

文章编号: 1007-4627(2007)03-0238-05

# Lindhard 势与形变超晶格系统的共振现象\*

邵明珠, 罗诗裕#

(东莞理工学院, 广东 东莞 523106)

**摘要:** 假设超晶格“折沟道”对粒子的作用等效为形状相似的周期调制; 利用 Lindhard 展开势, 并在小振幅近似下, 将面沟道粒子的运动行为化为了具有硬特性的弹簧振子。利用多重尺度法分析了共振线附近的粒子运动行为, 讨论了系统的主共振、子共振和超共振。计算了超晶格“折沟道”临界斜率与系统参数之间的关系, 为研究超晶格光磁电效应提供了理论分析。

**关键词:** Lindhard 势; 超晶格; 非线性; 共振

**中图分类号:** O471.5; O571.33      **文献标识码:** A

## 1 引言

当带电粒子沿着晶体某些方向(特别是低晶面指数方向)运动时, 就像进入了一条通道一样很容易穿透到晶体内部, 这个现象称为沟道效应。经典物理学证明, 在电磁场中运动的带电粒子, 只要它的加速度不为零, 就要自发地向外辐射电磁波。在晶格场中运动的带电粒子也不例外, 强大的晶格场可以使辐射能量达到很高。作沟道运动的带电粒子将不断向外辐射能量, 这种辐射称为沟道辐射。带电粒子的沟道辐射是由粒子横向运动引起的, 对于 10 MeV 的正电子, 辐射能量可达 keV 量级。

带电粒子的沟道效应和沟道辐射是人们发现的重要现象之一。由此发展起来的沟道技术在固体物理和原子核物理中得到了广泛应用, 而且还成功地用来研究了形(应)变超晶格系统<sup>[1-3]</sup>, 并成为一门活跃的研究领域。所谓超晶格就是将两种晶格常数不同的材料交替生长而形成的多层薄膜结构。正是由于超晶格的特殊几何结构, 引起了人们对它的关注。由于超晶格材料的组分和层厚等均可以人为控制, 所以可望得到均匀半导体材料所不具有的光电特征。

与平面沟道运动不同, 在超晶格沟道中运动的粒子, 由于不断受到“折沟道”对它的作用, 它的横向动量在界面处发生突变。其效果等效于在直沟道中运动的粒子受到如“折沟道”相似的相互作用势的

调制。文献[4-6]对超晶格的位错动力学和粒子动力学问题作过分析, 本文从一般运动方程出发, 把“折沟道”对粒子的作用等效为面沟道粒子受到与“折沟道”形状类似的周期调制, 利用林哈德(Lindhard)势, 并在小振幅近似下, 把粒子运动方程化为具有硬弹簧特性的 Duffing 方程, 利用摄动法求出了系统的近似解, 并讨论了共振线附近粒子运动行为。为超晶格光磁电性质的研究提供了理论分析。

## 2 Lindhard 势和粒子运动方程

选择沟道中心为坐标原点, 过原点作一平面与晶面平行, 这个平面称为沟道的中心平面, 引入直角坐标系  $i, j$  和  $k$ , 设相应的坐标分量为  $x, y$  和  $z$ , 其中  $i$  与中心平面(或晶面)垂直,  $j$  和  $k$  位于中心平面内, 且  $k$  与粒子运动方向平行。严格地说, 沟道粒子的运动问题是一个三维问题, 考虑到晶体的平移对称性, 坐标  $y$  将不出现; 如果粒子在  $i$  方向的能量不是太大(即略去晶格热振动和电子多重散射的影响), 则粒子在  $k$  方向的运动是守恒的, 这时粒子的行为完全由  $i$  方向的运动决定, 从而把三维问题简化为一维问题。再注意到超晶格的沟道不再是直沟道, 而是呈锯齿状的“折沟道”, 我们假设粒子在折沟道中的运动行为可以等效为粒子在直沟道中的运动, 再加上形状与“折沟道”相似的周期调

\* 收稿日期: 2006-09-15; 修改日期: 2007-03-05

作者简介: 邵明珠(1942—), 女(汉族), 浙江宁波人, 教授, 从事凝聚态物理和带电粒子沟道效应研究。

# 通讯联系人: 罗诗裕, E-mail: bgluoshy@dgut.edu.cn

制。于是，在经典物理框架内，粒子运动方程可表示为<sup>[7-10]</sup>

$$m_0 \gamma \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\mu_0 \frac{dx}{dt} + \frac{dV(x)}{dx} = \chi \frac{dW(z)}{dz}, \quad (1)$$

