

文章编号: 1007-4627(2005)04-0358-09

# 原子核的形状相变\*

穆良柱<sup>1</sup>, 刘玉鑫<sup>1, 2, 3#</sup>

(1 北京大学物理系, 北京 100871;

2 北京大学重离子物理教育部重点实验室, 北京 100871;

3 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000)

**摘要:** 简要回顾原子核形状相变研究的现状, 并将相干态理论与角动量投影方法相结合, 在不区分质子玻色子和中子玻色子的相互作用玻色子模型 (IBM-1) 框架下, 对角动量驱动的轴对称情况下的具有  $U(5)$ 、 $SU(3)$  对称性以及两种对称性之间过渡区的原子核的形状相变进行了具体研究。

**关键词:** 形状相变; 相干态理论; 角动量投影方法; 相互作用玻色子模型

**中图分类号:** O571.21      **文献标识码:** A

## 1 引言

原子核形状的研究一直是原子核结构理论中一个重要的问题, 这是因为原子核形状和原子核组成成分及其两种运动形式——集体运动和单粒子运动等都密切相关。例如, 集体模型中计算单粒子运动时常用的变形平均势就和核形状有关<sup>[1,2]</sup>, 不同形状原子核的振动、转动等集体运动模式也各不相同<sup>[2]</sup>; 同时原子核的形状由所有核子的空间分布决定<sup>[3]</sup>, 而且随集体运动模式的不同而变化<sup>[4]</sup>。这样就决定了核形状必然是集体运动和单粒子运动相互影响的结果, 所以对原子核形状的研究是原子核结构研究的重要内容。另一方面, 原子核的形状和一定的动力学对称性相联系<sup>[5-8]</sup>, 所以对核形状的研究, 尤其是核形状变化的研究往往和原子核动力学对称性的破缺相联系。更重要的, 原子核是一个由核子等组成的有限多体量子系统, 对其相结构和相变的研究自然是研究有限量子多体系统相变的极好场所和实验室。因此, 近年来关于原子核形状相变的研究不仅是原子核物理研究中的重要前沿课题, 还引起了有限量子多体系统领域和统计物理学界的极大关注。本文简要介绍原子核形状相变研究的现状和我们关于角动量驱动的轴对称原子核的形状相

变的研究结果。

## 2 原子核形状相变研究的现状

已经观测到或者已经预言的原子核形状多种多样<sup>[9]</sup>。通常将核半径按球谐函数  $Y_{lm}(\theta, \phi)$  展开<sup>[1,2]</sup>, 并将相应的形变称为  $2^l$  极形变 (如图 1 所示), 比较重要的是四极形变, 实验上已经观测到的最高极形变是 16 极形变<sup>[9]</sup>。按照壳模型的观点, 幻数核多为球形, 而偏离满壳的核则为形变核, 形变核可以细分为长椭球形、扁椭球形、三轴不对称形、梨形、香蕉形和纺锤形等。同时原子核还可能形状共存现象。基态形变核普遍存在于各个质量区<sup>[9]</sup>, 并且最近的研究表明, 超重核区也存在形变核和形状共存, 而且结构更加丰富<sup>[10]</sup>。而激发态核

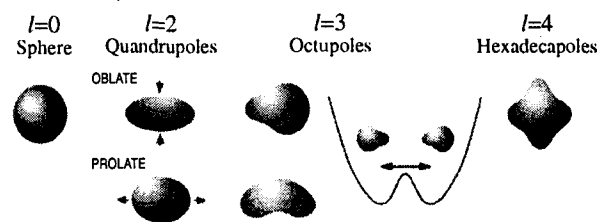


图 1  $l=0, 2, 3, 4$  时对应的  $2^l$  极形变的示意图 (取自文献 [9])

收稿日期: 2005 - 10 - 21

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10425521, 10135030); 国家重点基础研究发展规划资助项目 (G2000077400); 教育部优秀青年教师奖励计划资助项目; 教育部博士点基金资助项目 (20040001010)

作者简介: 穆良柱 (1978-), 男 (汉族), 江苏淮安人, 博士, 讲师, 从事原子核结构理论研究。

# 联系人: 刘玉鑫, E-mail: liuyx@mail.phy.pku.edu.cn

的形变则更富含物理内容，如超形变带、回弯现象和同质异能态等都与形变直接相关。

由于原子核的形状与多种因素有关，比如中子质子比、激发态能量或者自旋、温度等，所以在研究核形状随某个物理量变化时就引入了形状相变的概念。通常的研究集中在某个同位素链(或同中子素链)中原子核基态的形状相变<sup>[5,11,12]</sup>，特别是近年来临界状态的对称性和三相点的陆续发现<sup>[6-8,13-20]</sup>，更加丰富了人们对于基态原子核形状相变的认识。由于实验上  $\gamma$  射线探测器阵列技术的进步，使得人们不仅可以对原子核基态的形状进行研究，而且可以对激发态，尤其是高自旋态的核形状进行研究。2003 年观测到的沿 Yrast 带出现的集体振动模式到定轴转动模式的变化给出了低激发态中可能存在转动(或角动量)驱动的形状相变的实验证据<sup>[21]</sup>。事实上，理论上对于自旋和温度引起的原子核形状相变的研究起步更早，并且一直没有中断<sup>[22-28]</sup>。形状共存是另一个核形状研究关注的焦点<sup>[29]</sup>，因为这可能是单粒子运动和集体运动有较强耦合的结果<sup>[9]</sup>。

对于原子核基态形状的研究通常使用的理论模型有集体模型<sup>[2]</sup>、相互作用玻色子模型<sup>[5,30-32]</sup>(IBM)，微观模型中则可以用 Hartree-Fock-Bogoliubov(HFB)理论来计算核形状<sup>[22]</sup>，另外还可以使用热力学统计理论<sup>[33,34]</sup>。而对于原子核激发态形状的研究则采用 Landau 相变理论<sup>[23,24]</sup>、有限温度推转 HFB<sup>[25]</sup>和推转 IBM<sup>[26-28]</sup>等。在这些方法中，集体模型有比较直观的几何图像，但是缺乏微观机制；而微观理论没有直接的几何图像。由于 IBM 既有较好的微观基础<sup>[35-37]</sup>，又可以由相干态理论建立直观的几何图像<sup>[5,11,38-45]</sup>，所以 IBM 理论在原子核的形状相变研究中得到了广泛的应用。下面主要以 IBM 为基础介绍原子核形状相变研究的进展。

