

文章编号: 1007-4627(2002)04-0365-08

## 现代壳模型\*

罗延安, 李 磊, 张小兵, 谭玉红, 宁平治

(南开大学物理系, 天津 300071)

**摘 要:** 传统壳模型存在的一个主要问题是计算过于复杂以致无法进行. 随着计算机计算能力的空前提高, 现在已经可以进行极大规模的壳模型计算. 然而, 还不清楚这种计算对于深入理解物理问题是否有实际帮助. 况且, 对于组态空间可达  $10^{14}$ — $10^{18}$  维的中重核, 当前的计算机能力还达不到. 因此对中重核仍需研究如何把巨大的模型空间截断到最佳的可操作子空间的问题. 近来提出的配对壳模型给出了一个很有用的方法, 其它截断模型可归入它的特殊情况. 与此同时, 从现实有效二体相互作用出发进行壳模型多体计算方面也正在取得巨大的进展.

**关键词:** 壳模型; 大规模计算; 模型空间截断; 现实多体壳模型

**中图分类号:** O571      **文献标识码:** A

### 1 引言

回顾原子核物理发展史, 为了解释丰富多样的核现象, 曾提出不少关于核结构的物理模型, 其中应用最多而长久不衰的恐怕要算壳模型了. 这个模型在 1948—1949 年由梅逸夫人(M. G. Mayer)和詹森(J. H. D. Jensen)分别提出后, 到 1963 年就获得诺贝尔物理学奖, 迄今整整 40 年了. 现在, 这个模型仍在广泛地应用、发展着, 与壳模型有关的研究成果不断涌现. 与壳模型有关的国际学术会议也时有召开, 例如不久前的费城会议(见论文集《现代原子核壳模型》<sup>[1]</sup>)和杜布纳会议(见论文集《壳模型 50 年》<sup>[2]</sup>)等. 壳模型广泛而持久地受到关注的原因是, 这个模型反映了原子核结构的最基本特征.

壳模型假定, 第一, 核内每个核子都在其它核子产生的球对称平均势场中独立地运动, 并有很强的自旋-轨道耦合. 作为最低阶近似, 这决定了核子的单粒子态波函数以及核波函数. 第二, 存在剩余相互作用, 即核内核子真实“感受”到的相互作用与上述平均势场之差, 它引起组态混合. 对于满壳外价核子数较多和较重的原子核, 组态混合将涉及许多单粒子态, 甚至多到难于确定核的波函数和计算与能量、电磁矩、电磁跃迁几率等物理量有关的矩

阵元. 因此, 合理限定组态的数目(组态空间截断)和提高大规模计算的能力(见第 2 节)是当代壳模型发展的重要努力方向.

另一方面, 人们很早就注意到, 经验壳模型存在一个原则性的弱点, 即非自洽性. 平均势(如谐振子势)由拟合一定的核实验数据定出, 由此得到单粒子波函数, 再拟合另一些实验数据来确定剩余相互作用强度. 但是, 不论是平均势还是剩余相互作用, 都同样来源于核内的核子-核子(NN)相互作用. 分别唯象确定平均势和剩余相互作用是不够自洽的, 这使得模型的理论基础似乎欠牢固.

当然, 可以彻底放弃壳模型的基本假设, 不去寻找单粒子壳模型的平均势, 而直接由 NN 势出发, 利用适当的多体方法<sup>[3]</sup>在定域密度近似下计算有限核的性质. 现在这种方法主要计算核束缚能( $10^3$  MeV 量级)等基态性质, 还很难处理核能级(MeV 量级)和激发态的细节.

唯象壳模型的巨大成功表明, 这个模型的基本假定有相当合理的成分, 单粒子平均势终究反映了核内核力的主要部分. 在坚持壳模型基本假定的原则基础上, 已发展了不同的微观自洽壳模型, 主要有两大类: 一类是较早发展的以唯象有效二体力

收稿日期: 2002 - 08 - 08; 修改日期: 2002 - 09 - 09

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助重点项目(19835010); 国家自然科学基金资助项目(19875026); 高等学校博士学科点专项科研基金资助课题(20010055012)

作者简介: 罗延安(1969—), 男(汉族), 辽宁岫岩人, 博士, 副教授, 从事原子核物理理论研究.

(由拟合核性质得来, 如 Skyrme 型 NN 势) 作为输入量的自洽壳模型, 其中最佳单粒子势利用 Hartree-Fock 数值方法得到; 另一类则由现实二体力(由拟合 NN 散射数据和氦核数据得来)出发, 利用 Brückner G 矩阵方法得到一定模型空间下的微观有效相互作用, 称为现实壳模型. 它的发展现状将在第 3 节介绍.

