

文章编号: 1007-4627(2006)04-0419-05

# 超重核合成的同位素依赖探讨\*

刘祖华<sup>1,3</sup>, 包景东<sup>2</sup>

(1 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000;

2 北京师范大学物理系, 北京 100875;

3 中国原子能科学研究院, 北京 102413)

**摘要:** 利用二参量 Smoluchowski 方程计算了  $^{54}\text{Fe}+^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe}+^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe}+^{208}\text{Pb}$  冷熔合和  $^{32,34,36}\text{S}+^{238}\text{U}$  热熔合的复合核形成截面和蒸发残余截面, 结果清楚地显示出超重核合成截面随同位素的变化。由于较低的入射道库仑位垒、较低的不对称裂变谷中的条件鞍点和较小的中子分离能, 一般地说, 丰中子同位素的超重核形成截面明显增强。

**关键词:** Smoluchowski 方程; 超重核; 同位素依赖

**中图分类号:** O571.6      **文献标识码:** A

## 1 引言

超重核合成是核物理研究的重要领域。对于超重核, 宏观裂变位垒近乎消失, 而由壳修正能阻止通过裂变衰变而维持核的稳定。由于这一特点, 超重核合成截面很小, 在 pb 数量级。为了能成功地合成超重核, 需要对影响超重核形成的诸多因素进行深入研究和探讨。其中弹核和靶核的中子-质子比( $N/Z$ )或形成核的同位素依赖是需要研究的重要方面。

在用  $\text{Ni}+^{208}\text{Pb}$  冷熔合合成 110 号元素时, 当弹核由  $^{62}\text{Ni}$  变为  $^{64}\text{Ni}$  时, 合成截面由 3.5 pb 增至 15 pb<sup>[1]</sup>。因而给人以用丰中子弹核可增加合成截面的希望。然而用  $^{70}\text{Zn}$ <sup>[2]</sup> 合成  $Z=112$  和 113 时并没有因采用丰中子弹核使截面增加。Adamian 等<sup>[3]</sup> 从理论上对此进行了分析, 认为在某些情况下, 丰中子弹核不一定有利。那么, 在什么条件下丰中子弹核或丰中子反应系统对超重核的形成有利呢? 本文利用  $^{54}\text{Fe}+^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe}+^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe}+^{208}\text{Pb}$  冷熔合和  $^{32,34,36}\text{S}+^{238}\text{U}$  热熔合对此进行了探讨。下面就俘获截面、复合核形成与准裂变竞争、蒸发残余等几方面展开讨论。

## 2 俘获截面

俘获截面用耦合道模型<sup>[4]</sup> 计算, 其中对于 Fe 同位素和  $^{238}\text{U}$  考虑了四极形变  $\beta_2$ <sup>[5]</sup>, 对于  $^{208}\text{Pb}$  考虑了与  $E_{\text{ex}} = 2.6146 \text{ MeV}$ ,  $\beta_3 = 0.12$ ;  $E_{\text{ex}} = 3.1977 \text{ MeV}$ ,  $\beta_5 = 0.005$  非弹激发的耦合。计算的  $^{54}\text{Fe}+^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe}+^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe}+^{208}\text{Pb}$  3 个反应系统的俘获截面激发函数见图 1。图 2 是  $^{32,34,36}\text{S}+^{238}\text{U}$  的俘获激发函数。由两图可见, 丰中子系统的俘获截面普遍高于缺中子反应系统。由于丰中子系统的熔合势垒较低, 从而导致俘获截面增大。

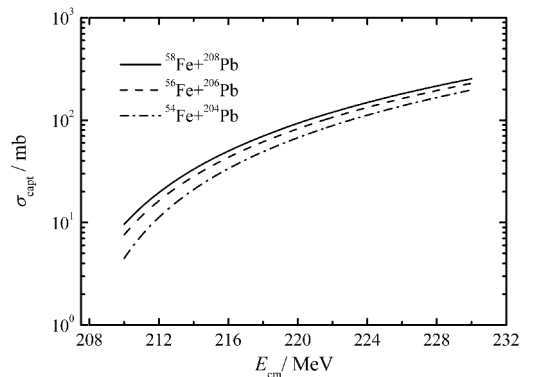


图 1  $^{54}\text{Fe}+^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe}+^{206}\text{Pb}$  和  $^{58}\text{Fe}+^{208}\text{Pb}$  3 个反应系统俘获截面随质心系能量的变化

\* 收稿日期: 2006-02-17

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10235020, 10235030)