其中， $V(x)$  是粒子 - 晶体相互作用势； $\gamma$  是折沟道与等效势之间的比例因子； $2\mu_0(dx/dt)$  是由于沟道粒子与沟道内部电子云相互作用产生的耗散项， $2\mu_0$  是耗散(阻尼)系数； $z = \alpha(v)$  是粒子纵向运动速度； $m_0$  是粒子静止质量； $\gamma$  是相对论因子； $W(z)$  是与折沟道相似的周期势。对于薄层等厚的超晶格，如果层厚为  $l$ ，则  $W(z)$  是以  $2l$  为周期的锯齿形函数，且在一个超晶格周期( $2l$ ) 内，有

$$\int_0^{2l} W(z) dz = 0. \quad (2)$$

文献[7]在正弦平方势力情况下，把方程(1)化为

$$\frac{d^2 \xi_1}{d\tau^2} + \sin \xi_1 = -2\mu \frac{d\xi_1}{d\tau} - \sum_{p=1}^{\infty} c_p \sin(\Omega \tau), \quad (3)$$

其中参数意义见文献[7]，并用 Melnikov 方法讨论了系统的混沌行为。本文从 Lindhard 势出发<sup>[1]</sup>，方程(3)的求和只保留 1 项，讨论单频激励下系统在共振线附近的行为。

Lindhard 势由

$$V(X) = K_1 W(X) = K_1 [(1+X)^2 + D]^{1/2} + [(1-X)^2 + D]^{1/2} - 2 \quad (4)$$

给出，其中

$$X = 2 \frac{x}{d_p}, \quad K_1 = \pi Z_1 Z_2 e^2 N d_p^2, \quad (5)$$

$$D = \frac{4c^2 a^2}{d_p^2}, \quad c \cong \sqrt{3},$$

而  $d_p$  是相邻晶面间距， $a$  为托马斯-费米屏蔽距离， $Z_1$  和  $Z_2$  是入射粒子和晶体原子的原子序数， $e$  是电子电荷， $N d_p$  是晶体原子面密度。将 Lindhard 势展开到 4 次项，并注意到方程(3)的求和只保留 1 项，则方程(1)可化为 Duffing 方程

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \omega_0^2 \xi = -2\mu \frac{d\xi}{d\tau} - a\xi^3 + K \cos(\Omega \tau), \quad (6)$$

其中

$$\xi = \frac{2\pi x}{d_p}, \quad \tau = \delta^{1/2} t, \quad \delta = \frac{8a_1 K_1}{m_0 \gamma d_p^2}, \quad (7)$$

$$\mu = \frac{\mu_0}{\delta^{1/2}}, \quad \Omega_p = \frac{p\omega v}{\delta^{1/2}}, \quad a = \frac{2a_2}{\pi^2 a_1}, \quad (8)$$

$$\omega_0 = 1, \quad c_p = \frac{2\pi \gamma b p \omega}{m d_p \delta}, \quad (9)$$

$$K = c_1, \quad \Omega \tau = \frac{\pi}{2} + \Omega_1 \tau, \quad (10)$$

其他参数由文献[7]给出。

下面用摄动法求出系统的近似解，并讨论共振线附近粒子的运动行为。

### 3 主共振( $\Omega \approx \omega_0$ )

为了表示方程(6)中各项的大小，引入小参数  $\epsilon$ 。当系统(6)式中的受迫项大小为  $O(\epsilon)$  量级时，系统将存在  $\Omega_1 \approx \omega_0$  的主共振，其中  $\epsilon$  是小量。为此，假设方程(6)中的  $2\mu \dot{\xi}$ ， $a \xi^3$  和  $K \cos(\Omega t)$  项的大小均是  $O(\epsilon)$  数量级，其他项是  $O(1)$  数量级，则形式上可将方程(6)改写为

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = -2\epsilon \mu \dot{\xi} - \epsilon a \xi^3 + \epsilon K \cos(\Omega t), \quad (11)$$

式中  $\epsilon$  只表示该项大小，只需在结果中令  $\epsilon = 1$  即可

回到原来状态。

#### 3.1 摄动解

利用多重尺度法<sup>[11]</sup>，把方程(6)的解按不同的时间尺度展开

$$\xi(T, \epsilon) = \epsilon^0 \xi_0(T_0, T_1) + \epsilon^1 \xi_1(T_0, T_1) + \dots, \quad (12)$$