壳模型能够不断有新的发展, 除了其自身的生命力外, 还与以下几个条件有关: (1) 随着实验技术的现代化, 核性质和能谱的实验数据在数量上和精度上都有了大幅度提高, 需要更好的壳模型理论; (2) 多体方法的不断改进, 为壳模型的发展提供了有用的理论工具; (3) 高精度现代核子-核子势<sup>[4]</sup>的发展, 为原子核壳模型提供了优良的输入量; (4) 现代计算机高速、大容量的数据处理能力使完成壳模型的复杂计算工作成为可能.

最后指出, 在核结构的理论研究中, 如何用壳模型描述中重核的集体运动, 是长期受到关注的问题. 对中重核的大规模壳模型计算尚难做到, 因而在高维壳模型组态空间充分截断的基础上, 发展了不同的唯象模型来描述中重核的集体性质, 其中新近提出的配对壳模型具有深厚的理论基础和很强的适用性(第 4 节).

## 2 大规模壳模型计算

对于  $1p$  区的轻核( ${}^4_2\text{He}$ — ${}^{16}_8\text{O}$ ), 可以用价核子占据  $1p_{3/2}$  或  $1p_{1/2}$  轨道进行严格的解析计算. 对于  $2s-1d$  区的核( ${}^{16}_8\text{O}$ — ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ), 例如  ${}^{18}_8\text{O}$ : 两个价中子可以处于满壳外的  $1d_{3/2}$ ,  $2s_{1/2}$ ,  $1d_{5/2}$ , ……等轨道. 由于能量最低的  $1d_{3/2}$  和  $2s_{1/2}$  靠得很近, 作为好的近似, 可以仅考虑这两个态而忽略其它的态. 于是组态空间截断为 2 维, 用来计算能量的矩阵方程也是 2 维的. 又如  ${}^{28}_{14}\text{Si}$  核, 它可看做是在  ${}^{16}_8\text{O}$  核芯外有 6 个价中子和 6 个价质子, 仍取上述二核  $sd$  空间截断, 也还要考虑 24 个组态空间基矢, 对应  $24 \times 24$  能量矩阵. 完全的  $sd$  空间需要 6 957 个基矢. 对于比  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$  重的  $1f-2p$  区核, 基矢数目迅速变大. 图 1 表示  $fp$  空间  $N=Z$  偶偶核的全空间维数和  $M=0$  空间维数<sup>[5]</sup>, 对于  ${}^{48}_{24}\text{Cr}$  核,  $M=0$  空间维数为 1 963 461. 如对  ${}^{48}_{24}\text{Cr}$  核再添加 2 个质子和 2 个中子, 所得到的  ${}^{52}_{26}\text{Fe}$  核的维数将比  ${}^{48}_{24}\text{Cr}$  猛增 50 倍. 通常壳模型

哈密顿量的对角化几乎无法在这样大维数的空间中进行, 不得不考虑合理的空间截断. 例如  ${}^{50}_{20}\text{Ca}$  同位素, 假定冻结它的核芯  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ , 并把满壳外 10 个中子的组态空间截断为  $(f_{3/2}, p_{3/2}, f_{5/2}, p_{5/2})$ , 基矢也还有 17 276 个.

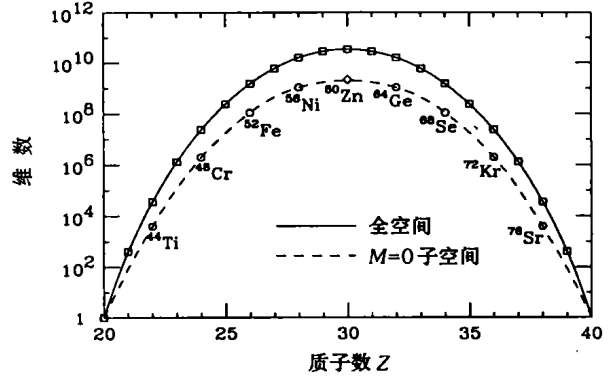


图 1  $fp$  空间  $N=Z$  偶偶核的  $M=0$  子空间维数(---)和全空间维数(—)<sup>[5]</sup>

要求得到精确的核波函数与核能级时, 壳模型通常的解析计算已不可能, 不得不在计算机上进行大规模数值计算. 为此已发展了优良的计算程序, 如早期的 Glasgow(配合 Lanczos 迭代法), 现代的 DUSM<sup>[6]</sup>, OXBASH<sup>[7]</sup> 和 ANTOINE<sup>[8]</sup> 等. 对前者, 利用 Slater 行列式波函数作为壳模型基矢就很方便, Lanczos 方法能够自动从高维空间中选出贡献最大的组态, 在计算  ${}^{26}_{13}\text{Al}$  核的  $T=0, J=1^+$  能量本征值时, 迭代 45 次就完全收敛. ANTOINE 可完成迄今最大规模( $7 \times 10^7$  维)的计算任务<sup>[9,10]</sup>. 在现代大规模壳模型计算中, 除了需要一个具有高维计算能力的程序外, 还要恰当地选择现实有效 NN 相互作用, 详见下节.

