

# 无直接耦合自旋之间的量子信息传递<sup>y</sup>

魏达秀, 杨晓冬, 罗 军, 孙献平, 曾锡之, 刘买利, 丁尚武

(中国科学院武汉物理与数学研究所

波谱与原子分子物理国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

**摘 要:** 核磁共振量子计算机在实现多量子位之间的信息传递时, 随着量子位的增多, 物理距离相距较远的量子位之间的耦合作用会很弱, 从而很难在没有耦合的量子位之间直接实现信息的传递. 然而根据量子超密编码原理和自旋交换操作, 可以在两个没有直接相互作用的自旋之间实现两位经典信息的传递. 根据量子超密编码和自旋交换操作的原理, 分析了无直接耦合自旋之间的量子信息传递的方法和过程, 并且在核磁共振模拟机和谱仪上实现.

**关键词:** 量子超密编码; 自旋交换算符; 信息传递; 核磁共振

中图分类号: O456 文献标识码: A

在多量子位核磁共振(NMR)量子计算机<sup>[1,2]</sup>的核自旋之间实现量子信息传递时, 随着量子位的增多, 物理距离相距较远的自旋之间的相互作用会减弱, 或者无直接的相互作用, 因而很难在没有耦合的自旋之间直接传递信息, 或者对它们进行直接的可控操作. Mólde 等<sup>[3]</sup>在 1999 年已经证明利用自旋交换算符可以实现无直接耦合之间的可控操作.

量子超密编码<sup>[4]</sup>最初由 Bennett 和 Wiesner 提出, 他们认为用一个量子位再加一个纠缠体系可以传递和编码两个经典位的信息. 实验也已经证明了利用量子通道提供经典编码的可能性. 本文将阐述如何根据量子超密编码的原理和自旋交换操作, 在核磁共振量子计算机中, 在两个没有直接相互作用的自旋之间实现两位经典信息的传递<sup>[5]</sup>.

为了简单起见, 先考虑 3 个自旋( $I_1, I_2, I_3$ )构成的系统, 其中自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  之间没有直接的相互作用( $J_{13} = 0$ ), 但是  $J_{12}$  和  $J_{23}$  不为零. 要想实现自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  之间的信息传递, 关键是要应用两量子位  $I_1$  和  $I_3$  的纠缠. 但是由于自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  之间没有直接的相互作用, 因此不能用 W-H 变换门  $U_H$  和自旋  $I_1$  与自旋  $I_3$  之间的控制非门(CNOT)制备自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  间的纠缠态.

幸运的是, 利用自旋  $I_1$  和自旋  $I_2$  间的交换算符

和自旋  $I_2$  与自旋  $I_3$  间的控制非门操作可以实现自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  的控制非门. 这样, 我们就可以制备出自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  的纠缠 Bell 态. 再利用量子超密编码就可以实现自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  之间的信息传递.

利用核磁共振方法实现这个过程的量子网络图如图 1 所示. 我们的方案分 4 个步骤:

第一步: 以有效纯态<sup>[6,7]</sup>为初始态,  $|\phi\rangle = |000\rangle$ . 利用单量子位旋转操作( $R_x^I$ ), 自旋交换算符( $U_s$ )和控制非门( $U_{cn}$ )得到自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  的 Bell 态. 整个操作可表示为:

$$U_{Bell} = (U_s \otimes E)(E \otimes U_{cn}) \cdot (U_s \otimes E)(R_x^I \otimes E \otimes E), \quad (1)$$

上式变换的顺序是从右到左的.

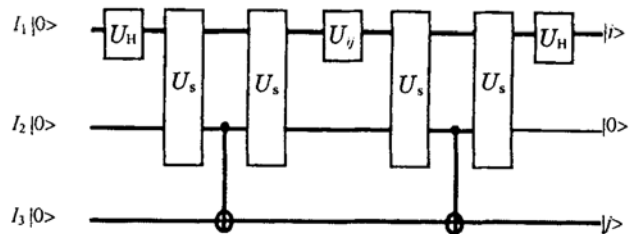


图 1 实现无直接相互作用自旋之间的信息传递的量子网络图

$U_H$  表示单量子操作,  $U_s$  表示自旋交换操作.

第二步: 在自旋  $I_1$  上可进行 4 种不同的操作

y 收稿日期: 2002 - 03 - 05; 修改日期: 2002 - 03 - 05

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19874073)

作者简介: 魏达秀(1979-), 女(汉族), 湖北人, 博士, 从事核磁共振量子计算研究工作.