式中， $\epsilon^0 = 1$ ， $\epsilon^1 = \epsilon$ ， $T_0 = t$ ， $T_1 = \epsilon t$ 。因为我们只关心共振线附近的粒子运动行为，可引入解谐因子  $\sigma$  描写粒子离开共振线的程度。于是  $\Omega$  可表示为

$$\Omega = \omega_0 + \epsilon \sigma, \quad (13)$$

式中  $\sigma = O(1)$ ，而

$$\Omega t = \omega_0 T_0 + \sigma T_1. \quad (14)$$

将(12)和(14)式代入(11)式中，并分别令  $\epsilon^0$  和  $\epsilon^1$  的系数相等，可得

$$D_0^2 \xi_0 + \omega_0^2 \xi_0 = 0, \quad (15)$$

$$D_0^2 \xi_1 + \omega_0^2 \xi_1 = -2D_0 D_1 \xi_0 - 2\mu D_0 \dot{\xi}_0 - a X_0^3 + K \cos(\omega_0 T_0 + \sigma T_1),$$

式中  $D_n = \partial/\partial T_n$ ，解方程(15)可得方程(11)的一级近似解：

$$\xi = a \cos(\omega_0 t + \sigma T_1 - \gamma) + O(\epsilon), \quad (16)$$

其中  $a$  和  $\gamma$  由方程

$$a' = \mu a + \frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \sin \gamma, \quad (17)$$

$$a \gamma' = \sigma a - \frac{3}{8} \frac{a}{\omega_0} a^3 + \frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \cos \gamma$$

给出。从方程(11)，(16)和(17)可以看出，求二阶微分方程(11)的问题转化为求两个一阶微分方程(17)的问题。但是，由于方程(17)的右边既是  $a$  的函数，又是  $\gamma$  的函数，要把它积分到最终形式仍然是很困难(甚至是不可能)的。不过，根据彭加勒(Poincare)定理，对方程(17)不进行积分也可得到若干重要结果，比如，它的静态( $a' = \gamma' = 0$ )解就十分重要。

#### 3.2 静态解

当  $a' = \gamma' = 0$  时，方程(15)化为

$$\mu a = \frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \sin \gamma, \quad (18)$$

$$\sigma a - \frac{3}{8} \frac{a}{\omega_0} a^3 = -\frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \cos \gamma.$$

于是静态解可表示为

$$\xi = a \cos(\Omega t - \gamma) + O(\epsilon), \quad (19)$$

式中  $a$  和  $\gamma$  由方程(18)给出。由方程(18)可得系统的非线性频率响应曲线(共振曲线)

$$\sigma = \frac{3}{8} \frac{\alpha}{\omega_0} a^2 \pm \left( \frac{K^2}{4\omega_0^2 a^2} - \mu^2 \right)^{1/2}. \quad (20)$$

数值分析表明, 共振曲线向右弯曲; 同时, 当频率从大到小或从小到大变化时, 系统出现跳跃现象, 如图 1 所示。图中纵坐标是无量纲振幅, 横坐标是无量纲的解谐因子。

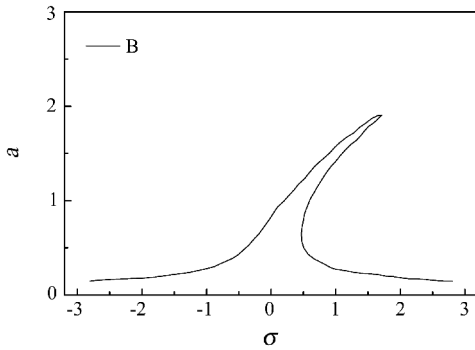


图 1 系统的非线性频率响应曲线

选择参数  $K = 0.5, \mu^2 = 0.1, \alpha = 1, \omega_0 = 1$ 。

### 3.3 稳定性

为了讨论静态解的稳定性, 令

$$a = a_0 + a_1, \gamma = \gamma_0 + \gamma_1, \quad (21)$$

式中,  $a_0$  和  $\gamma_0$  是系统的静态解, 满足方程(18), 而  $a_1$  和  $\gamma_1$  是离开静态解的任意小量。把方程(21)代入方程(17), 并按小量  $a_1$  和  $\gamma_1$  展开, 保留线性项可得

$$\begin{aligned} a_1' &= -\mu a_1 + \left( \frac{K}{2\omega_0} \cos\gamma_0 \right) \gamma_1, \\ \gamma_1' &= -\left( \frac{3\alpha a_0}{4\omega_0} + \frac{K}{2\omega_0 a_0^2} \cos\gamma_0 \right) a_1 - \\ &\quad \left( \frac{K}{2\omega_0 a_0} \sin\gamma_0 \right) \gamma_1. \end{aligned} \quad (22)$$