早期对于原子核基态形状相变的研究可以归纳为 Casten 三角形<sup>[5,46]</sup>(如图 2 所示)，图中 3 个顶点对应 IBM 的  $U(5)$ ， $SU(3)$ 和  $O(6)$ 3 种极限。由相干态理论知道这 3 种极限分别对应球形、轴对称形变和  $\gamma$  不稳定形变<sup>[5,11,38-45]</sup>。从图上可以看出，从球形区到形变区的相变为一相变，而沿球形到  $\gamma$  不稳定形变则存在一个二级相变点。近年来，Iachello 利用几何模型对基态原子核相变的研究扩展了 Casten 三角形，不但在  $U(5)$ — $SU(3)$ 相变区找到

了形状共存<sup>[47]</sup>，还引入了新的临界点对称性： $E(5)$ ， $X(5)$ 和  $Y(5)$ <sup>[6-8]</sup>。这样，扩展的 IBM 的对称性及其相变的关系可以图示为图 3 的形式。图中四面体的顶点表示各种极限对称性，其中  $U(5)$ ， $SU(3)$ 和  $O(6)$ 分别对应球形、轴对称长椭球、 $\gamma$  不稳定的形状， $SU^*(3)$ 对应扁椭球形变， $E(5)$ ， $X(5)$ 和  $Y(5)$ 是相应顶点极限对称性之间相变的临界点。Jolie 对  $E(5)$ 的研究表明这是一个三相共存点(triple point)<sup>[15,16]</sup>，即球形、扁椭球和长椭球 3 种形状共存，类似于水的气、液和固三相共存<sup>[17]</sup>。

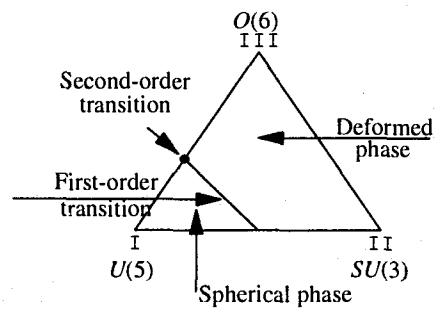


图 2 Casten 三角形(取自文献[5])

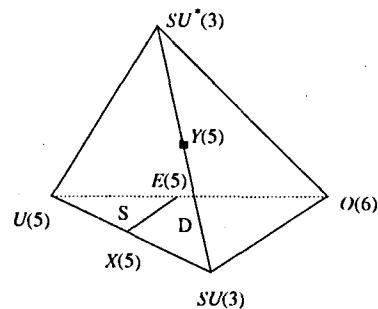


图 3 扩展的 IBM 的对称性间的演化图(取自文献[8])

此外，Bonatsos 等人预言在长椭球与扁椭球形状相变临界点附近的原子核还可能具有  $Z(5)$  对称性<sup>[20]</sup>。理论上发现形状共存和各种临界点对称性之后，很快就在实验上找到了对应的原子核。如  $^{152}\text{Sm}$  可能有形状共存现象<sup>[48-51]</sup>，与  $E(5)$  对称性对应的原子核有  $^{134}\text{Ba}$ <sup>[16,52]</sup>， $^{108}\text{Pd}$ <sup>[53]</sup> 和  $^{130}\text{Xe}$ <sup>[54]</sup> 等，与  $X(5)$  对称性对应的原子核有  $^{152}\text{Sm}$ ， $^{154}\text{Gd}$ ， $^{156}\text{Dy}$  和其他  $N=90$  的同中子素链<sup>[55-57]</sup>(当然也有人持不同意见，认为  $X(5)$  不能很好地描述  $^{152}\text{Sm}$  的性质<sup>[58-60]</sup>)，与  $Y(5)$  对称性对应的原子核有  $^{166,168}\text{Er}$ <sup>[61]</sup> 等，与  $Z(5)$  对称性相对应的原子核有  $^{194}\text{Pt}$  等<sup>[20]</sup>。同时也开始在实验上寻找沿着相变轨迹演化的各种同位素链<sup>[62,63]</sup>。而关于临界点和三相点

等的性质的研究也逐渐开始<sup>[15-17,64]</sup>, 并提出了多个标志相变的可观测量<sup>[14,33,65]</sup>。类似 Iachello 四面体的工作很快被推广到 IBM-2<sup>[66]</sup> (如图 4 所示), 同样成功地找到了各种极限对称性之间的相变。

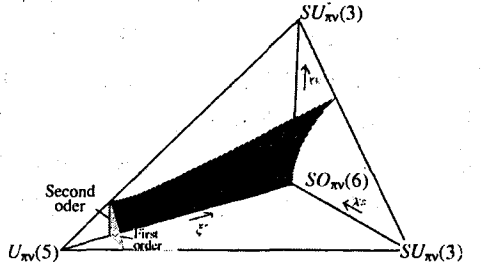


图 4 IBM-2(区分质子玻色子和中子玻色子)的各种对称性之间相变关系的图示, 即球形、轴对称形变和三轴形变之间的相变图(取自文献[66])

早期对于角动量变化可能引起的原子核形状相变问题的研究主要基于液滴模型<sup>[1,22]</sup>。近年来, 人们开始利用 Landau 相变理论<sup>[23,24]</sup>、有限温度推转 HFB 理论<sup>[25]</sup>、推转 IBM<sup>[26-28]</sup> 和推转无规位相近似 (CRPA)<sup>[67]</sup> 进行研究, 并且表明即使是核的低激发态也可能存在各种形状之间的相变。而同时在实验上也发现了低激发能谱中出现振动到定轴转动的相变<sup>[21]</sup>, 利用 CRPA 对<sup>156</sup>Dy 和<sup>158</sup>Er 分析<sup>[67]</sup> 的结果表明, 粒子准粒子的图像不能很好地解释 Yrast 带转动惯量的突然变化, 而用  $\gamma$  振动减弱则可很好地解释, 这些同样表明低激发态中可能有形状相变。

