

文章编号: 1007-4627(2007)03-0171-04

非定域夸克真空的结构和 Kisslinger 函数^{*}

蒙成举¹, 潘继环¹, 周丽娟², 马维兴^{3, #}

(1 河池学院物理与电子工程系, 广西 宜州 546300;

2 广西工学院强子物理与非微扰 QCD 合作研究组, 广西 柳州 545006;

3 中国科学院高能物理研究所, 北京 100049)

摘要: 夸克的真空凝聚是量子色动力学(QCD)研究中一个非常重要的问题。用完全穿衣服的夸克传播子研究了 QCD 真空性质和夸克的真空结构。计算了定域夸克的真空凝聚值, 预言了夸克的真空结构。其结果与文献中的经验值相符合, 也与 Dyson-Schwinger 方程解一致。说明参数化的夸克传播子是成功和可靠的。

关键词: 夸克传播子; 非定域 QCD 真空凝聚; 定域 QCD 真空凝聚

中图分类号: O572.33 **文献标识码:** A

1 引言

强相互作用是用色 $SU(3)$ 规范理论来描述的, 称为量子色动力学(QCD)。QCD 是非 Abelian 理论, 在低动量和低能量区域内是无法求解的。因此, 研究非微扰 QCD 和 QCD 真空的性质对强相互作用过程是一个非常重要的问题。QCD 真空凝聚和真空结构是非微扰 QCD 问题的两个很重要的方面。实际上, 非微扰 QCD 真空凝聚的存在和大小是表述手征对称自发破缺的重要参量, 在粒子物理和核物理领域内有很多应用。例如, 夸克、胶子真空凝聚、夸克-胶子混合真空凝聚在 QCD 求和规则方法和决定 QCD 基态中夸克的虚度方面是很重要的。另外, 除了在标准模型中 Higgs 机制产生质量之外, 凝聚也产生了粒子的质量(夸克、轻子和弱相互作用的规范玻色子的质量)。

QCD 凝聚分为两类: 一类是手征性守恒的凝聚, 比如, 胶子凝聚 $\langle 0 | (\alpha_s/\pi) G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu} | 0 \rangle$, 手征性不变的原因是因为 $G_{\mu\nu}^a G^{a\mu\nu}$ 是手征变换不变的; 另一类是手征性破坏的凝聚, 即夸克凝聚 $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$, 它是与夸克的质量有关, 是手征性变化的。我们将在另一篇文章里研究手征性守恒的凝聚。本文仅计算

QCD 真空凝聚值以及研究非定域的夸克真空结构。我们用文献[1]提出的完全穿衣服参数化的夸克传播子, 预言各种 QCD 真空凝聚值和非微扰 QCD 的许多物理问题。本文的结构是: 第 2 节简单介绍夸克传播子; 第 3 节致力于计算 QCD 定域真空凝聚值和非定域夸克真空凝聚结构的表示, 研究 QCD 真空的结构; 第 4 节介绍我们的计算结果; 第 5 节介绍从这个研究中得到的初步结论。

2 夸克传播子 $S_f(p)$

研究完全穿衣服的夸克传播子是 QCD 研究中的一个非常重要的问题, 它对精确地确定夸克的质量是至关重要的。夸克质量是标准模型的基本输入参数, 准确地确定这些参数无论对唯象模型的应用还是对基本理论的研究都是极其重要的。夸克的传播子可以用 Dyson-Schwinger 方程^[1]来表述:

$$iS_f^{-1}(p) = i[S_f^0(p)]^{-1} + C_f g_s^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \cdot \gamma^\mu S_f(k) \Gamma^\nu(k, p) G_{\mu\nu}(p-k), \quad (1)$$

$S_f(p)$ 是穿衣服夸克的传播子, $S_f^0(p)$ 是裸夸克的

* 收稿日期: 2006-12-31; 修改日期: 2007-03-12

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10565001, 10647002); 广西科技厅自然科学基金资助项目(0481030, 0542042, 0575020)

作者简介: 蒙成举(1979-), 男(壮族), 广西河池人, 讲师, 从事理论物理及其相关粒子物理与核物理交叉学科的研究;

E-mail: mengchengju2008@163.com

通讯联系人: 马维兴, E-mail: mawx@mail.ihep.ac.cn

传播子, $C_f = 4/3$ 是色因子, g_s 是强耦合常数。 $\Gamma^\nu(k, p)$ 是夸克-反夸克与胶子的耦合顶点, $G_{\mu\nu}(p-k)$ 是胶子传播子。