$U_{ij}$  ( $U_{00} = E$ ,  $U_{01} = i\sigma_y$ ,  $U_{10} = i\sigma_z$ ,  $U_{11} = i\sigma_x$ , 这里  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  指泡利矩阵形式), 得到从 0 到 3 的 4 种编码, 下标 00, 01, 10 和 11 代表自旋系统的 4 个本征态.  $U_s, U_{en}, R^l_x, U_{ij}$  对应的脉冲序列如表 1 所示.

表 1 实现无直接耦合自旋之间信息传递的幺正变换和脉冲序列

变换	脉冲序列
$E$	不做操作
$U_s$	$(90)_y^{I_1 I_2} - \frac{1}{2} J_{12} - (90)_x^{I_1 I_2} - \frac{1}{2} J_{12} - (90)_{-y}^{I_1 I_2}$
$U_{en}$	$(90)_x^{I_3} - \frac{1}{2} J_{23} - (90)_y^{I_3}$
$R^l_{-x}$	$(90)_{-x}^{I_1}$
$i\sigma_x$	$(180)_{-x}^{I_1}$
$i\sigma_y$	$(180)_y^{I_1}$
$i\sigma_z$	$(180)_y^{I_1} (180)_{-x}^{I_1}$
$R^l_{-x}$	$(90)_{-x}^{I_1}$

第三步: 为了获得两位的信息, 首先在自旋  $I_1$  和自旋  $I_3$  上进行一次由交换算符联系的控制非门操作, 再对自旋  $I_1$  施加一次沿  $-x$  轴方向的  $\pi/2$  旋转脉冲. 设从有效纯态出发进行信息传递的全部操作

记为  $U_{QSDC}^i$  ( $U_{QSDC}^i = (R_y^l \otimes E \otimes E) (U_s \otimes E) (E \otimes U_{en}) (U_s \otimes E) (U_{ij} \otimes E \otimes E) U_{Bell}$ ), 则有如下的变换式:

$$\begin{aligned} \Psi_{00} &= U_{QSDC}^{00} U_{Bell} | 000 \rangle = e^{i\pi/2} | 000 \rangle, \\ \Psi_{01} &= U_{QSDC}^{01} U_{Bell} | 000 \rangle = e^{i\pi} | 001 \rangle, \\ \Psi_{10} &= U_{QSDC}^{10} U_{Bell} | 000 \rangle = e^{i\pi} | 100 \rangle, \\ \Psi_{11} &= U_{QSDC}^{11} U_{Bell} | 000 \rangle = e^{i\pi/2} | 101 \rangle. \end{aligned}$$

第四步: 读出结果. 在核磁共振实验中, 各个自旋的频率和相应的相位可以清楚地表示自旋的状态, 我们可以用这种方法代表编码值, 从而实现远距离自旋之间的信息传递.

这种方案已经在核磁共振模拟机上和 Bruker ARX-500 NMR 谱仪上得到了验证, 这里给出了模拟的结果. 我们选用的是包含 3 个核(H, C, N) 的异核体系, 其中 H 核对应自旋  $I_1$ , C 核对应自旋  $I_2$ , N 核对应自旋  $I_3$ . 实验结果见图 2. 由谱图可知从上至下对应的体系的状态分别为  $| 000 \rangle, | 001 \rangle, | 100 \rangle, | 101 \rangle$ , 即已经实现了自旋  $I_1, I_3$  之间的信息传递.