另一方面, 直接从核子层次对原子核形状相变的研究也已取得进展<sup>[68]</sup>。

### 3 角动量驱动的轴对称原子核的形状相变

在相互作用玻色子模型 (IBM) 中, 研究原子核基态的形状相变时, 通常采用的是相干态方法, 但是通常的相干态没有确定角动量, 所以只能认为这种方法是经典近似。事实上相干态理论的发展就是用来寻找量子理论的经典解释的<sup>[45,69]</sup>。在仅考虑 s 和 d 玻色子, 并且不区分质子玻色子和中子玻色子的 IBM-1 中, 原子核状态可以由内禀相干态表示为

$$|N; \beta, \gamma\rangle = \left[ s + \sum_{\mu} \alpha_{\mu} d_{\mu}^{\dagger} \right]^N |0\rangle, \quad (1)$$

其中

$$\alpha_{\pm 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \beta \sin \gamma, \quad \alpha_{\pm 1} = 0, \quad \alpha_0 = \beta \cos \gamma \quad (2)$$

其中  $\beta$  和  $\gamma$  为表示相干态中 d 玻色子所占比例成分的参数。通过计算可以证明, 这些参数正比于描述原子核四极形变的参数(例如, 对稀土区原子核<sup>[5]</sup>,  $\beta$  与四极形变参数  $\hat{\beta}_2$  的关系为  $\hat{\beta}_2 \approx 0.15 \beta$ ,  $\gamma$  与集体模型中的角向形变参数  $\hat{\gamma}$  的关系为  $\hat{\gamma} = \gamma$ ), 因此以下简称之为形变参数。

研究表明, 利用推转壳模型和推转 IBM 可以研究原子核的转动效应, 但这些研究都不能直接得到形状和角动量的关系。为了解决这些问题, 人们引入了角动量投影方法。对于偶-偶核, 如果将相干态投影为角动量为零的态, 则可以对基态获得更好的近似<sup>[70]</sup>; 如果将相干态投影到较高角动量的态, 则可以从相干态出发研究原子核激发态的形状, 并建立起核形状和角动量之间的关系。在角动量投影方法中, 投影算符表示为

$$P_{MK}^L = \frac{2L+1}{8\pi^2} \int D_{MK}^{*L}(\Omega) R(\Omega) d\Omega, \quad (3)$$

其中,  $R(\Omega)$  为转动算符,  $D_{MK}^L(\Omega)$  为转动矩阵,  $\Omega$  为欧拉转动角 ( $\alpha', \beta', \gamma'$ )。

事实上, 人们已经利用这种方法成功地描述了原子核低激发态的一些性质<sup>[71-76]</sup>, 并讨论了  $U(5)$  对称性与  $O(6)$  对称性之间相变临界点附近的核态性质<sup>[77]</sup>。鉴于在 IBM 框架下利用相干态与角动量投影相结合研究原子核低激发态性质的成功, 我们在 IBM-1 框架下, 利用相干态方法与角动量投影技术相结合, 研究基态形状相变和角动量驱动的轴对称激发态的形状相变。

#### 3.1 角动量驱动的由振动到定轴转动的形状相变

由唯象的 IBM 及此前利用相干态理论研究的结果, 我们知道, IBM-1 中具有  $U(5)$  对称性的原子核的基态呈球形。因此, 我们由 IBM-1 的  $U(5)$  对称性出发进行讨论。在 IBM-1 中, 具有  $U(5)$  极限对称性的原子核的哈密顿量可以由该对称性下各群的 Casimir 算子表示为

$$\hat{H}_{U(5)} = E_0 + \epsilon_d C_{1U(5)} + AC_{2U(5)} + BC_{2O(5)} + CC_{2O(3)}, \quad (4)$$

其中  $C_{kG}$  为群  $G$  的  $k$  阶 Casimir 算子。角动量投影后原子核的基态带中各态的能量泛函可以表示为<sup>[71]</sup>

$$E(N, L, \beta, \gamma) = \langle H \rangle_{G, L}$$

$$= \frac{\langle N; \beta, \gamma | HP_{00}^L | N; \beta, \gamma \rangle}{\langle N; \beta, \gamma | P_{00}^L | N; \beta, \gamma \rangle}, \quad (5)$$

其中  $P_{00}^L$  为投影到基态带中角动量为  $L$  的态的角动量投影算符。由于现在讨论的是处于零温度下的原子核的状态，则该能量泛函即具有  $U(5)$  对称性的原子核的基态带中角动量为  $L$  的态的自由能。

完成一系列的计算，我们可以得到能量泛函的一般表达式(相当复杂，这里略去)。对于较小形变的状态，形变参数  $\beta$  较小，则可以将能量泛函按照  $\beta$  展开，于是我们得到

$$E(N, L, \beta, \gamma) = A_0 + A_2 \beta^2 + A_4 \beta^4 + A_6 \beta^6 + \dots \quad (6)$$

对于轴对称情况(即  $\gamma=0$ )，上式中的最低两阶的展开系数可以简单地解析表述为

$$A_0 = \frac{1}{4} [(2\epsilon_d + 8A + 6B + 4C + (A + B + 4C)L)L],$$

$$A_2 = \alpha (L - L_0), \quad (7)$$

其中

$$\alpha = \frac{L(2N - L)(A + B)}{56(3 + 2L)}, \quad (8)$$

$$L_0 = \frac{\epsilon_d + 5A + 4B}{-(A + B)}. \quad (9)$$

系数  $A_4$  和  $A_6$  的解析表达式比较冗长，这里从略。

由(7)–(9)式及对  $A_4$  和  $A_6$  的具体计算可知，当  $(A + B) < 0$  时， $\alpha < 0$ ， $L_0 > 0$ ， $A_4 < 0$ ， $A_6 > 0$ 。进而可知，在角动量由  $L < L_0$  变化到  $L > L_0$  的情况下， $A_2$  的数值由正变为负。并且，以总玻色子数  $N=12$ ，相互作用参数  $\epsilon_d = 1.010812$  MeV， $A = -0.153669$  MeV， $B = 0.0822402$  MeV 和  $C = 0.0185084$  MeV 的原子核为例，其几个典型角动量态的位能面或自由能  $F(\beta)$  如图 5 所示。由此可由角动量  $L$  和形变参数  $\beta$  表示的相图如图 6 所示。

由 Landau 相变理论<sup>[78,79]</sup> 和图 5、图 6 可知，(6)式所示的能量泛函或自由能可以很好地描述一级相变。由于  $\beta$  对应于描述原子核形变的参数； $\beta=0$  对应原子核的形状为球形，运动状态为集体振动；而  $\beta \neq 0$  则对应原子核为椭球形，运动状态为定轴转动(因为  $\gamma=0$ )。那么上述相变描述的是原子核从振动状态到定轴转动状态的相变，且为一级相变。

