

文章编号: 1007-4627(2004)02-0104-03

统计可分隔性与超光速量子通讯不可能*

张启仁

(北京大学技术物理系, 北京 100871)

摘要: 分析了量子力学中的空间关联与通讯的关系与差别, 提出了统计可分隔性概念, 由此证明了超光速量子通讯不可能。

关键词: 统计可分隔性; 量子通讯; 多时形式

中图分类号: O413.1 **文献标识码:** A

1 量子态的非定域本质与不可分隔性

世界的量子本质只允许对它作统计描述. 量子态便是对客体的一种统计描述. 统计描述恒定义在独立事件的一个完备集上. 客体在空间中运动的量子态就定义在空间的所有点上, 恒考虑到粒子在空间各不同点上的各种可能表现. 可见, 量子态本质上是非定域的. 两个粒子的态则包含这两个粒子在给定时刻分别处于空间两指定点的各种可能讯息, 包括它们在这两点上行为的各种可能关联. 例如态

$$\chi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1 \beta_2 - \beta_1 \alpha_2) \quad (1)$$

表示分别处于甲乙两地的粒子 1 和 2, 如果 1 的自旋朝上则 2 的自旋必朝下, 如果 1 的自旋朝下则 2 的自旋必朝上. 不论它们相距多远都有这种关联. 这更表现出量子态的非定域性. 这种非定域性又称不可分隔性, 以强调对爱因斯坦可分隔原则的否定^[1]. 20 世纪末的一个重大成就便是实验直接证实了我们世界的这一不可分隔性或非定域性, 实验直接证实了相对论认为不可能有因果关系的两点间的瞬时关联^[2], 实际看到发生同时关联的两点之间的距离已达 10 km 以上^[3].

2 量子关联与量子通讯

一个量子态中同时刻两地之间的关联使人燃起实现瞬时通讯或超光速通讯的希望. 一些以瞬时量子关联为基础的量子通讯方案已经提出, 有的还取

得了实验进展^[4]. 然而, 所有这些方案有一共同点, 即必须伴以常规通讯, 因而不可能超光速. 这是因为, 甲乙两处事件的关联是指: 若甲处发生事件 a, 乙处就发生事件 x, 若甲处发生事件 b, 乙处就发生事件 y, …… , 如此等等. 显然这种关联既不包含甲处的讯息也不包含乙处的讯息, 更不包含甲乙两处间的讯息传递. 甲要将讯息传递给乙必须在他这一端改变量子态, 将讯息注入其中. 可是, 虽然乙与甲共有的系统因此确实发生了瞬时的变化, 由于量子现象的统计本质, 乙不可能通过在他这一端测量这个系统察觉量子态的这种变化, 从而无法解读甲注入的讯息. 除非甲通知乙他在注入讯息时发生了什么现象, 而这种“通知”只能以常规方式进行, 因而不是瞬时的, 也不是超光速的.

3 统计可分隔性与瞬时量子通讯不可能

在量子通讯概念提出之初, 就有人证明了指望以它实现超光速通讯是不可能的^[5]. 这里只想指出它的物理根源. 那就是: 虽然量子态是非定域的, 是定义在整个空间的, 是不可分隔的, 量子测量却是局域进行的, 且测量结果的统计分布是可分隔的. 如果甲乙两地在空间上是分开的、互不接触的, 即使由于量子态的不可分隔性, 分别在甲乙两地的观察者拥有同一种系统的同一系综, 甲对此系综的任何干预不可能立即影响乙对此系综观察将得到的统计结果. 这就是统计可分隔性. 据此知, 不可能

收稿日期: 2004 - 01 - 18; 修改日期: 2004 - 02 - 27

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10075004)

作者简介: 张启仁(1935-), 男(汉族), 湖南长沙人, 教授, 博士生导师, 从事核物理和激光物理研究.

利用量子态的不可分隔性实现不同地点间的瞬时量子通讯. 现在证明这一性质:

设甲乙共同拥有系综的密度算符为 ρ , 甲用以干预此系综的工具密度算符为 ρ_s . 在甲对系综干预前, 系综与工具组成的总系综的密度算符遂为 $\rho\rho_s$. 乙对此总系综观察将得到的统计结果由约化密度算符

$$\rho_0 = \text{tr}_0(\rho\rho_s) \quad (2)$$

表示. 下标 0 表示这是乙处观察者的约化密度算符, 下标 $\bar{0}$ 表示此阵迹运算只涉及与乙处无关的自由度. 甲对系综的干预表现为总系综密度算符的变化. 设含甲乙两地各自由度的总系统是保守系统, 总系综密度算符的变化遵从 von Neumann 方程, 表现为一么正变换. 用 U 表示这一变换的么正算符. 甲干预后总系综的密度算符变为 $U^t\rho\rho_sU$. 现在要求系统的量子理论是相对论的. 甲干预后的瞬间, 只有甲处邻域中的自由度受到影响, 乙处自由度未受影响. 这就是说 U 只涉及 $\bar{0}$ 范围内的自由度. 甲干预后的一段时间内, 当甲的干预按相对论运动方程尚未传到乙处时, 乙处观察者的约化密度算符为

$$\begin{aligned} \rho'_0 &= \text{tr}_0(U^t\rho\rho_sU) \\ &= \text{tr}_0(\rho\rho_sUU^t) = \rho_0. \end{aligned} \quad (3)$$