系统的稳定性与下列本征方程

$$\lambda^2 + 2\mu\lambda + \Gamma = 0 \quad (23)$$

的本征值有关, 其中

$$\Gamma = \left( \sigma - \frac{3\alpha a_0^3}{8\omega_0} \right) \left( \sigma - \frac{9\alpha a_0^2}{8\omega_0} \right) + \mu^2. \quad (24)$$

当  $\Gamma > 0$  时, 系统是稳定的; 当  $\Gamma < 0$  时, 系统是不稳定的; 当  $\Gamma = 0$  时, 系统处于临界状态。

## 4 超共振与子共振

如果方程(6)中的受迫项不是小量, 而是  $O(1)$  量级时, 系统将存在超共振  $\Omega_p = \omega_0/3$  和子共振  $\Omega_p = 3\omega_0$ 。下面讨论这两条共振线附近的行为。首先讨论超共振。

### 4.1 超共振( $\Omega_1 \approx \omega_0/3$ )

我们关心的是共振线附近的行为。于是, 可取  $3\Omega = \omega_0 + \epsilon\sigma$  作为研究对象, 其中  $\sigma$  为解谐参数。

当方程(6)的右端项  $K$  的量级为  $O(1)$ , 而不是  $O(\epsilon)$  时, 系统的零级近似和一级近似解满足的方程就不再是方程(15), 而是

$$\begin{aligned} D_0^2 \xi_0 + \omega_0^2 \xi_0 &= K \cos(\Omega T_0), \\ D_0^2 \xi_1 + \omega_0^2 \xi_1 &= (-2i\omega_0 A' - 2i\omega_0 \mu A - \\ &\quad 3\alpha A^2 \bar{A} + 6\alpha A \Lambda \bar{\Lambda}) e^{i\omega_0 T_0} + \\ &\quad \alpha \Lambda^3 e^{i\omega_0 T_0} e^{i\sigma T_1} + C.C, \end{aligned} \quad (25)$$

其中,  $C.C$  表示前面各项的共轭项,  $A = a e^{i\beta}/2, A' = a' e^{i\beta}/2 + i a \beta' e^{i\beta}/2$ , 字母右上角一撇表示对时间的微商, 而

$$\Lambda = \frac{K}{2} (\omega_0^2 - \Omega^2)^{-1}. \quad (26)$$

为了消去方程(25)中的长期项, 只须令

$$-2i\omega_0 A' - 2i\omega_0 \mu A + 6\alpha A \Lambda^2 - 3\alpha A^2 \bar{A} + \alpha \Lambda^3 e^{i\sigma T_1} = 0 \quad (27)$$

即可。仅当实数项和虚数项之和分别为零时上式成立, 即

$$\begin{aligned} \omega_0 a \beta' + 3\alpha a \left( \frac{1}{8} a^2 + \Lambda^2 \right) &= -\alpha \Lambda^3 \cos(\sigma T_1 - \beta), \\ \omega_0 a' + \omega_0 \mu a &= \alpha \Lambda^3 \sin(\sigma T_1 - \beta). \end{aligned} \quad (28)$$

令  $\sigma T_1 - \beta = \gamma_3$ , 则  $\gamma_3' = \sigma - \beta'$ , 代入上式, 有

$$\begin{aligned} a' &= -\mu a + \frac{\alpha \Lambda^3}{\omega_0} \sin\gamma_3, \\ a \gamma_3' &= \sigma a + \frac{3\alpha a}{\omega_0} \left( \Lambda^2 + \frac{1}{8} a^2 \right) + \frac{\alpha \Lambda^3}{\omega_0} \cos\gamma_3. \end{aligned} \quad (29)$$

我们关心的仍然是静态解, 即  $a' = 0$  和  $\gamma' = 0$ 。由(29)式可得

$$\mu a = \frac{\alpha \Lambda^3}{\omega_0} \sin \gamma_3,$$

$$\left[ \sigma + \frac{3\alpha}{\omega_0} \left( \Lambda^2 + \frac{1}{8} a^2 \right) \right] a = -\frac{\alpha \Lambda^3}{\omega_0} \cos \gamma_3. \quad (30)$$