另一方面，由(4)式所示的 Hamiltonian 的能量

本征值可以表示为

$$E = E_0 + \epsilon_d n_d + A n_d (n_d + 4) + B \tau (\tau + 3) + CL(L + 1), \quad (10)$$

其中  $n_d$ ， $\tau$  和  $L$  分别为  $U(5)$  群、 $O(5)$  群、 $O(3)$  群的不可约表示，也就是标记具有  $U(5)$  对称性的原子核的量子数。由群表示约化规则知，这些量子数的取值如下：

$$n_d = N, N - 1, \dots, 0; \quad (11)$$

$$\tau = n_d, n_d - 2, \dots, 0 \text{ 或 } 1 (n_d = \text{偶或奇}); \quad (12)$$

$$\lambda = \tau - 3n_\Delta, n_\Delta = 0, 1, \dots, [\tau/3]; \quad (13)$$

$$L = \lambda, \lambda + 1, \dots, 2\lambda - 2, 2\lambda (\text{不存在 } 2\lambda - 1). \quad (14)$$

其中  $N$  为总玻色子数。

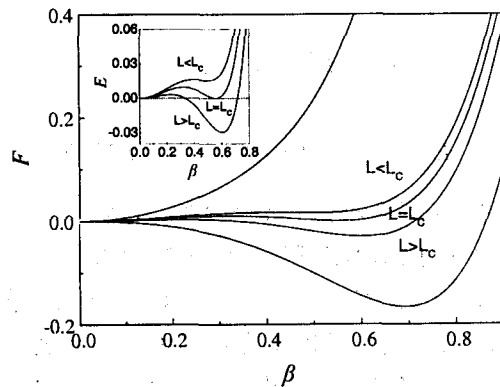


图 5 不同角动量下自由能随形变参数  $\beta$  的变化行为

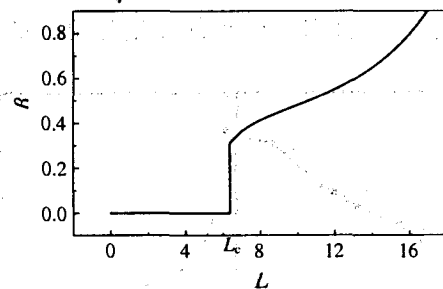


图 6  $\beta$ - $L$  相图

所谓的 Yrast 态，即相同自旋宇称下能量最小的态，由这些态的能级形成的能谱即 Yrast 带。由上述谱生成规则可知，在  $U(5)$  对称性下，如果相互作用参数  $A < 0$ ，基态带中各态的能量随其  $d$  玻色子数(或角动量)的变化呈开口朝下的抛物线的形式，并且，Yrast 态的波函数的结构有可能随角动

量增大而发生变化<sup>[80]</sup>。更严格地说,在 $(A+B) < 0$ 的条件下,存在临界角动量

$$L_c = 2n_d^c = -\frac{\epsilon_d + 4A + 3B + 2C}{A + B + 4C} - 2N, \quad (15)$$

对  $L \leq L_c$  的 Yrast 态,其能量可以表述为

$$\begin{aligned} E &= E_0 + \epsilon_d n_d + An_d(n_d + 4) + \\ & Bn_d(n_d + 3) + C2n_d(2n_d + 1) \\ &= E_0 + \left(\frac{\epsilon_d}{2} + 2A + \frac{3}{2}B + C\right)L + \\ & \left(\frac{A}{4} + \frac{B}{4} + C\right)L^2. \end{aligned} \quad (16)$$

因为  $U(5)$  对称性要求  $\epsilon_d \gg |A| \gg |B| \gg C$ , 那么,与上式相应的能谱呈非简谐振动谱,波函数为  $|N \frac{L}{2} \frac{L}{2} L\rangle$ ; 对  $L > L_c$  的 Yrast 态,其能量可以表示为

$$E = E'_0 + CL(L + 1), \quad (17)$$

其中

$$E'_0 = E_0 + \epsilon N + AN(N + 4) + BN(N + 3).$$

相应的能谱呈转动谱,波函数为  $|N N \tau 2\tau\rangle$ 。例如取(4)式所示的哈密顿量中的参数为  $E_0 = 0.0$ ,  $\epsilon = 0.8$ ,  $A = -0.025$ ,  $B = -0.01$ ,  $C = 0.004$ , 单位都是能量单位(设量子数都是无量纲的),总玻色子数  $N = 15$  的具有  $U(5)$  对称性的原子核,其 Yrast 带的能谱如图 7 左半部分所示。实验上为便于分析 Yrast 带中角动量驱动的由振动到定轴转动的相变,引进了带内 E2 跃迁  $\gamma$  射线能量与角动量(自旋)

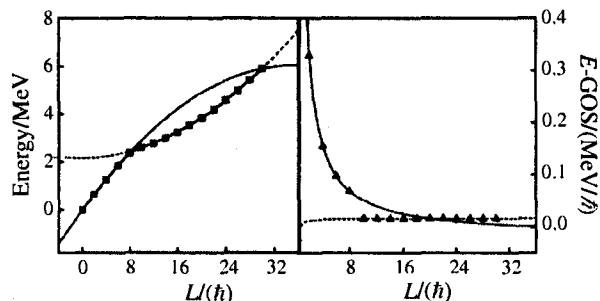


图 7  $U(5)$  对称性下相互作用参数选为  $E_0 = 0.0$ ,  $\epsilon = 0.8$  MeV,  $A = -0.025$  MeV,  $B = -0.01$  MeV,  $C = 0.004$  MeV 时  $N = 15$  的原子核的 Yrast 带(左)和 E-GOS 图(右)

图中的一和--分别对应非简谐振动和转动的情况,■和▲代表相应角动量时的分立值。

的比值图(E-GOS图)<sup>[21]</sup>如图 7 的右半部分。

综上所述,通过热力学理论和唯象 IBM 分析,我们提出,选取参数使得  $(A+B) < 0$  情况下的 IBM 中具有  $U(5)$  对称性的哈密顿量可描述 Yrast 带中角动量驱动的由振动到定轴转动的相变。

利用这一模型,我们描述文献[21]中所述的具有振动到定轴转动相变的典型实例—— $^{102}\text{Ru}$  的 Yrast 带。通过拟合,我们得到  $^{102}\text{Ru}$  的 Yrast 带的能谱(包括各态波函数的量子数  $(n_d, \tau, L)$ )和 E-GOS 图如图 8 所示。