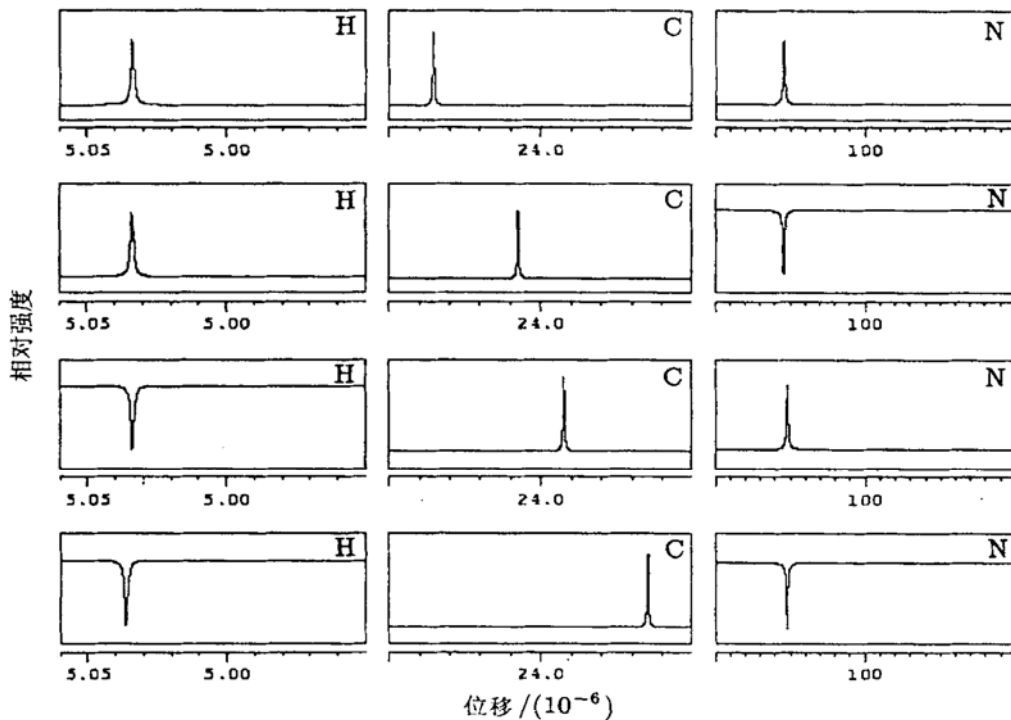


图 2 实现信息传递的 NMR 模拟谱图

从上至下分别对应  $U_{00}, U_{01}, U_{10}, U_{11}$  4 种编码的谱线. 自旋  $I_1$ (H),  $I_2$ (C) 之间的  $J$  耦合常数为 35Hz, 自旋  $I_2$ (C),  $I_3$ (N) 之间的  $J$  耦合常数为 54Hz.

在量子超密编码中两个粒子能够产生纠缠是利用了两个粒子之间存在耦合作用, 但是一旦产生了

纠缠态, 处于最大纠缠的粒子在切断或者忽略这个耦合作用后缠绕态仍然能够保持, 它们之间的量子相关可以传递信息. 这种性质使得在没有直接相互作用的自旋体系间传递信息成为可能. 为了实现这个过程, 我们用自旋交换操作在两个无直接但有间接相互作用的体系间完成控制非门操作, 使之产生

纠缠态, 并利用它们之间的量子相关来传递信息.

总之, 利用量子超密编码和自旋交换操作可以实现无直接相互作用自旋之间的信息传递, 这种方案可推广到更多量子位的自旋系统, 并且还可以运用于其它的物理体系.

## 参 考 文 献:

- [1] Bennett C H, DiVincenzo D P. Quantum Information and Computation [J]. Nature, 2000, **404**: 247.
- [2] Jones J A. NMR Quantum Computation [J]. Prog NMR Spectrosc, 2001, **38**: 325.
- [3] Mólde Z L, Brúschweiler R, Ernst R R. One- and Two-Dimensional Ensemble Quantum Computing in Spin Liouville Space [J]. J Chem Phys, 1998, **109**: 10 603.
- [4] Bennett C H, Wiesner S J. Communication Via One- and Two-particle Operators on Einstein-Podolsky-Rosen States [J]. Phys Rev Lett, 1992, **69**: 2 881.
- [5] Luo Jun, *et al.* Quantum Entanglement and Information Transmission Between Non-Direct-Coupled Qubits in an Array of Spatially Fixed Qubits [J]. Chin Phys Lett, 2002, **19**: 7.
- [6] Gershenfeld N A, Chuang I L. Bulk Spin resonance Quantum Computation [J]. Science, 1997, **275**: 350.
- [7] Cory D G, Fahmy A F, Havel T F. Ensemble Quantum Computing by NMR-Spectroscopy [J]. Proc Natl Acad Sci USA, 1997, **94**: 1 634.

# Information Transmission between Non Direct-coupled Spins in NMR Quantum Computer<sup>\*</sup>

WEI Da-xiu, YANG Xiao-dong, LUO Jun, SUN Xian-ping, ZENG Xi-zhi,  
LIU Ma-li, DING Shang-wu

(State Key Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics,  
Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

**Abstract:** In nuclear magnetic resonance (NMR) system, the interactions between two arbitrary non direct-coupled spins always become very small along with the increasing of their distance. So it is very difficult to realize the information transmission between two non direct-coupled spins. Fortunately, by introducing the quantum super dense coding (QSDC) and the spin swap operation, this difficulty can be overcome.

In this paper, we analyze the scheme of transmitting information between two non direct-coupled spins. We also demonstrate the scheme on NMR simulation quantum computer and Bruker ARX-500 NMR quantum computer.

**Key words:** quantum super dense coding; spin swap operation; information transmission; nuclear magnetic resonance

\* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (19874073)