这里用到“ U 只涉及 $\bar{0}$ 范围内的自由度”这一性质, 否则不能在运算 tr_0 下将 U^t 移到 U 后面, 并用关系 $UU^t=1$. (3) 式表明, 在甲的干预按相对论运动方程尚未传到乙处时, 乙处观察的统计结果不会变化. 这便是要证明的.

4 类空超曲面上的密度算符及其相对论运动方程

按相对论, 同时性是相对的. 非定域的量子态如果定义在一定时刻的空间中, 经 Lorentz 变换到

另一惯性系后将不在一定时刻的空间中. 同时性可推广为类空性, 而类空性是绝对的, 在一个惯性系中类空的两点在另一惯性系中也是类空的. 为使理论是明显相对论的, 宜将量子态定义在一类空超曲面上. 类空性保证此超曲面上任意两点间没有因果关系, 因而是彼此独立的, 可在其上定义概率分布. 按此思路 Dirac 等发展了量子论的多时形式^[6-8]. 将这种理论形式推广于混合系综, 可将密度算符也定义在类空超曲面上. 密度算符遂成为类空超曲面 σ 的泛函 $\rho(\sigma)$. 运动方程也就成了 $\rho(\sigma)$ 对 σ 的微分方程. 已知这个方程在等时超平面上是 von Neumann 方程

$$\frac{d\rho}{dt} = [H, \rho], \quad (4)$$

其中 H 为系统的哈密顿量算符, 对保守系就是能量算符. 用 $T_{\mu\nu}$ 表示系统的能量动量张量, cT_{44} 就是能量密度.

$$H = c \int T_{44} dx dy dz. \quad (5)$$

von Neumann 方程(4)成为

$$\frac{d\rho}{dt} = c \int [T_{44}, \rho] dx dy dz. \quad (6)$$

类空超曲面上各点时间不尽相同, 此式应推广为

$$\frac{d\rho}{d\sigma} = -c [T_{\mu\nu}, \rho] n_\mu n_\nu, \quad (7)$$

其中, $d\sigma \equiv dt dx dy dz$ 为两无穷靠近的类空超曲面间所夹四维时空超体积微分, n_μ , $\mu=1, 2, 3, 4$ 为微分所在点超曲面四维法向单位矢量. 对于等时超平面, $n_1=n_2=n_3=0$, $n_4=i$, (7) 式还原为(6)式.

密度算符按此相对论方程发展. 讯息传递是不会超光速的. 再由于上节的统计可分隔性, 超光速量子通讯遂不可能.

参 考 文 献:

- [1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Phys Rev, 1935, 47: 777.
- [2] Laméhi-Rachti M, Mittag W. Phys Rev, 1976, D14: 2 543.
- [3] Tittel W, Brendel J, Zbinden H, et al. Phys Rev Lett, 1998, 81: 3 563.
- [4] Bouwmeester D, et al. Nature, 1997, 390: 575.
- [5] Ghirardi G C, et al. Lett Nuovo Cimento, 1980, 27: 293.
- [6] Dirac P A M. Proc Roy Soc, 1932, A136: 453.
- [7] Tomonaga S. Progr Theor Phys, 1946, 1: 27.
- [8] Schwinger J. Phys Rev, 1948, 74: 1 439.

Statistical Separability and the Impossibility of the Superluminal Quantum Communication*

Zhang Qi-ren

(Department of Technical Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: We analyse the relation and the difference between the quantum correlation of two points in space and the communication between them. The statistical separability of two points in the space is defined and proven. From this statistical separability, we prove that the superluminal quantum communication between different points is impossible. To emphasize the compatibility between the quantum theory and the relativity, we write the von Neumann equation of density operator evolution in the multi-time form.

Key words: statistical separability; quantum communication; multi-time formulation

* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(10075004)

(上接第 76 页)

Progress of Scientific Researches and Project of CSR in IMP*

JIN Gen-ming

(Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract: The article reviews the recent progress of the scientific researches including synthesis of new nuclides, investigations of the isospin effects in heavy ion collisions, studies of the nuclear structure in high spin states and the applications of heavy ion beams to other scientific researches, such as biology and material science. It also gives a brief introduction of the development of the design and progress of the new project of heavy ion cooling storage ring (CSR) of Lanzhou.

Key words: superheavy new nuclide synthesis; isospin effect; high spin state; disciplinary; cooling storage ring

* **Foundation item:** Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences (KJCX-SW-No7)