

文章编号: 1007-4627(2007)01-0016-05

# 不同能量下核束缚能的影响<sup>\*</sup>

郭爱强<sup>1,2</sup>, 侯召宇<sup>1,2</sup>

(1 石家庄铁道学院数理系, 河北 石家庄 050043;

2 河北师范大学物理学院, 河北 石家庄 050016)

**摘要:** 在不同能量下, 利用核束缚能对虚光子四动量的平方项进行修正, 分别计算了 Sn 核碰撞中核束缚能对反应截面中湮灭项和康普顿散射项及  $K$  因子的影响。结果表明, 核束缚能在小  $x$  区域对反应截面中湮灭项和康普顿散射项及  $K$  因子的影响明显, 并且能量越低这种影响越显著, 随着  $x_2$  增大影响逐渐消失。

**关键词:** Drell-Yan 过程; 量子色动力学; 核束缚能

**中图分类号:** O571

**文献标识码:** A

## 1 引言

众所周知, 高能强子碰撞产生轻子对的 Drell-Yan(DY)过程研究, 对于探寻强子内夸克分布, 检验解释 EMC 效应唯象模型的正确性具有重要的意义。近年来, 许多人从计算核子的部分子分布函数和微扰量子色动力学(QCD)入手对其进行了深入研究。最初人们计算了质子和质子(p-p)碰撞<sup>[1]</sup>、质子和核(p-A)碰撞<sup>[2]</sup>。为了增加散射截面, 后来用核作靶用另一种核进行轰击(A-A 碰撞)<sup>[3-6]</sup>, 结果发现, 在 A-A 碰撞 DY 过程中核效应对反应截面的影响不容忽视。但在讨论其影响时, 人们着重考虑的是核遮蔽效应和核子的费米运动效应, 而核束缚能由于和碰撞能量相比很小, 被很多学者作为一个小量忽略。杨建军等从核束缚能对核子平均结构函数的影响入手, 计算了 DY 过程的核束缚能效应<sup>[7]</sup>, 近来也有人从核束缚能的经验公式出发结合实验数据得到双重 Q 重标度中重度标参数的经验公式<sup>[8]</sup>, 均取得了不少进展。可见, 对 DY 过程中核束缚能效应的研究对于深入理解反应过程及检验各种模型的合理性是有意义的。

本文从能量角度着手, 考虑了 A-A 碰撞 DY 过程中的核束缚能效应。利用核束缚能经验公式对虚光子四动量的平方项进行修正, 进而从能量角度出

发, 分别计算了 3 种能量下 Sn-Sn 核碰撞核束缚能对  $K$  因子及反应截面中湮灭项和康普顿散射项的影响。

## 2 相关公式及计算过程

强子-强子碰撞产生大质量轻子对  $A+B \rightarrow l^+ l^- + X$  的过程, Drell 和 Yan<sup>[9]</sup> 最先在朴素部分子模型基础上给予了解释。他们认为, 上述过程是分别来自入射强子和靶强子内的正反夸克湮灭成一个虚光子  $\gamma^*$ , 然后虚光子再衰变成一对轻子  $l^+ l^-$ 。后来, 人们称此过程为 DY 过程。它同深度非弹散射(DIS)过程一样, 已经成为人们研究核内夸克胶子分布的重要实验手段。按照这一作用机制计算的 DY 过程的反应截面称之为朴素 DY 截面, 其微分截面的计算过程如下:

在 DY 过程中, 轻子对的质量和动量分布直接反映了强子内部分子分布, 即入射强子与靶强子内的夸克(反夸克)分布函数。人们知道, 高能轻子在强子上的深度非弹性散射过程中, 在量子电动力学(QED)框架中作一级近似,  $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$  反应截面为

$$\sigma = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3M^2}, \quad (1)$$

\* 收稿日期: 2006-08-30; 修改日期: 2006-12-28

\* 基金项目: 河北省自然科学基金资助项目(A2005000535)

作者简介: 郭爱强(1981-), 男(汉族), 河北武安人, 硕士研究生, 从事粒子物理和核物理研究;