在“彩虹”近似^[2]下, Dyson-Schwinger 方程(1)变为

$$iS_f^{-1}(p) = i[S_f^0(p)]^{-1} + \frac{4}{3}g_s^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \cdot \gamma^\mu S_f(k) \gamma^\nu G_{\mu\nu}(p-k) \quad (2)$$

夸克传播子的最一般的形式也可写为

$$S_f^{-1}(p) = i\gamma p \cdot A_f(p^2) + B_f(p^2) \quad (3)$$

在“彩虹”近似下, 利用 Dyson-Schwinger 方程(2), 可以得到 $A_f(p^2)$ 和 $B_f(p^2)$ 所满足的耦合方程^[3]:

$$[A_f(p^2) - 1]p^2 = \frac{8}{3}g_s^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} G(p-q) \cdot \frac{A_f(q^2)}{q^2 A_f^2(q^2) + B_f^2(q^2)} p \cdot q, \quad (4)$$

$$B_f(p^2) = \frac{16}{3}g_s^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} G(p-q) \cdot \frac{B_f(q^2)}{q^2 A_f^2(q^2) + B_f^2(q^2)} \quad (5)$$

通过大量的理论和实验相结合的研究发现 $S_f(p)$ 又可以参数化为^[4]

$$S_f(p) = -i\gamma p \cdot \sigma_v^f(p^2) + \sigma_s^f(p^2) \quad (6)$$

现在比较方程(3)和(6)就可以得到

$$A_f(p^2) = \frac{\sigma_v^f}{(\sigma_s^f)^2 \left[p^2 \left(\frac{\sigma_v^f}{\sigma_s^f} \right)^2 + 1 \right]}, \quad (7)$$

$$B_f(p^2) = \frac{1}{\sigma_s^f \left[p^2 \left(\frac{\sigma_v^f}{\sigma_s^f} \right)^2 + 1 \right]} \quad (8)$$

所以, 若知道 σ_v^f 和 σ_s^f , 就可以得到 $A_f(p^2)$ 和 $B_f(p^2)$ 。这里 σ_v^f 和 σ_s^f 由下式给出

$$\sigma_s^f = \frac{\bar{\sigma}_s^f}{\Lambda}, \quad \sigma_v^f = \frac{\bar{\sigma}_v^f}{\Lambda^2} \quad (9)$$

而

$$\bar{\sigma}_s^f(x_1) = \frac{[1 - \exp(-b_1^f x_1)] [1 - \exp(-b_3^f x_1)]}{b_1^f b_3^f x_1} \cdot \left[b_0^f + b_2^f \frac{1 - \exp(-\Lambda' x_1)}{\Lambda' x_1} \right] + \frac{m_f}{m_f} \frac{1 - \exp[-2(x_1 + \bar{m}_f)]}{x_1 + \bar{m}_f^2}, \quad (10)$$

$$\bar{\sigma}_v^f(x_1) = \frac{2(x_1 + \bar{m}_f^2) - 1 + \exp[-2(x_1 + \bar{m}_f^2)]}{2(x_1 + \bar{m}_f^2)^2}, \quad (11)$$

其中, $\bar{m}_f = m_f/\Lambda$, $x_1 = p^2/\Lambda^2$, $\Lambda' = 10^{-4}$ 和 $\Lambda = 0.566 \text{ GeV}$, 参数 $b_i^f (i=0, 1, 2, 3; f \text{ 是 } u, d, s \text{ 的味道})$ 和 m_f 见表 1^[5]。这里, σ_s^f 和 σ_v^f 在有限的 p^2 复平面内都是解析的, 这保证了夸克传播子没有

表 1 参数 b_i^f 和 m_f 的值

味道 (f)	b_0^f	b_1^f	b_2^f	b_3^f	m_f/MeV
u	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
d	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
s	0.105	2.90	0.740	0.185	127.5

Lemann 奇异点, 从而没有夸克产生的域。在微扰真空中, 正规算符乘积 $\bar{q}(x)q(0)$ 的矩阵元为零, 而在非微扰真空中它是不等于零的。在下一节我们将用参数化的完全穿衣服的夸克传播子方程式(6)计算 QCD 真空凝聚值和 QCD 真空结构。