对于中重核的能谱、电磁矩和电磁跃迁及其它核性质与核过程, 已经成功地进行了许多大规模壳模型计算工作<sup>[9,11-21]</sup>. 反过来, 利用有关的高精度实验数据, 也可以对模型波函数进行严格的检验. 作为例子, 图 2 给出  ${}^{48}_{20}\text{Ca}(p,n){}^{48}_{21}\text{Sc}$  电荷交换反应中 Gamov-Teller (GT) 型巨共振激发强度的实验结果<sup>[22]</sup> 和大规模壳模型计算结果<sup>[12,23]</sup>. GT 强度函数决定于初末态跃迁矩阵元  $\langle \psi_f | \hat{O}_{GT} | \psi_i \rangle$ . 图中的共振峰都对应确定的同位旋 ( $T=3$ ) 和角动量 ( $J=1$ ). 在  $1f-2p$  壳层, 这样的态共有 8 590 个, 需要进行 700 次 Lanczos 迭代才能保证在 11 MeV 以下得到完全收敛的本征态. 这些本征态中, 有 30 个位于 8

MeV 以下. 仅对能量最低的峰, 计算出的 GT 强度和位置与实验数据符合. 当能量高于 8 MeV 时, 计算峰的宽度比实验峰窄得多, 峰的位置与数目也与实验不符. 这表明, 所选定的能量较低的态可以很好地表示  $fp$  壳层有效哈密顿量的本征态, 但还不是整个系统的本征态, 必须仔细处理那些对高于 8 MeV 的能级有决定作用的本征态. 此外, 由于激发强度  $M_{GT}$  与有效核子-核子势  $V_{NN}$  中的自旋-同位旋项  $V_{\sigma\tau}(\tau) \sigma_1 \cdot \sigma_2 \tau_1 \cdot \tau_2$  有密切联系, 因而这类研究对检验  $V_{NN}$  也有重要作用.

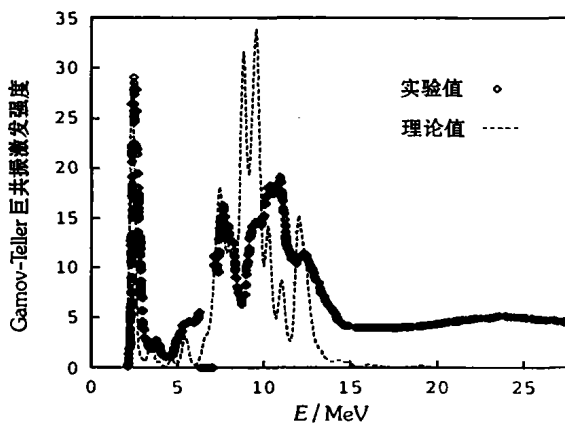


图 2  $^{48}\text{Ca}(p, n)^{48}\text{Sc}$  电荷交换反应中 Gamov-Teller (GT) 型巨共振激发强度的实验结果和 700 次 Lanczos 迭代后的大规模壳模型计算结果<sup>[23]</sup>

图中实验值已删去 6 MeV 附近的费米峰.

以上介绍的是有核芯的大规模壳模型计算, 冻结其中满壳层核芯的自由度, 只考虑满壳外的活性价核子, 适合于中重核的情况<sup>[24]</sup>. 还有一类属于无核芯的大规模壳模型计算, 主要用于  $1p$  区轻核. 现在似乎只能算到  $^{12}\text{C}$ <sup>[21]</sup>. 许多计算中, 还把量子蒙特卡罗 (Monte Carlo) 方法与壳模型结合起来, 包括使用辅助场 (auxiliary field) 蒙特卡罗技术<sup>[25, 26]</sup> 和近似哈密顿量对角化方法<sup>[27-29]</sup>. 已利用这种壳模型蒙特卡罗方法<sup>[30]</sup> 成功地研究了若干核的基态性质<sup>[31]</sup> 和热性质<sup>[32]</sup>, 以及某些稀土区原子核<sup>[33]</sup>.