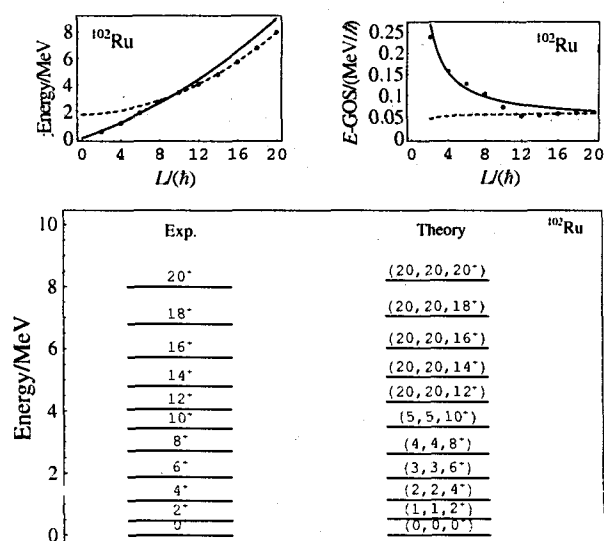


图 8 上半部分为  $^{102}\text{Ru}$  的能谱图和 E-GOS 图,数据点为实验值,曲线为拟合结果,其中,—对应振动能谱,—对应转动能谱;下半部分为能级图,左半部分为实验结果,右半部分为拟合参数算出的理论结果,括号中为  $(n_d, \tau, L)$  的值

由图 8 可知,我们提出的模型可以成功地描述实验观测到的  $^{102}\text{Ru}$  的 Yrast 带中角动量驱动的振动到定轴转动的相变。鉴于这一成功,我们利用这一模型分析了  $Z = 30$  到  $Z = 88$  间 84 条偶-偶核的 Yrast 带的实验数据,结果发现  $^{112}\text{Cd}$ ,  $^{114}\text{Cd}$ ,  $^{114}\text{Te}$ ,  $^{142}\text{Sm}$  和  $^{188}\text{Hg}$  等原子核的 Yrast 带中也具有角动量驱动的振动到定轴转动的形状相变。由拟合结果可知,较好描述具有角动量驱动的振动到转动形状相变原子核的有效玻色子数与通常总玻色子数为价核子数(或者价空穴数)一半的简单假设不一致。这表明,具有这种形状相变的原子核的结构比其它原子核的结构复杂得多。

由上述讨论可知,角动量驱动的由振动到定轴

转动的相变机制可以这样来理解：基态处于球形的原子核只有振动，波函数仅包含 s 玻色子，随着角动量增加，波函数中 d 玻色子的成分增大(由  $n_d$  增大反映)，集体转动模式开始出现，同时伴随发生微小形变，从而原子核呈非简谐振状态；选取参数使得  $(A+B) < 0$  的情况下，振动频率随 d 玻色子数的增加而减小 ( $\hbar\omega = \epsilon_d + (A+B)n_d + (4A+3B)$ )。当转动角动量达到临界值时，s 玻色子数突变为零，d 玻色子数突变为可取的最大值，集体振动模式消失，转动模式的效应达到最大，于是原子核呈定轴转动状态。

### 3.2 角动量驱动的具有 U(5) 对称性、SU(3) 对称性及其过渡区原子核的形状相变

将 Hamiltonian 表示为 U(5) 对称性与 SU(3) 对称性的叠加(忽略 U(5) 对称性下的两体相互作用)，则有

$$\hat{H} = c \left( \eta \hat{n}_d - \frac{1-\eta}{N} \hat{Q} \left( -\frac{\sqrt{7}}{2} \right) \cdot \hat{Q} \left( -\frac{\sqrt{7}}{2} \right) \right), \quad (18)$$

其中  $\hat{n}_d = \sum_{\mu} d_{\mu}^{\dagger} d_{\mu}$ ,  $\hat{Q} \left( -\frac{\sqrt{7}}{2} \right)_{\mu} = (s^{\dagger} \tilde{d} + d^{\dagger} s)_{\mu} - \sqrt{7}/2 (d^{\dagger} \tilde{d})_{\mu}$ , N 是总玻色子数, c 为能量标度参数。显然,  $\eta=1$  对应不包含两体相互作用的 U(5) 对称性,  $\eta=0$  对应 SU(3) 对称性,  $\eta \in (1, 0)$  对应 U(5) 和 SU(3) 两种对称性之间的过渡区。

利用相干态理论并考虑角动量投影可得 U(5) 对称性、S(3) 对称性及其间过渡区状态的位能面。以总玻色子数  $N=10$  的核为例, 其基态位能面随形变参数  $\beta$  的变化如图 9 所示。U(5) 对称性(对应  $\eta=1$ ) 下, 一些具有确定角动量的状态的位能面如图

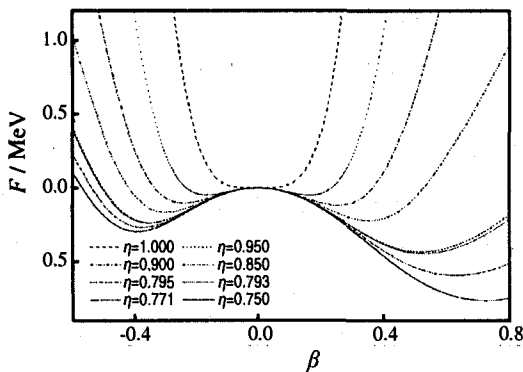


图 9 角动量投影之后基态(L=0)的位能面在不同控制参量  $\eta$  下随形变参数  $\beta$  的变化行为

10 所示; SU(3) 对称性(对应  $\eta=0$ ) 下, 一些具有确定角动量的状态的位能面如图 11 所示; 处于 U(5) 与 SU(3) 之间过渡区的以  $\eta=0.85$  为例的位能面如图 12 所示。