作者简介: 刘祖华(1940-), 男(汉族), 浙江舟山人, 研究员, 从事核裂变、放射性核束实验及晕核性质的研究;

E-mail: zhliu@iris.ciae.ac.cn

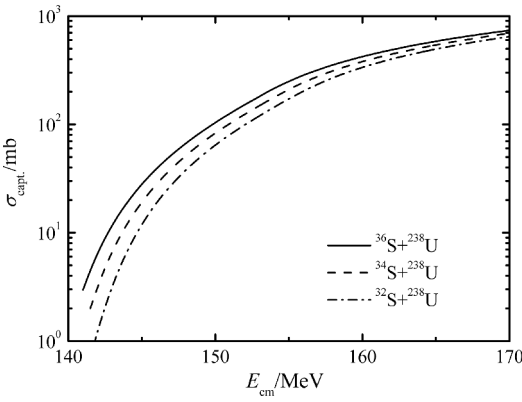


图 2  $^{32, 34, 36}\text{S} + ^{238}\text{U}$  俘获截面激发函数的比较

### 3 复合核形成与准裂变竞争

反应系统从相互接触到复合核形成的动力学演化过程用类似于布朗运动的扩散过程描述。计算中，我们考虑了两核之间有效表面的相对长度  $s$  和轻核的中子数  $N$ 。令  $x=s$ ,  $y=N$ ，相应的几率分布  $W(x, y, t)$  用二参量的 Smoluchowski 方程计算<sup>[6]</sup>,

$$\frac{\partial W(x, y, t)}{\partial t} = [L_x(x, y) + \gamma L_y(x, y)] \cdot W(x, y, t) \quad (1)$$

其中，算符  $L_x$  和  $L_y$  分别为

$$L_x(x, y) = -\frac{\partial}{\partial x} D_x(x, y) + D_{xx} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (2)$$

$$L_y(x, y) = -\frac{\partial}{\partial y} D_y(x, y) + D_{yy} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (3)$$

假定扩散系数  $D_{xx}$  和  $D_{yy}$  是常数，即  $D_{xx} = kT/\alpha_x$ ,  $D_{yy} = kT/\alpha_y$ ,  $T$  是核温度； $\alpha_x$  和  $\alpha_y$  分别正比作用在自由度  $x$  和  $y$  的耗散。

反应系统穿越库仑势垒后，进入了不对称裂变谷。图 3 给出了  $^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  3 个反应系统的不对称裂变谷中的势垒  $V_{\text{af}}(x, y)$ ，按中子平衡后的系统计算。计算中考虑了反应系统的质量不对称、脖子和相对距离 3 个自由度<sup>[7]</sup>。我们对不对称裂变势阱采用了抛物线近似，即  $V_{\text{af}}(x, y) = -a(y)[x - x_{\text{max}}(y)]^2/2$ ，其中  $x_{\text{max}}$  为势的极大值处，相应的势垒称为条件鞍点。扩散运动在排斥势  $V_{\text{af}}(x, y)$  中进行。越过  $x_{\text{max}}$  的事件进入复合核，没有越过  $x_{\text{max}}$  的事件发生准裂变。漂移系数  $D_x$  包含  $x$  方向的驱动力  $D_x = \alpha(y)(x -$

$x_{\text{max}})/\alpha_x$ 。漂移系数  $D_y$  正比于  $y$  方向的驱动力，由控制中子流动势<sup>[6]</sup>计算。

(1)式中引入了参量  $\gamma$ ，以表明不同的时标。众所周知，在低能重离子碰撞中， $N/Z$  平衡比其它集

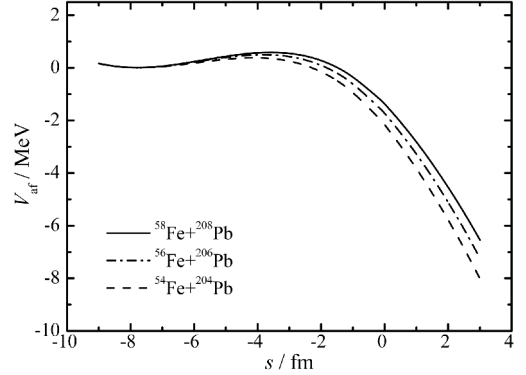


图 3 作为两碰撞核有效表面距离  $s$  函数的沿着不对称裂变的宏观形变能  $V_{\text{af}}(s)$

3 条曲线分别为  $^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  3 个系统中子分布平衡值即  $y = y_{\text{eq}}$  时计算的结果。