两式平方相加, 可得频率响应方程

$$\sigma = -\alpha \left( \frac{3\Lambda^2}{\omega_0^2} + \frac{3a^2}{8\omega_0} \right) \pm \left( \frac{\alpha^2 \Lambda^6}{\omega_0^2 a^2} - \mu^2 \right)^{1/2}. \quad (31)$$

精确到一级近似, 系统的解可表示为

$$\xi = a \cos[3(\Omega t - \gamma)] + \frac{K}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos(\Omega t) + O(\epsilon), \quad (32)$$

而系统的临界参数则可由(26)和(31)式表示为

$$K_c = \frac{2}{\sqrt{3}} (\omega_0^2 - \Omega^2) \left( \frac{\sigma \omega_0}{\alpha} - \frac{9a_0^2}{16} \right)^{1/2}. \quad (33)$$

## 4.2 子共振 ( $\Omega \approx 3\omega_0$ )

类似地, 取  $\Omega = 3\omega_0 + \epsilon\sigma$  作为考察对象, 其中  $\sigma$  为解谐参数。由于同样的原因, 系统的零级近似和一阶近似解满足的方程就不再是方程(15), 而是

$$\begin{aligned} D_0^2 \xi_0 + \omega_0^2 \xi_0 &= K \cos(\Omega T_0), \\ D_0^2 \xi_1 + \omega_0^2 \xi_1 &= (-2i\omega_0 A' - 2i\omega_0 \mu A + 6\alpha \Lambda \bar{\Lambda} + \\ &3\alpha A^2 \bar{A} + 3\bar{A}^2 \Lambda e^{i\sigma T_1}) e^{i\omega_0 T_0} + C.C. \end{aligned} \quad (34)$$

为消去长期项, 只须令

$$\begin{aligned} -2i\omega_0 A' - 2i\omega_0 \mu A + 6\alpha \Lambda \bar{\Lambda} + \\ 3\alpha A^2 \bar{A} + 3\bar{A}^2 \Lambda e^{i\sigma T_1} &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

即可。分别取其实部和虚部为零, 有

$$\begin{aligned} a\beta' \omega_0 + 3\alpha a \left( \Lambda^2 + \frac{1}{8} a^2 \right) = \\ -\frac{3\alpha}{4} \Lambda a^2 \cos(\sigma T_1 - 3\beta), \end{aligned}$$

$$\omega_0 a' + \mu a \omega_0 = \frac{3\alpha}{4} \Lambda a^2 \sin(\sigma T_1 - 3\beta). \quad (36)$$

令  $\gamma_2 = \sigma T_1 - 3\beta$ , 则  $\gamma_2' = \sigma - 3\beta'$ , 并代入式(36)中, 可得

$$\begin{aligned} a' = -\mu a + \frac{3\alpha}{4\omega_0} a^2 \Lambda \sin \gamma_2, \\ \gamma_2' = \sigma + \frac{9\alpha}{\omega_0} \left( \Lambda^2 + \frac{1}{8} a^2 \right) + \frac{9\alpha}{4\omega_0} \Lambda a \cos \gamma_2. \end{aligned} \quad (37)$$

考虑静态解, 即  $a' = 0$ ,  $\gamma_2' = 0$ , (37)式化为

$$\mu = \frac{3\alpha}{4\omega_0} \Lambda a \sin \gamma_2,$$

$$\frac{\sigma_2}{3} + \frac{3\alpha}{\omega_0} \left( \Lambda^2 + \frac{1}{8} a^2 \right) = -\frac{3\alpha}{\omega_0} \Lambda a \cos \gamma_2. \quad (38)$$

两式平方相加, 可得系统的频率响应方程

$$9\mu^2 + \frac{1}{16} \left( \sigma + \frac{9\alpha \Lambda^2}{\omega_0} + \frac{9\alpha a^2}{8\omega_0} \right)^2 = \frac{81\alpha^2 \Lambda^2}{16\omega_0^2} a^2, \quad (39)$$

此式为  $a^2$  的 2 次方程。系统的一级近似解由

$$\xi = a \cos \left[ \frac{1}{3} (\Omega t - \gamma) \right] + \frac{K}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos(\Omega t) + O(\epsilon) \quad (40)$$

给出。而临界参数则可由(26)和(39)式表示为

$$K_c = \left| 2(\omega_0^2 - \Omega^2) \sqrt{\frac{\sigma \omega_0}{9\alpha}} \right| = 8\omega_0 \sigma \sqrt{\frac{\sigma \omega_0}{9\alpha}}. \quad (41)$$