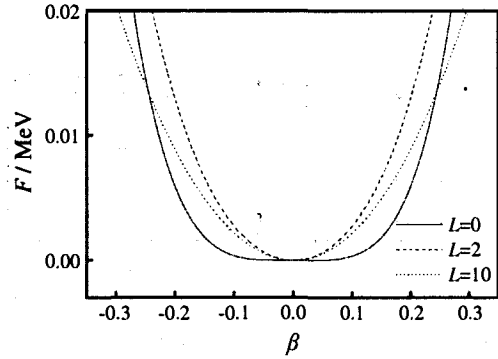


图 10 角动量为 L=0, 2, 10 时具有 U(5) 对称性的原子核位能面随形变参数  $\beta$  的变化曲线

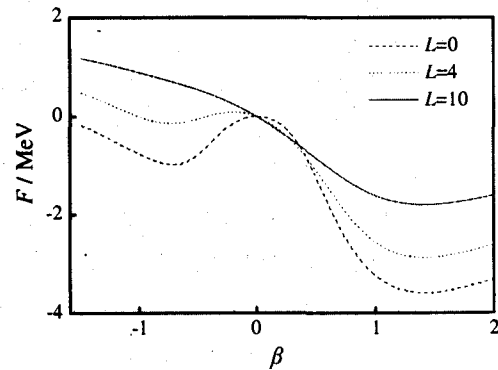


图 11 角动量 L=0, 4, 10 的 SU(3) 对称性下原子核位能面随形变参数  $\beta$  的变化曲线

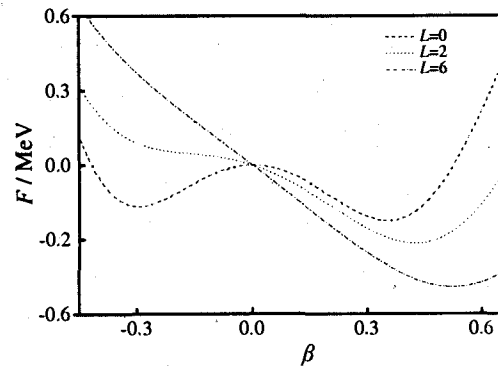


图 12  $\eta = 0.85$  时, 随着角动量升高原子核位能面随形变参数  $\beta$  变化的曲线

随着角动量升高, 位能面的极小值从两个变为一个, 平衡态形状也从扁椭球和长椭球共存变为只对长椭球形。

根据上述位能面可得, 具有 U(5), SU(3) 对称

性及其间过渡区的原子核稳定形状形变参数  $\beta$  随角动量变化的行为(即相图)如图 13 所示。

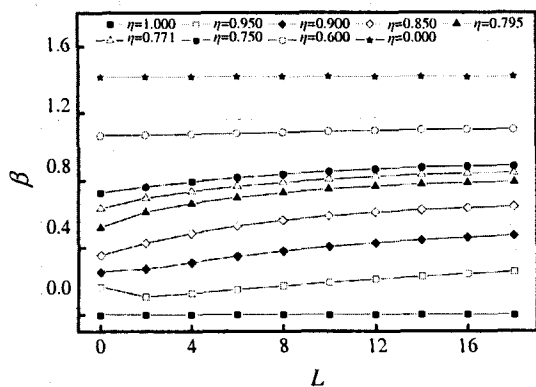


图 13 不同控制参量  $\eta$  下由形变参数和角动量表示的形状相图

由图 9—13 可知, 具有  $U(5)$  对称性(对应于  $\eta = 1$ )的稳定形状形变参数  $\beta$  保持为 0, 并且随着角动量增大, 位能面在  $\beta = 0$  处的非常平坦部分逐渐消失, 于是, 其形状始终保持为球形, 其能谱呈简谐振动能谱。具有  $SU(3)$  对称性(对应于  $\eta = 0$ )的稳定形变的形变参数基本保持为常量, 即表现为一个刚体转子, 其形状不随转动而变化, 其能谱是很好的转动能谱。此外, 值得注意的是, 上述常量( $\sim \sqrt{2}$ )与不考虑角动量投影时玻色子数  $N \rightarrow \infty$  的极限情况下所得结果相同。由此可知, 考虑角动量投影明显优于不考虑角动量投影。而处于  $U(5)$  对称与  $SU(3)$  对称之间过渡区的原子核则像一个相对容易改变形状的液滴, 其形变参数随角动量增大而增大, 并且既有振动自由度, 又有转动自由度, 其能谱表现为振动与转动的混合。这一结论还表明, 角动量(转动)驱动的  $U(5) - SU(3)$  过渡区原子核形状的变化为连续变化, 从而相应的形状相变为二级相变。另外, 值得注意的是, 在靠近  $U(5)$  极限(如  $\eta = 0.95$ )时, 角动量为 2 的态的形变参数较相邻状态( $L = 0, 4$ )的小。根据集体模型的观点, 较小的形变参数对应较小的转动惯量, 于是转动引起的非谐振因素贡献的能量较大, 从而相应核态的能量比正常的非谐振态的能量较高。那么, 我们的计算结果为此前发现的  $2^+$  反常现象<sup>[81-83]</sup> 提供了一个可能的机理。另一方面, 我们的计算还表明, 具有  $X(5)$  对称性的核态为振动和定轴转动共存的核态。

## 4 总结与讨论

在本文中, 我们简要回顾了原子核形状相变研究的现状, 并将相干态理论与角动量投影方法相结合, 在不区分质子玻色子和中子玻色子的相互作用玻色子模型(IBM-1)框架下, 对角动量驱动的轴对称情况下具有  $U(5)$  对称性、 $SU(3)$  对称性以及两种对称性之间过渡区的原子核的形状相变进行了具体研究。结果表明, 一方面, 由于角动量投影之后的相干态是对  $N$  个玻色子体系波函数更好的近似, 因此考虑角动量投影较不考虑角动量投影优越得多。另一方面, 对于激发态的形状相变的研究表明, 可能存在角动量驱动的形状相变。在通常的情况下, 具有  $U(5)$  对称性的原子核呈球形; 具有  $SU(3)$  对称性的原子核呈椭球形, 并且大多数呈长椭球形, 少部分可能呈扁椭球形; 对于  $U(5)$  对称性到  $SU(3)$  对称性之间过渡区的原子核, 随着控制参数的变化(对应同位素链或者同中子素链中不同的原子核), 其基态形状存在长椭球和扁椭球共存的区域, 如果将形状共存看作是一个形状相, 那么在过渡区存在一个形状共存相到长椭球形相的相变。在适当选取相互作用参数的情况下(在以 Casimir 算子形式表示的哈密顿量中的系数  $(A+B) < 0$ ), 随着角动量增大, 单个原子核中沿着  $Y_{\text{rast}}$  带有可能出现球形到椭球形的一级相变。并且, 利用这一模型, 我们对新近实验<sup>[21]</sup> 中发现的部分单个原子核中随角动量增大发生集体运动从振动到定轴转动的相变提供了一种可能的解释, 并定量地描述了实验上发现的具有这类形状相变的典型代表核<sup>102</sup>Ru 的能谱和波函数等, 同时通过对现有实验数据进行分析, 说明<sup>112</sup>Cd, <sup>111</sup>Cd, <sup>114</sup>Te, <sup>142</sup>Sm 和 <sup>188</sup>Hg 可能也具有这种形状相变。这一模型提供的机制与由推转引起  $\gamma$  振动逐渐消失引起回弯现象<sup>[67]</sup> 的机制一致。