### 3 现实壳模型

首先把核多体系统的薛定谔方程写为

$$H \Psi_n(1, \dots, A) = E_n(1, \dots, A) \Psi(1, \dots, A), \quad (1)$$

其中, 核哈密顿量算符  $H = T + V$ ,  $T$  为动能算符,  $A$  为核内核子总数. 引入单粒子平均势  $U$ , 并把  $H$

重写为  $H = H_0 + H_1$ , 其中

$$H_0 = T + U, \quad H_1 = V - U. \quad (2)$$

直接求解上述多体方程非常困难. 在核结构计算中, 一般把它变换为模型空间的有效薛定谔方程:

$$P(H_0 + V_{\text{eff}}) P\Psi_m(A) = E_m(A) P\Psi_m(A), \quad (3)$$

此处,  $P$  表示选定的模型空间 (如  $sd$  壳),  $m = 1, \dots, d$ ,  $d$  是模型空间的维数,  $H_0$  是未微扰哈密顿量, 投影算符  $P$  由  $H_0$  的本征函数来定义. 方程 (3) 的本征值  $E_m$  只是方程 (1) 的本征值  $E_n$  的子集. 壳模型微观计算的首要任务就是由自由核子-核子势确定模型空间的有效相互作用  $V_{\text{eff}}$ .

现实壳模型是指由现实 NN 势出发, 得到有效相互作用, 再做壳模型多体计算. 其基本思想和理论方法可追溯到 30 年前 Kuo (郭子斯) 和 Brown 的工作. 他们由 Hamada-Johnston NN 势出发, 利用 Brückner  $G$  矩阵方法导出  $sd$  壳价核子间的有效相互作用 (冻结核芯自由度), 后又推广到  $^{208}\text{Pb}$  区. 但在随后的 20 年间, 这种“现实”壳模型计算方法的可靠性受到各方面的怀疑. 例如, 1988 年壳模型权威 J. P. Elliott 在他的评述报告中曾说<sup>[34]</sup>: “也许我有些悲观, 不过我认为, 从核子-核子相互作用不太可能推导出足够精确的有效相互作用.” 然而近十余年来, 随着现代高质量 NN 势<sup>[4]</sup> 的发展和有效相互作用矩阵元多体计算方法的重大改进, 新一代现实壳模型的计算方法蓬勃发展起来. 这种计算工作在 1992 年以前大多集中于轻核, 主要是  $sd$  壳核<sup>[35]</sup>; 此后开始向 Sn 等中重核发展<sup>[36-42]</sup>. 如何由自由 NN 势推导有效相互作用 (它是模型空间相关的), 以及与此相联系的壳模型多体计算方法 (如  $G$  矩阵折叠图方法) 可见较近的总结性文献<sup>[37]</sup>.

近年来, 不少工作是为了回答 J. P. Elliott 提出的上述根本问题, 即由自由 NN 势导出的有效势能够在多么精确的程度上解释核结构现象. 一般认为, 对双满壳  $\pm 2$  个核子的原子核进行这种计算可提供最佳检验. 由 Bonn A 介子交换势导出的有效势对  $^{100}\text{Sn}$  核和  $^{132}\text{Sn}$  核的计算<sup>[43]</sup> 以及对  $^{208}\text{Pb}$  区的核  $^{206}\text{Hg}$ ,  $^{210}\text{Po}$ ,  $^{206}\text{Pb}$  和  $^{210}\text{Pb}$  的计算<sup>[44]</sup> 得到的理论结果与实验值确能达到非常好的符合. 图 3 给出这种计算结果的一个例子 ( $^{210}\text{Po}$  能谱). 这是对新

一代现实壳模型可靠性的有力支持. 现实壳模型计算也往往归结为高维数基矢的大规模计算<sup>[38]</sup>.