体自由度(例如核系统的整体长度的改变)在快得多的时标内发生。在  $\gamma \gg 1$  的条件下，二参量 Smoluchowski 方程约化为单参量方程<sup>[6]</sup>,

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial t} = L_{00} W(x, y) \quad (4)$$

算符  $L_{00}$  取以下形式，

$$L_{00} = -\frac{\partial}{\partial x} \bar{D}_x(x) + D_{xx} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (5)$$

$$\bar{D}_x(x) = \int D_x(x, y) \phi_0(y, x) dy \quad (6)$$

Fokker-Plank 方程(4)有高斯型解。对方程(4)解的  $x \leq x_{\text{max}}$  区域积分，求得到达复合核组态的几率：

$$P_{\text{CN}}(E_{\text{cm}}, J) = \frac{1}{2} \text{erfc} \sqrt{\bar{\beta}} \quad (7)$$

$\bar{\beta} = \bar{B}_{\text{af}}/kT$ ,  $\text{erfc}$  是误差函数互补，即  $(1 - \text{erf})$ 。

$$\phi_0(y, x) = \sqrt{\frac{b(x)}{2\pi kT}} \exp\left[-\frac{b(x)(y - y_{\text{eq}})^2}{2kT}\right] \quad (8)$$

是算符  $L_y$  当  $n=0$  时的本征解。如  $t=0$  时刻反应系统进入  $x_0$  处的不对称裂变谷。在  $x_0 = 2.4$  fm 时 3 个系统的平均条件鞍点位垒高度  $\bar{B}$  分别是 7.03, 6.52 和 5.90 MeV。由此可见，丰中子系统条件下鞍点较低，有利于复合核形成。由于几率分布

$W(x, t)$  是高斯函数, 因此  $\bar{B}$  与  $P_{CN}$  是指数关系, 所以对  $\bar{B}$  的变化很灵敏。

复合核形成截面为

$$\sigma_{\text{comp}}(E_{\text{cm}}) = \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_c(E_{\text{cm}}, J) P_{\text{CN}}(E_{\text{cm}}, J) \quad (9)$$

图 4 (a) 给出了  $^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$  和  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  复合核形成截面随激发能  $E_{\text{ex}}$  的变化。

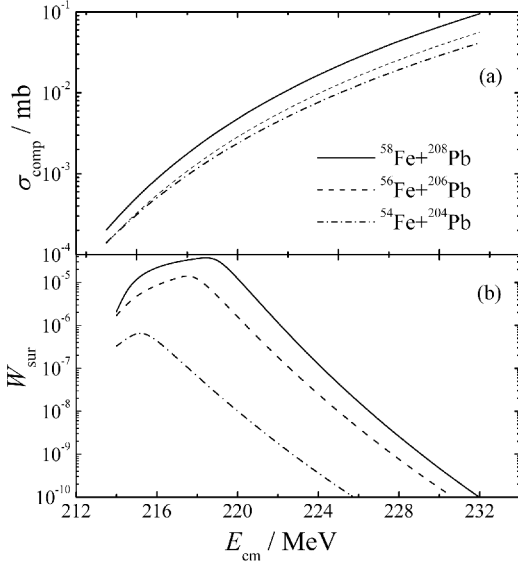


图 4 (a)  $^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$  和  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  复合核形成截面随激发能  $E_{\text{ex}}$  的变化; (b) 3 个系统的 1 个中子蒸发复合核存活几率

## 4 蒸发残余截面

存活几率可写成

$$W_{\text{surv}}(E_0^*, J) = G_{x,n}(E_0^*, J) \cdot \prod_k \left[ \frac{\Gamma_n(U_k^{\text{max}}, J)}{\Gamma_f(U_{k,f}^{\text{max}}, J) + \Gamma_n(U_k^{\text{max}}, J)} \right] \quad (10)$$

$J$  是复合核的自旋,  $E_0^* = E_{\text{cm}} + Q$  是质心系能量与反应  $Q$  值之和。  $G_{x,n}$  是初始激发能为  $E_0^*$  的复合核刚好蒸发  $x$  个中子的几率<sup>[8,9]</sup>。对于冷熔合, 发射 1 个中子的几率为  $P_{<}^{[7]}$ , 即发射 1 个中子后的余核的激发能小于二次裂变或二次中子发射阈值的几率。中子宽度<sup>[8, 10]</sup>,

$$\Gamma_n(U_k^{\text{max}}, J) = \frac{g m_0 \sigma_n U_k^{\text{max}}}{\pi^2 \hbar^2 a_n} \exp(2\sqrt{a_n U_k^{\text{max}}} - 2\sqrt{a_n U_{k-1}}) \quad (11)$$