回顾上述讨论, 原子核形状相变是目前原子核结构研究中方兴未艾的非常活跃的前沿领域。仅就相互作用玻色子模型框架下的研究而言, 目前的研究主要对轴对称原子核进行了分析, 还没有系统地研究非轴对称的原子核(例如  $O(6)$  对称性及其与其他对称性之间过渡区的核)的形状相结构和相变。另一方面, 本工作还可以推广到包含更多玻色子组分的情况, 研究具有高阶形变的原子核的形状相结构及其相变(例如, 考虑  $g$  玻色子, 讨论存在十六极

形变的情况;考虑 f 和 p 玻色子,讨论存在八极形变的情况;推广到 IBM-2,讨论同位旋或 F 旋对形状相结构及相变的影响);推广到既包含玻色子又包含费米子的情况,研究奇 A 核的形状相结构和相变,等等。由于这种推广不仅可能对基态形状相变提供更准确的图像,还可以研究由角动量驱动的形状相变,所以可能会提供更丰富的原子核形状相结构及其相变的知识。在本文的分析中,我们主要研究了具有  $U(5)$  对称性的原子核的基态带和 Yrast 带、具有  $SU(3)$  对称性的原子核的基态带和处于  $U(5)$  与  $SU(3)$  对称性之间过渡区的基态带中的核

态的形状相结构及其相变,对于其他带中核态的形状相结构及相变也具有较大的意义。在研究原子核的形状相结构和相变时,还可以考察其他物理量(例如约化跃迁几率  $B(E2)$ 、粒子占有率等)的演化。再者,影响原子核的形状相结构和相变的物理因素很多,如单粒子组态的占有情况、核子-核子相互作用、单粒子运动与集体运动的耦合、跨壳激发和  $\gamma$  自由度等,所以研究这些因素对原子核形状相结构和相变的影响是非常重要的工作。所有这些都是值得深入研究的课题。

### 参 考 文 献:

- [1] 胡济民,杨伯君,郑春开. 原子核理论. 第一卷(第二版),北京:原子能出版社,1993,74,125—133.
- [2] Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure. Massachusetts: W A Benjamin, Inc, 1975, 1—748.
- [3] Hill D L, Archibald J. Phys Rev, 1953, **89**: 1 102.
- [4] Greiner W, Maruhn J A. Nuclear Models. Berlin: Springer, 1996, 47—53.
- [5] Iachello F, Arima A. The Interacting Boson Model. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [6] Iachello F. Phys Rev Lett, 2000, **85**: 3 580.
- [7] Iachello F. Phys Rev Lett, 2001, **87**: 052502.
- [8] Iachello F. Phys Rev Lett, 2003, **91**: 132502.
- [9] Lucas R. Europhysics News, 2001, **31**:
- [10] Ćwiok S, Heenen P H, Nazarewicz W. Nature, 2005, **433**: 705.
- [11] Gillmore R. J Math Phys, 1979, **20**: 891.
- [12] Frank A. Phys Rev, 1989, **C39**: 652.
- [13] Casten R F, Kusnezov D, Zamfir N V. Phys Rev Lett, 1999, **82**: 5 000.
- [14] Iachello F, Zamfir N V. Phys Rev Lett, 2004, **92**: 212501.
- [15] Jolie J, Casten R F, Von Brentano P, *et al.* Phys Rev Lett, 2001, **87**: 162501.
- [16] Jolie J, *et al.* Phys Rev Lett, 2002, **89**: 182502.
- [17] Warner D. Nature, 2002, **420**: 614.
- [18] Zamfir N V, *et al.* Phys Rev, 2002, **C66**: 021304R.
- [19] Bonatsos D, *et al.* Phys Lett, 2004, **B584**: 40.
- [20] Bonatsos D, *et al.* Phys Lett, 2004, **B588**: 172.
- [21] Regan P H, *et al.* Phys Rev Lett, 2003, **90**: 152502.
- [22] Ring P, Schuck P. The Nuclear Many-body Problem. New York: Springer-Verlag, 1980.
- [23] Alhassid Y, Levit S, Zingman J. Phys Rev Lett, 1986, **57**: 539.
- [24] Alhassid Y, Zingman J, Levit S. Nucl Phys, 1987, **A469**: 205.
- [25] Goodman A L. Phys Rev, 1987, **C35**: 2 338; Phys Rev, 1988, **C37**: 2 162; Phys Rev, 1988, **C38**: 977; Phys Rev, 1988, **C38**: 1 092; Phys Rev, 1989, **C39**: 2 008; Phys Rev, 1993, **C48**: 2 679; Phys Rev Lett, 1994, **73**: 416; Nucl Phys, 1995, **A591**: 182.
- [26] Cejnar P. Phys Rev, 2002, **C65**: 044312.
- [27] Cejnar P. Phys Rev Lett, 2003, **90**: 112501.
- [28] Cejnar P, Jolie J. Phys Rev, 2004, **C69**: 011301R.
- [29] Heyde K, *et al.* Phys Rev, 2004, **C69**: 054304.
- [30] 曾谨言,孙洪洲. 原子核结构理论. 第一版,上海:上海科学技术出版社,1987,第五章,189—249.
- [31] Cañten R F, Warner D D. Rev Mod Phys, 1988, **60**: 389.
- [32] Pfeifer W. An Introduction to the Interacting Boson Model of the Atomic Nucleus. www.walterpfeifer.ch, 1998, 38, 45, 163.
- [33] Cejnar P, Heinze S, Jolie J. Phys Rev, 2003, **C68**: 034326.
- [34] Cejnar P, Heinze S, Dobeš J. Phys Rev, 2005, **C71**: 011304.
- [35] Dobeš J, Navrátil P. Boson Mapping and Microscopy of the Interacting Boson Model, in Perspectives for the Interacting Boson Model. Singapore: World Scientific, 1994, 249.
- [36] Yang L M, Lu D H, Zhou Z N. Nucl Phys, 1984, **A421**: 229c.
- [37] Yang Z S, Lin Y, Qi H. Nucl Phys, 1984, **A421**: 297c.
- [38] Dieperink A E L, Scholten O. Nucl Phys, 1980, **A346**: 125.
- [39] Dieperink A E L, Scholten O, Iachello F. Phys Rev Lett, 1980, **44**: 1 747.
- [40] Ginocchio J N, Kirson M W. Phys Rev Lett, 1980, **44**: 1 744.
- [41] Ginocchio J N, Kirson M W. Nucl Phys, 1980, **A350**: 31.
- [42] Arima A, Iachello F. Ann Rev Nucl Part Sci, 1981, **31**: 75.
- [43] Van Isacker P, Chen J Q. Phys Rev, 1981, **C24**: 684.
- [44] Bijker R, Dieperink A E L. Phys Rev, 1982, **C26**: 2 688.