E-mail: sunandskyggg@yahoo.com.cn

式中  $\alpha_{em}$  为精细结构常数,  $M$  为轻子对的质量。

DY 过程与高能轻子在强子深度非弹性散射过程均属电磁相互作用, 故 DY 过程与  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  反应过程类似, 在强子碰撞过程中, 分别来自入射强子与靶强子的夸克(反夸克)与反夸克(夸克)间也存在类似的反应, 故朴素 DY 微分截面可表示为

$$\frac{d^2\sigma^{DY}}{dx_1 dx_2} = \frac{1}{3} \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{3M^2} \sum_f e_f^2 \cdot [q_f^A(x_1)q_f^B(x_2) + q_f^A(x_1)q_f^B(x_2)], \quad (2)$$

式中,  $1/3$  因子是考虑到只有相反颜色的夸克-反夸克对( $q\bar{q}$ )才能湮灭成虚光子,  $4\pi\alpha_{em}^2/3M^2$  描述子过程  $q\bar{q} \rightarrow \mu^+\mu^-$  的反应截面,  $e_f$  是味道为  $f$  的夸克电荷数,  $q_f^{A(B)}$  和  $q_f^{\bar{A}(\bar{B})}$  分别为入射强子 A(靶强子 B) 中味道为  $f$  的夸克和反夸克的分布函数, 其中 Bjorken 标度变量  $x$  是夸克和反夸克的纵向动量与强子纵向动量之比。(2)式中的  $x_1$  和  $x_2$  分别表示夸克(反夸克)携带的入射核子和靶核子的动量分数(只考虑了纵向动量, 因为 DY 过程中横向动量与纵向动量比很小)。

为了将  $x_1, x_2$  与实验观测量相联系, 通常引进费曼变量  $x_F$ , 而实验中生成的轻子对  $l^+$  和  $l^-$  的动量是可观测量。在强子-强子质心系中, 当质心系总能量为  $\sqrt{S}$  时, 湮灭的一对夸克和反夸克的纵向动量分别为  $x_1\sqrt{S}/2$  和  $-x_2\sqrt{S}/2$ , 若略去夸克质量和横向动量, 则湮灭的夸克和反夸克的能量分别为  $x_1\sqrt{S}/2$  和  $x_2\sqrt{S}/2$ 。考虑到湮灭的夸克-反夸克对的动量与轻子对的四动量相等价, 则轻子对的能量为

$$E = (x_1 + x_2) \frac{\sqrt{S}}{2}, \quad (3)$$

这样, 轻子对的纵向动量  $p_l$  和质量  $M$  分别为

$$p_l = (x_1 + x_2) \frac{\sqrt{S}}{2}, \quad M = \sqrt{E^2 - P_l^2} = \sqrt{Sx_1x_2}. \quad (4)$$

这样, DY 过程的反应截面公式就是在朴素

DY 过程截面的基础上增加两个修正项, 即湮灭项和康普顿散射项。计算到  $\alpha_s$  级, QCD 修正 DY 微分反应截面为

$$\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{d^2\sigma^{DY}}{dx_1 dx_2} + \frac{d^2\sigma^{Ann}}{dx_1 dx_2} + \frac{d^2\sigma^C}{dx_1 dx_2}, \quad (5)$$

具体地,

$$\frac{d\sigma^i}{dx_1 dx_2} = \int_{x_1}^1 dt_1 \int_{x_2}^1 dt_2 \cdot \left[ \frac{d\hat{\sigma}^i(t_1, t_2)}{dx_1 dx_2} Q^i(t_1, t_2) + \frac{d\hat{\sigma}^i(t_2, t_1)}{dx_1 dx_2} \tilde{Q}^i(t_1, t_2) \right], \quad (6)$$

上式中的  $t_1$  和  $t_2$  是相应的随机变量,  $i=DY, Ann$  和  $C$  表示有贡献的 3 项。 $\frac{d\hat{\sigma}^i(t_1, t_2)}{dx_1 dx_2}$  表示各项子过程的微分截面。 $t_1, t_2$  的值可确定如下:

$$x_1 = \sqrt{\tau}e^y, \quad x_2 = \sqrt{\tau}e^{-y}, \quad (7)$$

$$x_1x_2 = \tau = \frac{Q^2}{S} = \frac{M^2}{S}, \quad (8)$$

$Q^i(t_1, t_2)$  是与 3 个子过程相对应的碰撞核子内夸克(反夸克)和胶子的分布函数组合, 显然它是同参量  $Q$  相关的, 这里为书写简单未标明。其中,  $y$  为轻子对快度,  $M^2$  为轻子对不变质量的平方,  $\sqrt{S}$  为入射核子和靶核子的质心系能量; 如果轻子对是朴素 DY 机制产生的, 显然  $x_1$  和  $x_2$  表示的物理意义如前。一般情况下, 来自自由核子的夸克(反夸克)的动量分数不等于  $x_1$  和  $x_2$ , 此时  $x_1$  和  $x_2$  应是湮灭成  $\gamma^*$  的夸克与反夸克携带的入射核子和靶核子的动量分数。图 1 给出了 DY 模型的一级湮灭项修正图。