$g$  为中子自旋简并因子,  $m_0$  和  $\sigma_n$  分别为中子质量和衰变核逆过程中子截面。  $a_n = A/12$ 。 0

$\text{MeV}^{-1}$ <sup>[11, 12]</sup> 是能级密度参数。母核蒸发第  $k$  个中子时的最大热激发能为

$$U_k^{\text{max}} = E_0^* - \sum_{i=0}^{k-1} (S_n(i) + 2T_i) - S_n(k) - E_k^{\text{rot}} \quad (12)$$

其中,  $S_n$  是中子分离能,  $T_i$  是蒸发第  $i$  个中子时的核温度,  $E_k^{\text{rot}}$  是母核蒸发第  $k$  个中子时子核的转动能。裂变宽度<sup>[8, 10]</sup>为

$$\Gamma_f(U_{k,f}^{\text{max}}, J) = \frac{2\sqrt{a_f U_{k,f}^{\text{max}}} - 1}{4\pi a_f} \exp(2\sqrt{a_f U_{k,f}^{\text{max}}} - 2\sqrt{a_n U_{k-1}}) \quad (13)$$

其中,  $a_f$  是裂变鞍点处的能级密度参数, 假定  $a_f = 1.07 a_n$ <sup>[8]</sup>。  $U_{k,f}^{\text{max}}$  是母核蒸发  $(k-1)$  个中子后, 子核在鞍点处的最大热激发能,

$$U_{k,f}^{\text{max}} = E_0^* - \sum_{i=0}^{k-1} (S_n(i) + 2T_i) - B_f(k) - E_{\text{sd}}^{\text{rot}} \quad (14)$$

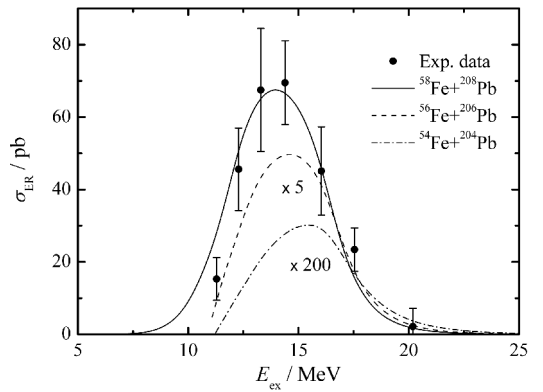


图 5  $^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$  和  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  经冷熔合形成超重核  $^{257, 261, 265}\text{Hs}$  的截面比较

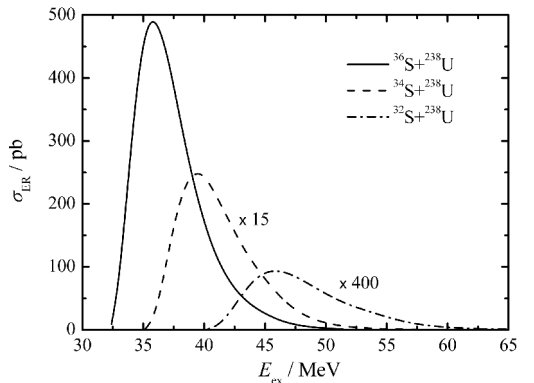


图 6  $^{32, 34, 36}\text{S} + ^{238}\text{U}$  经热熔合的 4n 蒸发的残余截面随激发

能  $E_{\text{ex}}$  的变化

裂变位垒

$$B_f(k) = B_{\text{LD}} - \Delta_{\text{sh}} \exp\left(-\frac{E_k^*}{E_d}\right), \quad (15)$$

$B_{\text{LD}}$  是裂变位垒的液滴部分,  $\Delta_{\text{sh}}$  是壳修正能,  $E_d = 25 \text{ MeV}^{[13]}$  为壳效应衰减因子, 而

$$E_k^* = E_0^* - \sum_{i=1}^{k-1} (S_n(i) + 2T_i). \quad (16)$$

图 4(b) 显示了  $^{204}\text{Pb}(^{54}\text{Fe}, 1n)^{257}\text{Hs}$ ,  $^{206}\text{Pb}(^{56}\text{Fe}, 1n)^{261}\text{Hs}$  和  $^{208}\text{Pb}(^{58}\text{Fe}, 1n)^{265}\text{Hs}$  反应的存活几率  $W_{\text{sur}}$ 。 $^{258}, ^{262}, ^{266}\text{Hs}$  核的中子分离能  $S_n$  分别为 9.55, 8.54 和 8.05 MeV。由于丰中子核的中子分离能小, 有利于中子发射与裂变竞争, 因此丰中子系统的存活几率明显高于缺中子系统。图 5 与图 6 分别给出了  $^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  冷熔合和  $^{32}, ^{34}, ^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$  热熔合的蒸发残余截面随核激发能的变化。由图可见, 丰中子系统蒸发残余截面明显高于缺中子系统。