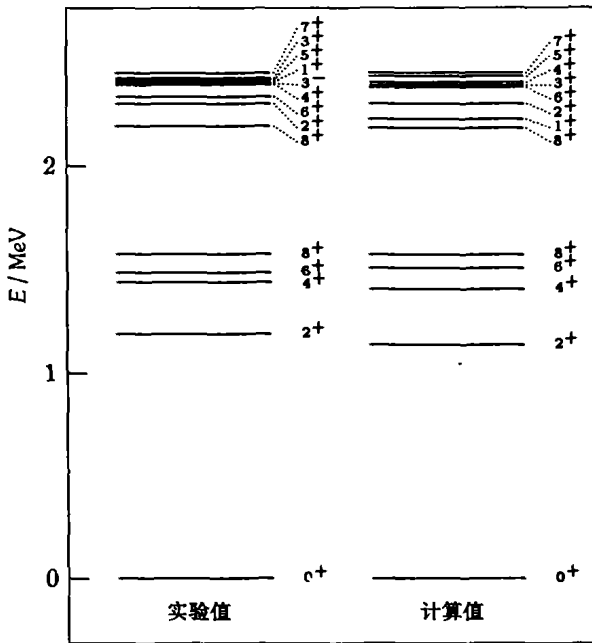


图 3 <sup>210</sup>Po 的能谱<sup>[44]</sup>

还值得指出的是, 最近发展了用非  $G$  矩阵的方法来确定核子-核子有效相互作用, 称为低动量有效 NN 势  $V_{low-k}$ <sup>[40,41]</sup>. 其背景是, 现代的各种现实 NN 势(如巴黎势、Bonn A 势、Argonne  $v_{18}$  势和 CD-Bonn 势等)可以同样好地符合二体数据(如氦核束缚能、NN 散射相移等), 但是它们的动量空间矩阵元却十分不同, 原因是它们的数学结构各不相同. 这就给现实壳模型计算方法的输入量带来一定的不确定性. 对于低能核结构, 可以把各种现实 NN 势中的高动量分量积分掉, 从而得到动量空间截断的有效 NN 势  $V_{low-k}$ , 其截断动量  $\Lambda \approx 2 \text{ fm}^{-1}$  为最佳选择. 令人感兴趣的是, 由各种不同现实 NN 势所导出的  $V_{low-k}$  却几乎一致, 对于能量  $E_{lab} \leq \hbar^2 \Lambda^2 / M$  和动量  $p_{lab} \leq \Lambda$  的  $V_{low-k}$  也可符合二体数据, 并且在  $\Lambda \approx 2 \text{ fm}^{-1}$  附近  $V_{low-k}$  势函数呈现光滑的变化. 这些特征使它非常适合直接用于壳模型多体计算中, 而不必先去计算 Brückner  $G$  矩阵.

#### 4 大形变核的壳模型处理

作为一种独立粒子模型, 壳模型可以提供一组完备基矢, 原则上它应该能够完备地描述各种核结构, 不论是球形核还是形变核. 对于轻核, 这类工

作确已进行了许多. 然而, 如前两节所述, 即使对轻核也必须人为地加上一些限制, 如冻结满壳核芯、限定满壳外价核子组态的数目(模型空间截断)等. 尽管大规模壳模型计算已经有了令人瞩目的发展(一般方法可处理  $10^7$  维模型空间<sup>[9]</sup>, 而壳模型蒙特卡罗方法可处理的模型空间已达  $10^{10}$  维<sup>[27,28]</sup>), 但是目前对于中重形变核(具有  $10^{14} - 10^{18}$  个组态)仍无能为力. 对这些核, 必须把模型空间截断才能进行壳模型计算. 这里存在一个关键性的问题, 就是如何把这极其巨大的模型空间截断到一个可操作的子空间, 从而有可能对这些核实行壳模型计算, 同时整个方法应该尽可能简捷, 使中重形变核的物理性质清晰、明确地体现出来.

另一方面, 中重形变核实验数据具有熟知的极为简单的特征, 它们可以用几何模型(转动模型和振动模型等原子核集体模型)在一定程度上给予解释, 但这些模型却不够微观和统一. 如何采取适当的近似和合理的模型空间截断, 使壳模型能够用来描述核的集体态, 是核结构研究长期关注的问题.

相互作用玻色子模型 (IBM)<sup>[45-47]</sup> 的成功为解决上述问题提供了一个极好的范例. IBM 为描述变形核(主要是四极态)的集体性, 放弃几何形状变量, 引入玻色子变量. 它提出一种可能的壳模型空间截断方式, 即截断到 S-D 子空间, 把原子核的集体四极激发唯象地用相互作用的 s 玻色子(角动量  $L=0$ )和 d 玻色子( $L=2$ , 5 个分量)构成的 6 维空间体系来描述. IBM 把玻色子数与核内核子数联系起来, 玻色子数等于满壳外价核子数之半. 这样做的根据是, (1) 实验测得这些核的低激发能级角动量总是相差整数, 而原子核是一个多费米子体系; (2) 实验证实, 核内核子有耦合成  $J=0$  及  $J=2$  态的配对倾向. IBM 引入李群和李代数描写这些核的动力学对称性, 利用 Otsuka-Arima-Iachello (OAI) 映射来完成由费米子对组态(S, D)到真实玻色子组态(s, d)的变换. 原来的费米子空间(对应于大规模壳模型计算)映射后变为玻色子 6 维空间. 不同的映射还考虑到泡利效应<sup>[48,49]</sup>.