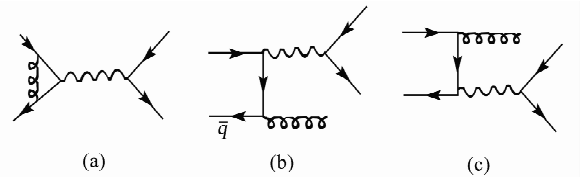


图 1 DY 过程的湮灭项修正图

其湮灭项的贡献为<sup>[5]</sup>

$$\frac{d\hat{\sigma}^{Ann}(t_1, t_2)}{dx_1 dx_2} =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}B\delta(t_1 - x_1)\delta(t_2 - x_2) \left[ 1 + \frac{5}{3}\pi^2 - \frac{3}{2}\ln \frac{x_1 x_2}{(1-x_1)(1-x_2)} + 2\ln \frac{x_1}{(1-x_1)} \ln \frac{x_2}{(1-x_2)} \right] + \\ & \frac{1}{2}B\delta(t_2 - x_2) \left[ \frac{t_1^2 + x_1^2}{t_1^2(t_1 - x_1)_+} \ln \frac{2x_1(1-x_2)}{x_2(t_1 + x_1)} + \frac{3}{2(t_1 - x_1)} - \frac{2}{t_1} - \frac{3x_1}{t_1^2} \right] + (1 \leftrightarrow 2) + \\ & B \left[ \frac{(\tau + t_1 t_2)[\tau^2 + (t_1 t_2)^2]}{(t_1 t_2)^2(t_1 + x_1)(t_2 + x_2)[(t_1 - x_1)(t_2 - x_2)]_+} - \frac{2\tau(\tau + t_1 t_2)}{(t_1 t_2)(t_1 x_2 + t_2 x_1)^2} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

式中的第 3 项为第 2 项的 1—2 交换项，常数  $B$  为

$$B = \frac{16\alpha_s^2 \alpha_s(Q^2)}{27Q^2}, \quad (10)$$

其中  $\alpha_s(Q^2)$  为 QCD 跑动耦合常数(至次领头阶)

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2N_f)\ln(Q^2/\Lambda^2)} \left\{ 1 - \frac{6(153 - 19)}{(33 - 2N_f)^2} \frac{\ln[\ln(Q^2/\Lambda^2)]}{\ln(Q^2/\Lambda^2)} \right\}, \quad (11)$$

$N_f$  为强子内夸克味道数，对于自由核子取  $N_f = 3$ ，在 QCD 非领头阶(NLO)近似的条件下取  $\Lambda = 232$  MeV。图 2 给出了几种 DY 过程的康普顿散射修正图。康普顿散射项的贡献为

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma^C}{dx_1 dx_2} = & \frac{3}{8}B\delta(t_2 - x_2) \left[ \frac{x_1^2 + (t_1 - x_1)^2}{2t_1^3} \ln \frac{2x_1(1-x_2)}{x_2(t_1 + x_1)} + \frac{1}{2t_1} - \frac{3x_1(t_1 - x_1)}{t_1^3} \right] + \\ & \frac{3}{8}B \left\{ \frac{x_2(\tau + t_1 t_2)[\tau^2 + (\tau - t_1 t_2)^2]}{t_1^3 t_2^2 (t_1 x_2 + t_2 x_1)(t_2 + x_2)(t_2 - x_2)_+} + \frac{\tau(\tau + t_1 t_2)[t_1 t_2^2 x_1 + \tau(t_1 x_2 + 2t_2 x_1)]}{(t_1 t_2)^2 (t_1 x_2 + t_2 x_1)^3} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