- [45] Zhang W M. *Rev Mod Phys*, 1990, **62**: 867.
- [46] Zhang J Y, Casten R F, Zamfir N V. *Phys Lett*, 1997, **B407**: 201.
- [47] Iachello F, Zamfir N V, Casten R F. *Phys Rev Lett*, 1998, **81**: 1 191.
- [48] Zamfir N V, *et al.* *Phys Rev*, 1999, **C60**: 054312.
- [49] Jolie J, Cejnar P, Dobeš J. *Phys Rev*, 1999, **C60**: 061303.
- [50] Zhang J Y, Caprio M A, Zamfir N V, *et al.* *Phys Rev*, 1999, **C60**: 061304.
- [51] Zamfir N V, *et al.* *Phys Rev*, 2002, **C65**: 067305.
- [52] Casten R F, Zamfir N V. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**: 3 584.
- [53] Zhang D L, Liu Y X. *Phys Rev*, 2002, **C65**: 057301.
- [54] Zhang D L, Liu Y X. *Chin Phys Lett*, 2003, **20**: 1 028.
- [55] Casten R F, Zamfir N V. *Phys Rev Lett*, 2001, **87**: 052503.
- [56] Caprio M A, *et al.* *Phys Rev*, 2002, **C66**: 054310.
- [57] Tonev D, *et al.* *Phys Rev*, 2004, **C69**: 034334.
- [58] Burke D G. *Phys Rev*, 2002, **C66**: 024312.
- [59] Clark R M, *et al.* *Phys Rev*, 2003, **C67**: 041302R.
- [60] McCutchan E A, Zamfir N V, Casten R F. *Phys Rev*, 2005, **C71**: 034309.
- [61] Garcia-Ramos J E, *et al.* *Phys Rev*, 2000, **C61**: 047305.
- [62] Garcia-Ramos J E, Arias J M, Barea J. *Phys Rev*, 2003, **C68**: 024307.
- [63] McCutchan E A, Zamfir N V, Casten R F. *Phys Rev*, 2004, **C69**: 064306.
- [64] Werner V, *et al.* *Phys Lett*, 2002, **B527**: 55.
- [65] Werner V, *et al.* *Phys Rev*, 2000, **C61**: 021301.
- [66] Caprio M A, Iachello F. *Phys Rev Lett*, 2004, **93**: 242502.
- [67] Kvasil J, Nazmitdinov R G. *Phys Rev*, 2004, **C69**: 031304R.
- [68] Ginocchio J N. *Phys Rev*, 2005, **C71**: 064325.
- [69] 于祖荣. 核物理中的群论方法. 北京: 原子能出版社, 1993, 第六章, 271—314.
- [70] Dobeš J. *Phys Lett*, 1985, **B158**: 96; *Phys Rev*, 1990, **C42**: 2 023.
- [71] Kuyucak S, Morrison I. *Phys Rev*, 1987, **C36**: 774; *Ann Phys (N Y)*, 1988, **181**: 79; *Ann Phys (N Y)*, 1989, **195**: 126.
- [72] Kuyucak S, Unnikrishnan K. *J Phys*, 1995, **A28**: 2 101.
- [73] Kuyucak S, Li S C. *Phys Lett*, 1995, **B349**: 253.
- [74] Li S C, Kuyucak S. *Nucl Phys*, 1996, **A604**: 305.
- [75] Kuyucak S. *Prog Part Nucl Phys*, 1997, **38**: 127.
- [76] Kuyucak S, Roberts M K. *Phys Rev*, 1998, **A57**: 3 381.
- [77] Ginocchio J N. *Phys Rev Lett*, 2003, **90**: 212501.
- [78] Landau L D, Lifshitz E M. *Statistical Physics*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.
- [79] Kittel C, Kroemer H. *Thermal Physics*. W H Freeman and Company, 1980, Chapter 10.
- [80] Long G L. *Phys Rev*, 1997, **C55**: 3 163.
- [81] Kern J, Jolie J. *Phys Lett*, 1995, **B364**: 207.
- [82] Kern J, *et al.* *Nucl Phys*, 1995, **A593**: 21.
- [83] Caprio M A, Casten R F, Jolie J. *Phys Rev*, 2002, **C65**: 034304.

## Nuclear Shape Phase Transitions\*

MU Liang-zhu<sup>1</sup>, LIU Yu-xin<sup>1, 2, 3</sup>

(1 *Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China;*

2 *The Key Laboratory of Heavy Ion Physics at Peking University, Ministry of Education, Beijing 100871, China;*

3 *Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China*)

**Abstract:** We review the status of the research of nuclear shape phase transitions in this paper. Meanwhile, by taking the coherent state theory and angular momentum projection method, we study the shape phase transitions of axially symmetric even-even nuclei with  $U(5)$  symmetry,  $SU(3)$  symmetry and those in the transitional region of the two symmetries in the framework of Interacting Boson Model-1 (IBM-1), which does not distinguish the proton bosons from neutron bosons.

**Key words:** shape phase transtion; coherent state theory; angular momentum projection methok; interacting boson model

\* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(10425521, 10135030); National Major State Basic Research and Development Program of China (G2000077400); Foundation for University Key Teacher by Ministry of Education of China; Doctoral Program Foundation of Ministry of Education of China(20040001010)