模型空间不同的截断方式对应不同的模型或近似方法. 在 IBM 逐步完善的同时, 也有其它模型发展起来, 例如弱耦合模型<sup>[50]</sup>、优惠对模型<sup>[51]</sup>、破缺对近似、费米子动力学对称性模型(FDSM)<sup>[52]</sup>和广义配对场方法<sup>[53]</sup>等. 最值得注意的是南京大学陈金

全教授于1997年提出的配对壳模型<sup>[54]</sup>,其特点是:(1)模型中考虑了平均场中单粒子能级的劈裂;(2)由角动量 $J=0, 2, \dots$ 的“现实的”集体核子对来构造模型空间;(3)模型哈密顿量对角化是在费米子空间精确完成的,不需任何映射手续;(4)允许从S-D子空间到整个壳模型空间的各种不同截断.这个模型具有深厚的理论基础<sup>[55,56]</sup>和充分的包容性,几乎所有前述类似模型都可归结为配对壳模型的某种特殊情况.虽然配对壳模型中没有引入动力学对称性,它却可以重复出IBM和费米子动力学对称性模型(FDSM)的主要结果<sup>[57-61]</sup>.对这个模型的应用研究表明,它具有很强的再现中重核实验数据的能力<sup>[62,63]</sup>.

## 5 结束语

本文评述了现代壳模型发展的几个主要方面:大规模壳模型计算在改进算法、增加维数以及大面积符合核数据方面有了显著进展;经过近20年的低潮后,基于现代NN势的微观多体壳模型在改进模型空间相关的有效相互作用、提高可靠性和向较重核进军等方面取得了新的成功(新一代现实壳模型);为由壳模型解释中重形变核的集体行为提出了具有坚实理论基础和预言能力的新唯象模型.

可以说,数十年来壳模型的发展程度超过了其它任何核模型.壳模型生命力长盛不衰的原因是它反映了原子核结构的最基本特征.不论是各种传统

的唯象壳模型<sup>[2]</sup>,还是各种微观自洽壳模型<sup>[1,64]</sup>,以及在大规模壳模型计算方面,都还有不少的发展空间<sup>[1]</sup>.现在,新版本的壳模型仍在不断涌现,例如相对论壳模型<sup>[65]</sup>、混合壳模型<sup>[66]</sup>、双频壳模型<sup>[67,68]</sup>以及新的投影壳模型<sup>[69]</sup>等.壳模型与其它理论方法相结合,不断出现与壳模型有关的新理论方法.例如根据平均场模型进行壳模型空间截断的Hartree-Fock-Bogoliubov方法<sup>[70]</sup>,利用壳模型及基于平均场的半经典倾斜轴推转模型<sup>[71]</sup>,基于投影壳模型和FDSM以及相对论平均场理论的微观粒子-转子模型<sup>[72]</sup>,以及前述壳模型与量子蒙特卡罗方法的结合<sup>[33]</sup>,等等.此外,各种版本壳模型的应用场合也不断扩大,新应用不断推出.例如用壳模型来解释中重核和重核的集体性质<sup>[73]</sup>、转动带<sup>[74]</sup>、回弯现象<sup>[75]</sup>、形状共存<sup>[76]</sup>,以及丰中子核<sup>[77]</sup>、奇特核<sup>[65]</sup>与超核<sup>[68,78]</sup>等.

还有一些问题值得思考.例如,在大规模壳模型计算中,物理内涵的提取和模型空间的上限问题;由自由核子-核子势得到壳模型有效相互作用的最佳选择问题;如何使有效相互作用更加简便实用,有效相互作用如何随核质量和模型空间的选择而变化;对于现实微观壳模型和大规模计算尚难达到的形变中重核和重核,能否发展一种更统一的、预言能力更强的唯象理论模型,等等.

仅以此文纪念配对壳模型的创立者陈金全教授逝世3周年.