为了更直观地表示出修正项的贡献，常定义  $K$  因子<sup>[3]</sup>：

$$K(x_1, x_2) = \left( \frac{d^2\sigma^{DY}}{dx_1 dx_2} + \frac{d^2\sigma^{Ann}}{dx_1 dx_2} + \frac{d^2\sigma^C}{dx_1 dx_2} \right) \left( \frac{d^2\sigma^{DY}}{dx_1 dx_2} \right)^{-1}, \quad (13)$$

对于 A-A 碰撞 DY 过程，导出  $Q_A^i(t_1, t_2)$  的具体表示式参见文献[5]。

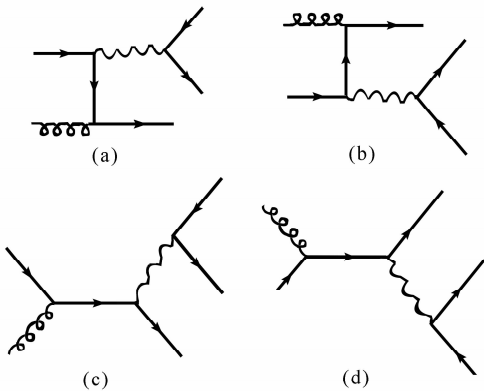


图 2 DY 过程的康普顿散射修正图

### 3 计算及结果分析

考虑到束缚能作用，参加反应的夸克对要脱离核子的束缚，所以需要生成轻子对的能量做一修正，修正后轻子对的能量为

$$E' = (x_1 + x_2) \frac{\sqrt{S}}{2} - E_{bq}, \quad (14)$$

其中  $E_{bq}$  是参加反应的夸克对所克服的核束缚能，由核子束缚能经验公式可得。核子束缚能公式<sup>[10-12]</sup>为

$$\begin{aligned} E_b(Z, A) = & \epsilon_1 A - \epsilon_2 A^{2/3} - \epsilon_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \\ & \epsilon_4 \left[ \frac{(A - 2Z)^2}{A} \right] - \epsilon_5 \frac{\delta}{A^{3/4}}, \end{aligned} \quad (15)$$

其中第 1 项称为体积能，第 2 项称为表面能，第 3 项是静电排斥能，第 4 项为对称能，第 5 项为对能，参数  $\epsilon_i$  由拟合  $E_b$  实验值定出， $\delta$  与  $Z$  和  $N$  的奇偶性有关：

$$\delta = \begin{cases} +1, & N \text{ 奇}, \quad Z \text{ 奇} \\ 0, & A \text{ 奇} \\ -1, & N \text{ 偶}, \quad Z \text{ 偶} \end{cases} \quad (16)$$

核子由 u 夸克和 d 夸克组成，参加反应的夸克对可能是  $u\bar{u}$ ，也可能是  $d\bar{d}$ ，由于(15)式中第 1 项是对  $E_b$  的主要贡献，并且核束缚能和质心系能量  $\sqrt{S}$  相比很小，大约差 5 个数量级，其在不超出 1 个数量级范围内的浮动对结果的影响不明显。为了考虑问题方便，我们可忽略第 3 项，因为这项是静电排斥能，u 夸克与 d 夸克在这项上对核子束缚能贡献差别最大，认为 u 夸克和 d 夸克对核子束缚能贡献近似相等，这样可得  $E_{bq} = (2/3)E'_b$ ，系数中 3 是核子夸克数，2 是考虑到参加反应的是来自入射核和靶核的两个夸克。其中

$$E'_b = \epsilon_1 A - \epsilon_2 A^{2/3} - \epsilon_4 \left[ \frac{(A - 2Z)^2}{A} \right] - \epsilon_5 \frac{\delta}{A^{3/4}}, \quad (17)$$

转移的四动量平方

$$Q'^2 = E'^2 - P^2 = \sqrt{Sx_1x_2 - (x_1 + x_2)\sqrt{SE_{bq} + E_{bq}^2}}, \quad (18)$$

将  $Q'$  替代  $Q$  后，代入  $K$  因子公式中，并考察了湮灭项截面比  $K_{Ann}$  和康普顿散射项截面  $K_C$  比。

我们在  $\sqrt{S}=400, 500$  和  $630$  GeV 能量下分别计算了 Sn-Sn 核碰撞 DY 过程中核束缚能对湮灭项截面比  $K_{Ann}$ ，康普顿散射项截面比  $K_C$ ，及 QCD 修正  $K$  因子的影响(见图 3、图 4 和图 5)。其中，实线表示未考虑束缚能的计算结果，虚线表示考虑束缚能后的结果。