3 非定域的 QCD 真空结构及定域真空凝聚值

文献[5]给出的非定域夸克真空凝聚是

$$\langle 0 | : \bar{q}(x)q(0) : | 0 \rangle$$

$$= -4N_c \int_0^{\mu^2} \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{B_f(p^2)}{p^2 A_f^2(p^2) + B_f^2(p^2)} e^{ip \cdot x} = -\frac{3}{4\pi^2} \int s ds \frac{B_f(s)}{s^2 A_f^2(s) + B_f^2(s)} \left[2 \frac{J_1(\sqrt{sx^2})}{\sqrt{sx^2}} \right], \quad (12)$$

这里 $N_c = 3$ 是色量子数, μ^2 是积分截断参数, 它保证了平均是在非微扰区域内进行的。 $\langle 0 | : \bar{q}(x) \cdot q(0) : | 0 \rangle$ 与距离 x 的关系如图 1 所示。

非定域夸克的真空凝聚 $\langle 0 | : \bar{q}(x)q(0) : | 0 \rangle$ 描述了在 QCD 非微扰真空中夸克与胶子的分布。物

理上讲，这意味着真空中的夸克和胶子的平均平方动量不为零。夸克的这种非零的平均平方动量叫做夸克的虚度。

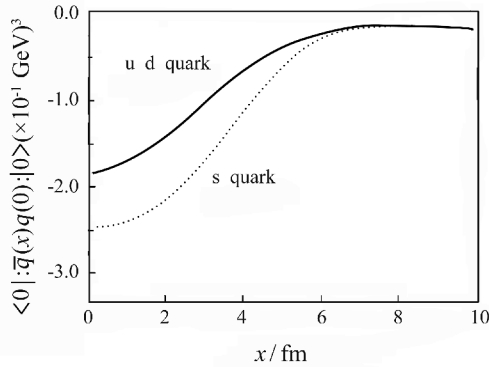


图 1 公式(12)所给出的非定域夸克的真空凝聚值与距离 x 的依赖关系

在 $x=0$ 时，由方程(12)得到定域夸克真空凝聚值为

$$\langle 0 | \bar{q}(x)q(0) | 0 \rangle = -\frac{3}{4\pi^2} \int s ds \cdot \frac{B_f(s)}{s^2 A_f^2(s) + B_f^2(s)} \quad (13)$$

定域夸克真空凝聚值在用 QCD 求和规则计算强子的静态性质时起着非常重要的作用，它确定了强子的动力学质量，引起了手征对称性的自发破缺，是 QCD 真空凝聚的一个量度。

4 计算结果

下面用参数化的完全穿衣服的夸克传播子方程(6)分别对定域 u, d 和 s 夸克的真空凝聚值进行了计算，其结果如下：

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{q}(0)q(0) | 0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}^{u,d} &= -(0.212 \text{ GeV})^3 \\ &= -0.0096 \text{ GeV}^3, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \langle 0 | \bar{q}(0)q(0) | 0 \rangle_{\mu^2=1 \text{ GeV}^2}^s &= -(0.265 \text{ GeV})^3 \\ &= -0.0186 \text{ GeV}^3, \end{aligned} \quad (15)$$

方程(14)与(15)之比是

$$\frac{\langle 0 | \bar{q}(0)q(0) | 0 \rangle_{u,d}}{\langle 0 | \bar{q}(0)q(0) | 0 \rangle_s} = 0.512. \quad (16)$$

再由方程(12)和(13)可以得到非定域夸克的真空凝聚结构函数，即 Kisslinger 函数 $g(x)$ 为

$$g(x)_{u,d,s} = \frac{\langle 0 | \bar{q}(x)q(0) | 0 \rangle}{\langle 0 | \bar{q}(0)q(0) | 0 \rangle}, \quad (17)$$

图 2 给出了 $g(x)_{u,d,s}$ 与距离 x 的依赖关系。 $g(x)$ 以一个直接的方法反映了 QCD 真空的非微扰的性质。在 $x=0$ 时， $g(x)=1$ ；随距离 x 的增加， $g(x)$ 逐渐减少；当 x 无穷大时， $g(x)$ 趋于零，我们从非微扰区域进入到微扰 QCD 的区域。

