch},n}^{\text{Theor.}} = -0.142 \text{ fm}^2$ ; 当  $p^2 = 1 \text{ GeV}^2$  时,  $\langle r^2 \rangle_{\text{ch},n}^{\text{Theor.}} = -0.115 \text{ fm}^2$ , 与实验结果  $\langle r^2 \rangle_{\text{ch},n}^{\text{Exp.}} = -0.113 \text{ fm}^2$  符合。其原因是因为核子是由 u 和 d 夸克组成的。例如, 质子是由两个 u 夸克和一个 d 夸克组成的, 中子是由两个 d 夸克和一个 u 夸克组成的。所以描述核子夸克结构的理论能够成功地符合实验观测值。这些结果也清楚地表明了参数化的夸克传播子 (方程 (6)) 是真实传播子 (方程 (1)) 的一个很好的近似<sup>[12, 13]</sup>, 其预言的结果是可靠的。

### 参考文献 (References):

- [1] Weinber S. *Physica*, 1979, **A96**: 327; Gasser J, Leutwyler H. *Ann Phys*, 1984, **158**: 142; *Nucl Phys*, 1985, **B250**: 465; Gasser J, Leutwyler H. *Phys Reports*, 1982, **87**: 79.
- [2] Zhou Lijuan, Ma Weixing. *Chin Phys Lett*, 2003, **20**: 2 137; Frank M R, Meisner T. *Phys Rev*, 1996, **C53**: 2 410; Zhou Lijuan, Ma weixing. *Chin Phys Lett*, 2004, **21**(8): 1 471.
- [3] Zhou Lijuan, Ma Weixing. *Commun Theor Phys*, 2007, **48**(3): 519; 2007, **48**(3): 541; Zhou Lijuan, Ma Weixing, He Xiaorong. *Commun Theor Phys*, 2007, **48**(3): 541; Lu Juan, Ma Weixing, He Xiaorong. *Commun Theor Phys*, 2007, **47**(3): 550; Lu Juan, Ma Weixing, He Xiaorong. *Commun Theor Phys*, 2007, **47**(4): 715.
- [4] Zhou Lijuan, Meng Chengju, Pan Jihuan, *et al.* *Commun Theor Phys*, 2008, **49**(1): 181.
- [5] Dyson F J. *Phys Rev*, 1949, **75**: 1 736; Schwinger J S. *Proc Nat Acad Sci*, 1951, **37**: 452; Roberts C D. *Prog Part Nucl Phys*, 2000, **45**: 511.
- [6] Ma Weixing, Shen Pengnian, Zhou Lijuan. *Commun Theor Phys*, 2002, **38**: 571.
- [7] Cahil R T, Roberts C D. *Phys Rev*, 1985, **D32**: 2 419; Cahil R T. *Nucl Phys*, 1992, **A543**, 63c; Tandy P C. *Prog Part Nucl Phys*, 1997, **39**: 117.
- [8] Roberts C D, Cahil R T, Sevier M E, *et al.* *Phys Rev*, 1994, **D49**: 125; Roberts C D, Williams A G. *Prog Part Nucl Phys*, 1994, **33**: 477; Alcock G R. *Phys Rev*, 1995, **104**: 1 799.
- [9] Ma Weixing, Zhou Lijuan, Gu Yunting, *et al.* *Commun Theor Phys*, 2005, **44**(2): 333.
- [10] Leinweber D B, Cohen T D. *Phys Rev*, 2003, **D47**: 2 147.
- [11] Gell-mann M G, Oakes R J, Renner B. *Phys Rev*, 1968, **175**: 2 195.

- [12] Pan Jihuan, Meng Chengju, Zhou Lijuan, *et al.* Nuclear Physics Review, 2007, **24**(3): 175 (in Chinese).  
(潘继环, 蒙成举, 周丽娟等. 原子核物理评论, 2007, **24**(3): 175.)

- [13] Meng Chengju, Pan Jihuan, Zhou Lijuan, *et al.* Nuclear Physics Review, 2007, **24**(3): 171 (in Chinese).  
(蒙成举, 潘继环, 周丽娟等. 原子核物理评论, 2007, **24**(3): 171.)

## Static Properties of Nucleon in QCD<sup>\*</sup>

PENG Jin-song<sup>1</sup>, MENG Cheng-ju<sup>1</sup>, PAN Ji-huan<sup>1</sup>, ZHOU Li-juan<sup>2</sup>, MA Wei-xing<sup>2, 3, #</sup>

(1 *Department of Physics and Engineering of Electronics, Hechi College, Yizhou 546300, Guangxi, China;*

2 *Collaboration Group of Hadronic Physics and Non-perturbative QCD Study,*

*Guangxi University of Technology, Liuzhou 545006, Guangxi, China;*

3 *Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

**Abstract:** Based on the parameterized fully dressed quark propagator, we study the momentum dependence of the nucleon static properties and mean squared radius of nucleon in QCD. Our predicted values of nucleonic magnetic moment and charge electronic radius are consistent with empirical values used widely in literature and other calculations in the QCD inspired models. Our results show that the two physics quantities are not constants as one understood usually but they are running dynamical quantities. That is, for different momentum  $p^2$  they have different values. The calculating results also clearly show that the parameterized quark propagator is valid and reliable in practiced calculations.

**Key words:** quark propagator; nucleon magnetic moment; nucleon radius

\* **Received date:** 6 Jun. 2007; **Revised date:** 30 Aug. 2007

\* **Foundation item:** National Natural Sciences Foundation of China (10565001, 10647002); Natural Science Foundation of Guangxi Province (0481030, 0542042, 0575020)

# **Corresponding author:** Ma Wei-xing, E-mail: weixing\_ma2002@sina.com