从图 3 至图 5 中可以看出，3 种能量下 Sn 核碰撞变化的趋势基本上是一样的，但是能量越低核束缚能的影响在小  $x$  区域越明显。显然，当  $x_2$  值在 0.001 以下时，康普顿散射项截面比  $K_C$  有轻微的变化，湮灭项截面比  $K_{Ann}$  有较大的变化，从而造成在这一区域内  $K$  因子的变化较大，即核束缚能效应应在小  $x$  区域将截面比明显抬高，核束缚能效应的影响较大。随着  $x$  值增大，核束缚能效应影响逐渐减

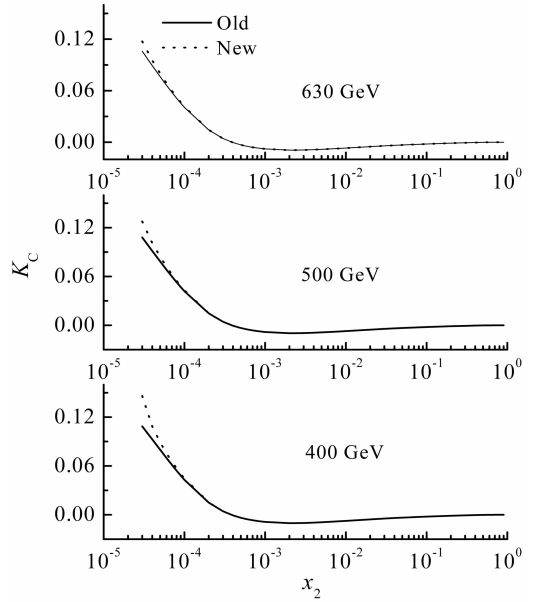


图 4 在质心系不同能量下，Sn 核碰撞过程中核束缚能对康普顿散射项截面比  $K_C$  的影响

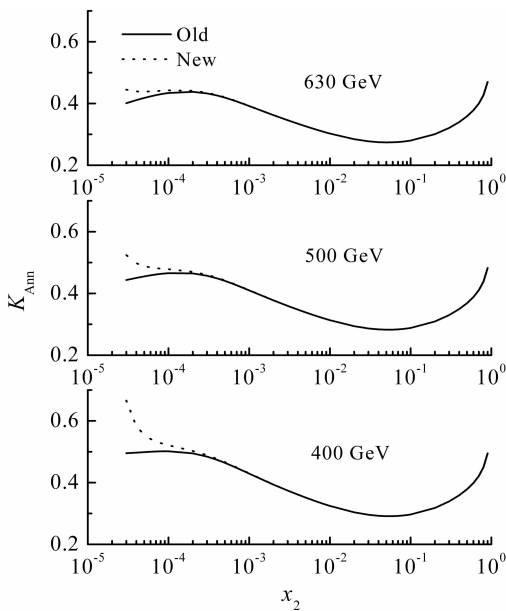


图 3 在质心系不同能量下，Sn 核碰撞过程中核束缚能对湮灭项截面比  $K_{Ann}$  的影响

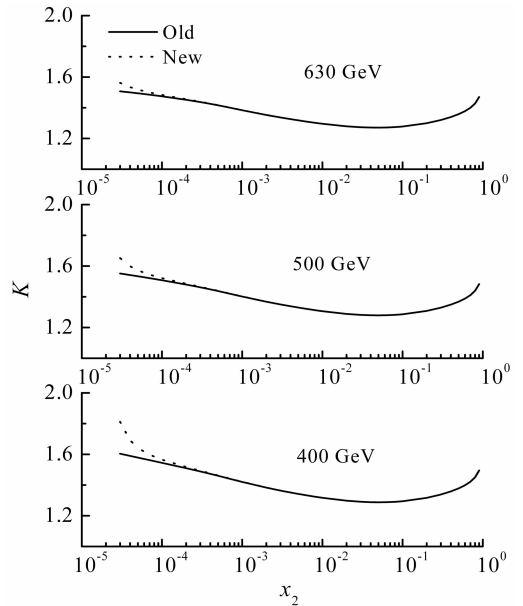


图 5 在质心系不同能量下，Sn 核碰撞过程中核束缚能对  $K$  因子的影响

小, 当  $x_2$  值到达 0.001 时, 两条曲线几乎重合。造成这种情况的原因是因为  $K$  因子主要涉及的是硬过程行为, 长程的软过程部分在  $K$  因子的比值中基本上都消掉了, 即使部分分子分布函数有所变化, 它对  $K$  因子也不会有大的影响。在大  $x$  区域, 碰撞转移的能量比起束缚能来大的多, 所以束缚能的影响几乎可以忽略, 而在小  $x$  区域内, 碰撞转移的能量比较小, 束缚能的影响不能忽略。