## 5 结果和讨论

从(33)和(41)式可以看出, 仅当参数满足临界条件时, 系统才是稳定的。我们以子共振为例, 分析系统的临界特征。由(31)式和文献[7—10]以及文献[7]中的(6)式, 并注意到  $\omega = (2\pi\nu/l) \cdot \sqrt{m_0 \gamma / K_1}$  ( $K_1$  是 Lindhard 势有效深度), 可得超晶格锯齿形“折沟道”的临界斜率

$$\kappa_c = \frac{\pi^2}{\chi d_{\rho\nu}} \sqrt[3]{\sigma K_1 \beta_1} \sqrt{\frac{2}{3m}}. \quad (42)$$

注意到斜率  $\kappa$  直接与超晶格的形变参数有关, 由此, 可进一步描述超晶格的光磁电特征。

## 6 结论

我们在经典物理框架内, 把超晶格“折沟道”对粒子的作用等效为面沟道粒子受到与“折沟道”形状类似的周期调制, 利用 Lindhard 势, 在小振幅近似下, 把粒子运动方程化为了具有硬弹簧特性的 Duffing 方程, 利用多重尺度法分析了系统的主共振、子共振和超共振; 讨论了粒子在共振线附近运动的非线性行为; 从系统的临界特征出发导出了系统的临界参数, 为超晶格光磁电性质的研究提供了理论分析。

## 参考文献 (References):

- [1] Korol A, Solovoyov A V, Greiner W. J Phys, 1998, **G24**: L45.
- [2] Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Chin J Semiconductors, 2003, **24** (5): 485 (in Chinese).  
(罗诗裕, 邵明珠. 半导体学报, 2003, **24**(5): 485.)
- [3] Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Nuclear Physics Review, 2003, **20** (1): 55(in Chinese).  
(罗诗裕, 邵明珠. 原子核物理评论, 2003, **20**(1): 55.)
- [4] Luo S Y, Shao M Z. Acta Phys Sin, 2004, **53**(4): 1 157(in Chinese).  
(罗诗裕, 邵明珠. 物理学报, 2004, **53**(4): 1 157.)
- [5] Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Nuclear Physics Review, 2002, **19** (4): 407(in Chinese).  
(罗诗裕, 邵明珠. 原子核物理评论, 2002, **19**(4): 407.)
- [6] Korol A, Solovoyov A V, Greiner W. Int J Mod Phys, 1999, **E8**: 49.
- [7] Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Chin J Semiconductors, 2005, **26** (2): 294(in Chinese).  
(罗诗裕, 邵明珠. 半导体学报, 2005, **26**(2): 294.)
- [8] Luo Shiyu, Shao Mingzhu, Hu Xiduo. HEP & NP, 2004, **28** (1): 96(in Chinese).  
(罗诗裕, 邵明珠, 胡西多. 高能物理与核物理, 2004, **28**(1): 96.)
- [9] Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Chin Phys (USA), 1984, **4**(7): 670.
- [10] Luo Shiyu, Shao Mingzhu, Wei Luoxia. Acta Phys Sin, 2004, **53**(6): 1 219(in Chinese).  
(罗诗裕, 邵明珠, 韦洛霞. 物理学报, 2004, **53**(6): 1 219.)
- [11] Nayfeh A H. Introduction to Perturbation Techniques. John Wiley & Sons, 1981, 222—226.

## Lindhard Potential and Resonance in Strained Superlattice<sup>\*</sup>

SHAO Ming-zhu, LUO Shi-yu<sup>#</sup>

(Dongguan University of Technology, Dongguan 523106, Guangdong, China)

**Abstract:** It is assumed that a periodic modulation is equivalent to the deflected channel of the superlattice. In the small amplitude approximation the particle motion equation has been reduced to the Duffing equation with a hard-spring properties by using Lindhard expanded potential. The main resonance, the sub-harmonic resonance and the super-harmonic resonance have been analysed by the multi-scale technique. The critical parameter of the deflected channelling has been calculated, the results provided a theory analyse for the photo-magneto-electric effects of the superlattice.

**Key words:** Lindhard potential; superlattice; nonlinearity; resonance

\* Received date: 15 Sep. 2006; Revised date: 5 Mar. 2007

# Corresponding author: Luo shi-yu, E-mail: bgluoshy@dgut.edu.cn