## 5 结论

我们利用二参量 Smoluchowski 方程计算了

## 参 考 文 献:

- [1] Hofman S. Rep Prong Phys, 1998, **61**: 636.
- [2] Hofman S, Munzenberg G. Rev Mod Phys, 2000, **72**: 733; Hofman S, Heberger F D, Ackermann D, *et al.* Euro Phys J, 2001, **A10**: 5; 2002, **A14**: 147; Hofman S. *ibid.*, 2002, **A15**: 195.
- [3] Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W. Phys Rev, 2004, **C69**: 011 601; Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W. *ibid.*, 2004, **C69**: 01 467.
- [4] Dasso C, Landowne S. Comp Phys Commun, 1987, **46**: 187.
- [5] Moller P, Ni J R. At Data Nucl Data Tables, 1995, **59**: 185.
- [6] Liu Zuhua, Bao Jingdong. Chin Phys Lett, 2005, **22**: 3 044.
- [7] Swiatecki W J, Siwek-Wilezynska K, Wilezynski J. Phys Rev, 2005, **C71**: 014 602.
- [8] Vandenbosch R, Huizenga J R. Nuclear Fission. New York: Academic Press, 1973, 233.
- [9] Li Wenfei, Wang Zhenzhong, Xu Hushan, *et al.* Chin Phys Lett, 2004, **21**: 636.
- [10] Siwek-Wilczynska K, Skwira I. Phys Rev, 2005, **C72**: 034 605.
- [11] Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W, *et al.* Nul Phys, 1998, **A633**: 409.
- [12] Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W. Nucl Phys, 2000, **A678**: 24.
- [13] Adamian G G, Antonenko N V, Ivanova S P, *et al.* Phys Rev, 2000, **C62**: 064 303; Zubov A S, Adamian G G, Antonenko N V, *et al.* *ibid.*, 2002, **65**: 024 308.

$^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  冷熔合和  $^{32}, ^{34}, ^{36}\text{S} + ^{238}\text{U}$  热熔合形成  $Z=108$  元素各同位素的截面。计算表明, 超重元素合成截面有明显的同位素依赖性。造成强烈的同位素依赖的重要原因有人射道的库仑势垒、影响复合核形成与准裂变竞争的条件鞍点高度和中子分离能。丰中子系统的库仑势垒和条件鞍点较低, 因而有利于碰撞核的俘获和复合核形成, 而中子分离能小使复合核的存活几率增大。总体而言, 丰中子同位素的合成截面较大。然而, 超重核形成是一个复杂的动力学过程, 形成几率受诸多因素影响。我们考察的只是其中几个重要因素。Adamian 等<sup>[3]</sup> 分析的是一些较特殊的反应系统。造成特殊的原因在于满壳核结构能特别大, 因而反应  $Q$  值有大的负值。而随弹核中子数增加, 逐渐偏离幻数, 反应  $Q$  值的绝对值变小。总之, 超重核合成除有普遍规律外, 还有特殊情况, 因而需作具体分析。

# On Isotope Dependence of Superheavy Nucleus Production<sup>\*</sup>

LIU Zu-hua<sup>1, 3</sup>, BAO Jing-dong<sup>2</sup>

(1 *Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy  
Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China;*

2 *Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;*

3 *China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China*)

**Abstract:** The cross sections of the compound nucleus formation and evaporation residue for the  $^{54}\text{Fe} + ^{204}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe} + ^{206}\text{Pb}$ ,  $^{58}\text{Fe} + ^{208}\text{Pb}$  cold fusion and  $^{32, 34, 36}\text{S} + ^{238}\text{U}$  hot fusion have been calculated by using a two-parameter Smoluchowski equation. Our results clearly show the isotope dependence of superheavy nucleus production. The formation cross sections of the neutron-rich isotope are, generally speaking, obviously enhanced due to the lower Coloumb barrier, lower height of the conditional saddle-point, and smaller neutron separation energy.

**Key words:** Smoluchowski equation; superheavy nuclei; dependence of isotope