由此可以得出结论, 在 A-A 碰撞 DY 过程中, 特别是在低能的情况下, 核束缚能对小  $x$  区域的影响不容忽视, 而在大  $x$  区域束缚能的影响很微弱可以忽略。所以, 以后在研究 A-A 碰撞 DY 过程中小  $x$  区域的各种现象时应该考虑核束缚能效应。

### 参考文献 (References):

- [1] Zhu W, Qian L, Shen J G. Phys Rev, 1991, **D44**: 2 762.
- [2] Liu Chunxiu, He Zhenmin, Duan Chungui, *et al.* High Energy Physics and Nuclear Physics, 2000, **24**(2): 131(in Chinese).  
(刘春秀, 何祯民, 段春贵. 高能物理与核物理, 2004, **24**(2): 131.)
- [3] Hou Zhaoyu, Zheng Qiao, Duan Chungui, *et al.* Commun Theor Phys, 2000, **34**: 377.
- [4] Hou Zhaoyu, Zheng Qiao, Zhang Benai. Chin Phys Lett, 2002, **19**: 488.
- [5] Hou Zhaoyu, Zheng Qiao, Zhang Benai. High Energy Physics and Nuclear Physics, 2002, **26**(4): 364(in Chinese).  
(侯召宇, 郑乔, 张本爱. 高能物理与核物理, 2002, **26**(4): 364.)
- [6] Zhi Haisu, Hou Zhaoyu. Nuclear Physics Review, 2006, **23**(1): 6(in Chinese).  
(智海素, 侯召宇. 原子核物理评论, 2006, **23**(1): 6.)
- [7] Yang Jianjun, Wang Jian, Shen Hongqing, *et al.* Journal of Nanjing Normal University, 1996, **19**: 29(in Chinese).  
(杨建军, 王健, 沈洪清等. 南京师大学报, 1996, **19**: 29.)
- [8] Gao Yonghua, Duan Chungui, Hou Zhaoyu, *et al.* High Energy Physics and Nuclear Physics, 2004, **28**(3): 290(in Chinese).  
(高永华, 段春贵, 侯召宇等. 高能物理与核物理, 2004, **28**(3): 290.)
- [9] Drell S, Yan T. Phys Rev Lett, 1970, **25**: 316.
- [10] Ning Pingzhi, Li Lei, Min Defen. Fundamental Nuclear Physics—Nucleons and Nuclei. Beijing: Higher Education Press, 2003, 302(in Chinese).  
(宁平治, 李磊, 闵德芬. 原子核物理基础——核子和核. 北京: 高等教育出版社, 2003, 302.)
- [11] Vogel P. Nucl Phys, 2000, **A662**: 148.
- [12] Hiroyuki Koura, Masahiro Uno, Takahiro Tachibana, *et al.* Nucl Phys, 2000, **A674**: 47.

## Influence of Nuclear Binding Energy in Different Energy\*

GUO Ai-qiang<sup>1, 2, 1)</sup>, HOU Zhao-yu<sup>1, 2</sup>

(1 Department of Mathematics and Physics, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China;

2 Department of Physics, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050016, China)

**Abstract:** We made a revision of square of virtual photon four momentum by means of using nuclear binding energy formula in different energy, and we also made an accurate calculation for the effect of nuclear binding energy on  $K$  factor and Compton term and annihilate term in the Drell-Yan process of the Sn-Sn collision. The outcome indicates that the effect of nuclear binding energy on the annihilate term and the Compton term is marked in little  $x$  region and the effect will become more obvious with decrease of the energy and come to disappear with increase of the  $x$ .

**Key words:** Drell-Yan process; QCD; nuclear binding energy

\* Received date: 30 Aug. 2006; Revised date: 28 Dec. 2006

\* Foundation item: Natural Science Foundation of Hebei Province (A2005000535)

1) E-mail: sunandskyggg@yahoo.com.cn