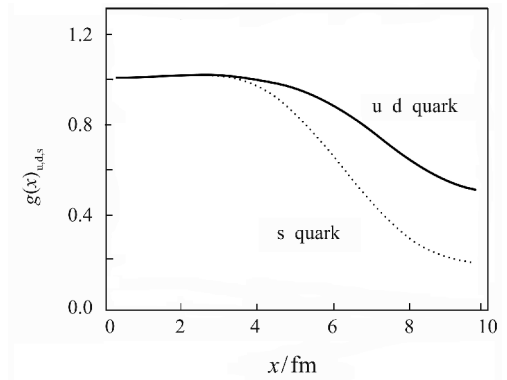


图 2 非定域夸克的真空凝聚结构函数 $g(x)_{u,d,s}$ 与距离 x 的依赖关系

5 分析讨论

量子力学告诉我们，“真空”不是空的，它是充满着各种可能的量子涨落。QCD 真空充满了夸克场和胶子场的长波涨落。QCD 真空的性质是用定域的真空凝聚来表征的。这个凝聚是夸克和胶子场各种单态结合在真空态上的矩阵元。特别是，当相互作用很强时，真空涨落可能是非常大的，甚至“凝聚”成介质。这些真空凝聚作为介质，影响着通过它传播的粒子的性质。

一个重要的真空凝聚的例子是 Higgs 真空，Higgs 机制产生了夸克、轻子和弱相互作用的规范玻色子 W^\pm, Z 的质量。夸克和轻子质量的不同，仅仅是由于不同的费米场与子 Higgs 场耦合强度不一样而引起的。同时，QCD 真空中夸克和胶子的凝聚也对夸克质量的产生做出了很大的贡献。实际上，QCD 真空凝聚对 3 个轻夸克(u, d, s)质量的贡献远远大于通过 Higgs 机制所产生质量的贡献。

QCD 真空凝聚的存在直接反映了非微扰 QCD 真空的性质。例如，非零定域夸克真空凝聚与手征对称性自发破缺有关，非零的定域胶子凝聚通过迹反常确定了强子质量的标度。非定域真空凝聚描述了夸克和胶子在非微扰 QCD 真空的分布，也产生

了夸克、胶子在真空中的平均平方动量。因此研究非微扰 QCD 真空凝聚及其结构是非常有意义一个前沿课题。

参考文献 (References):

- [1] Dyson F J. *Phys Rev*, 1949, **75**: 1 736; Schwinger L S. *Proc Nat Acad Sci*, 1951, **37**: 452; Roberts C D. *Prog Part Nucl Phys*, 2000, **45**: 511.
- [2] Burden C D, Roberts C D. *Phys Rev*, 1993, **D47**: 5 581; Ma Weixing, Shen Pengnian, Zhou Lijuan. *Commun Theor Phys*, 2002, **38**: 571.
- [3] Cahil R T, Roberts C D. *Phys Rev*, 1985, **D32**: 2 419; Cahil R T. *Nucl Phys*, 1992, **A543**: 63c; Tandy P C. *Prog Part Nucl Phys*, 1997, **39**: 117.
- [4] Roberts C D, Cahil R T, Sevier M E, *et al.* *Phys Rev*, 1994, **D49**: 125; Roberts C D, Williams A G. *Prog Part Nucl Phys*, 1994, **33**: 477; Alcock G R. *Phys Rev*, 1995, **104**: 1 799.
- [5] Zhou Lijuan, Wu Qing, Pan Jihuan, *et al.* *Commun Theor Phys*, 2006, **46**(1): 101.

Structure of Non-local Quark Vacuum Condensate and Kisslinger Function^{*}

MENG Cheng-ju¹, PAN Ji-huan¹, ZHOU Li-juan², MA Wei-xing^{3, #}

(1 *Department of Physics, Hechi College, Yizhou, 546300, Guangxi, China;*

2 *Collaboration Group of Hadron Physics and Non-Perturbative QCD Study,*

Guangxi University of Technology, Liuzhou 545006, Guangxi, China;

3 *Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

Abstract: Study of quark vacuum condensate is one of the most important issues in the investigation of QCD. Based on the parameterized fully dressed quark propagator, the local quark vacuum condensate and the structure of non-local quark vacuum condensate are predicted. The results of our calculations are not only consistent with DSEs predictions but also in agreement with empirical values used widely in literature. The result shows that the parameterized form of quark propagator is an applicable and reliable approximation since its predictions are consistent with DSEs solutions and reproduce all physical quantities in an acceptable way.

Key words: quark propagator; non-local QCD vacuum condensate; local QCD vacuum condensate

* **Received date:** 31 Dec. 2006; **Revised date:** 12 Mar. 2007

* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(10565001, 10647002); Natural Science Foundation of Guangxi Province(0481030, 0542042, 0575020)

Corresponding author: Ma Wei-xing, E-mail: mawx@mail.ihep.ac.cn