## 参 考 文 献:

- [1] Pan Xingwang, Feng Dahsuan, Vallières Michel ed. Contemporary Nuclear Shell Models [C]. Proceedings of the International Workshop, April 29 - 30, 1996, Philadelphia, PA, USA. Springer-Verlag, 1997.
- [2] Oganessian Yu Ts, Kalpakchieva R ed. Shells—50 Years [C]. Proceedings of 49th International Meeting on Nuclear Spectroscopy and Nuclear Structure, April 21—24, 1999, Dubna, Russia. Singapore: World Scientific, 2000.
- [3] 申虹,李磊,宁平治.相对论核多体研究进展[J].原子核物理评论,2000,17(4):195.
- [4] 李磊,宁平治.现代核子-核子势[J].原子核物理评论,2000,17(2):63.
- [5] Otsuka T, Honma M, Mizusaki T. Shell Model for Large Systems and Quantum Monte Carlo Diagonalization Method [C]. Proceedings of the International Workshop, April 29—30, 1996, Philadelphia, PA, USA, Springer-Verlag, 1997, 133.
- [6] Vallières Michel, Novoselsky Akiva. Drexel University Shell Model (DUSM) Algorithm [J]. Nucl Phys, 1994, A570 (1, 2): 345c.
- [7] Etchegoyen A, Rae W D M, Godwin N S, *et al.* The Computer Code OXBASH [J]. MSU-NSCL Report, 1988, 524.
- [8] Caurier E. Computer Code ANTONE [J]. CRN, Strasbourg, 1989.
- [9] Caurier E, Nowacki F, Poves A, *et al.* Shell Model Studies of the Double Beta Decays of <sup>76</sup>Ge, <sup>82</sup>Se and <sup>136</sup>Xe [J]. Phys Rev Lett, 1996, 77(10): 1954.
- [10] Caurier E, Poves A, Zuker A P. Nuclear Structure of Light Nuclei far from Stability, Experiment and theory [C]. In:

- Klotz G ed. Proceedings of the Workshop, Obernai, CRN, Strasbourg, 1989.
- [11] Zuker A P. On the Microscopic Derivation of a Mass Formula [J]. Nucl Phys, 1994, **A576**: 65.
- [12] Caurier E, Poves A, Zuker A P. Missing and Quenched Gamow-Teller Strength [J]. Phys Rev Lett, 1995, **74**(9): 1 517.
- [13] Martinez-Pinedo G, Zuker A P, Poves A, *et al.* Full  $pf$  Shell Study of  $A=47$  and  $A=49$  Nuclei [J]. Phys Rev, 1997, **C55**(1): 187.
- [14] Zheng D C, Vary J P, Barrett B R. Exact Solutions of Model Hamiltonian Problems with Effective Interactions [J]. Nucl Phys, 1993, **A560**: 211.
- [15] Jaqua L, Halse P, Barrett B R, *et al.* Effective Shell-model Interaction for No-core Model Spaces [J]. Nucl Phys, 1994, **A571**(2): 242.
- [16] Zheng D C, Berrett B R, Vary J P, *et al.* Auxiliary Potential in No-core Shell-model Calculations [J]. Phys Rev, 1995, **C51**(5): 2 471.
- [17] Zheng D C, Berrett B R, Vary J P, *et al.* Large-basis Shell Model Studies of Light Nuclei with a Multivalued  $G$ -matrix Effective Interaction [J]. Phys Rev, 1995, **C52**(5): 2 488.
- [18] Zelevinsky V, Brown B A, Frazier N, *et al.* The Nuclear Shell Model as a Testing Ground for Many-body Quantum Chaos [J]. Phys Rep, 1996, **276**(2,3): 85.
- [19] Caurier E, Gómez J M G, Manfredi V R, *et al.* Quantum Chaos in  $A=46-50$  Atomic Nuclei [J]. Phys Lett, 1996, **B365**: 7.
- [20] Andreozzi F, Coraggio L, Covello A, *et al.* Structure of Neutron-rich Nuclei Around  $^{132}\text{Sn}$  [J]. Phys Rev, 1997, **C56**(1): R16.
- [21] Navratil P, Vary J P, Barrett B R. Large-basis *ab initio* No-core Shell Model and Its Application to  $^{12}\text{C}$  [J]. Phys Rev, 2000, **C62**: 054311, 1.
- [22] Anderson B D, Chittarakarn T, Baldwin A R, *et al.* Particle-hole Strength Excited in the  $^{48}\text{Ca}(p, n)^{48}\text{Sc}$  Reaction at 134 and 160 MeV; Gamow-Teller strength [J]. Phys Rev, 1985, **C31**(4): 1 161.
- [23] Zuker A P. Large Scale Shell Model Calculations; The physics in and the physics out [C]. Proceedings of the International Workshop, April 29-30, 1996, Philadelphia, PA, USA. Springer-Verlag, 1997, 93.
- [24] Dukelsky I, Pittel S, Dimitrova, *et al.* Density Matrix Renormalization Group Method Large-scale Nuclear Shell Model Calculations [J]. Phys Rev, 2002, **C65**: 054319, 1.
- [25] Johnson C W, Koonin S E, Lang G H, *et al.* Monte Carlo Methods for the Nuclear Shell Model [J]. Phys Rev Lett, 1992, **69**(22): 3 157.
- [26] Ormand W E, Dean D J, Johnson C W, *et al.* Demonstration of the Auxiliary-field Monte Carlo Approach for  $sd$ -shell Nuclei [J]. Phys Rev, 1994, **C49**(3): 1 422.
- [27] Honma M, Mizusaki T, Otsuka T. Diagonalization of Hamiltonians for Many-body Systems by Auxiliary Field Quantum Monte Carlo Technique [J]. Phys Rev Lett, 1995, **75**(7): 1 284.
- [28] Honma M, Mizusaki T, Otsuka T. Nuclear Shell Model by the Quantum Monte Carlo Diagonalization Method [J]. Phys Rev Lett, 1996, **77**(16): 3 315.
- [29] Mizusaki T, Honma M, Otsuka T. Quantum Monte Carlo Diagonalization with Angular Momentum Projection [J]. Phys Rev, 1996, **C53**(6): 2 786.
- [30] Koonin S E, Dean D J, Langanke K. Shell Model Monte Carlo Methods [J]. Phys Rep, 1997, **278**: 1.
- [31] Langanke K, Dean D J, Radha P B, *et al.* Shell-model Monte Carlo Studies of  $fp$ -shell Nuclei [J]. Phys Rev, 1995, **C52**(2): 718.
- [32] Dean D J, Koonin S E, Langanke K, *et al.* Thermal Properties  $^{54}\text{Fe}$  [J]. Phys Rev Lett, 1995, **74**(15): 2 909.
- [33] White J A, Koonin S E, Dean D J. Shell Model Monte Carlo Investigation of Rare-earth Nuclei [J]. Phys Rev, 2000, **C61**: 034303, 1.
- [34] Elliott J P. Shell Model and Nuclear Structure: Where do we stand [C]? Proceedings of the International Seminar, 1988, Capri. In: Covello A ed. Singapore: World Scientific, 1989, 13; 赵玉民(译文). 壳模型的综述[J]. 核物理动态, 1991, **8**(4): 17.
- [35] Jiang M F, Machleidt R, Stout D B, *et al.* Bonn Potential and  $sd$ -shell Nuclei [J]. Phys Rev, 1992, **C46**(3): 910.
- [36] Engeland T, Hjorth-Jensen M, Holt A, *et al.* Structure of Neutron Deficient Sn Isotopes [J]. Phys Rev, 1993, **C48**(2): R535.
- [37] Hjorth-Jensen M, Kuo T T S, Osnes E. Realistic Effective Interactions for Nuclear Systems [J]. Phys Rep, 1995, **261**: 125.
- [38] Andreozzi F, Coraggio L, Covello A, *et al.* Structure of Neutron-rich Nuclei Around  $^{132}\text{Sn}$  [J]. Phys Rev, 1997, **C56**(1): R16.
- [39] Coraggio L, Covello A, Gargano A, *et al.* Bonn Potential and Shell-model Calculations for  $^{206,205,204}\text{Pb}$  [J]. Phys Rev, 1998, **C58**(6): 3 346.
- [40] Bongers S, Kuo T T S, Coraggio L. Low Momentum Nucleon-nucleon Potentials with Half-on-shell  $T$ -matrix Equivalence [J]. Nucl Phys, 2001, **A684**: 432.
- [41] Bogner S, Kuo T T S, Coraggio L, *et al.* Low Momentum Nucleon-nucleon Potential and Shell Model Effective Interactions [J]. Phys Rev, 2002, **C65**: 051301R, 1.
- [42] Honma M, Otsuka T, Brown B A. Effective Interaction for  $pf$ -shell Model [J]. Phys Rev, 2002, **C65**: 061301R, 1.

- [43] Covello A, Andreozzi F, Coraggio L, *et al.* Highlights of Modern Nuclear Structure [C]. Proceedings of the Sixth International Spring Seminar on Nuclear Physics, May 18–22, 1998, S Agata sui due Golfi, Italy. In: Covello A ed. Singapore: World Scientific, 1999.
- [44] Covello A, Coraggio L, Gargano A, Itaco N. Nucleon-nucleon Interaction and Nuclear Structure Calculations [C]. Perspectives in Nuclear Physics. Proceedings of the International Conference. In: Hamilton J H, Carter H K, Piercey R B ed. Singapore: World Scientific, 1999. 247.
- [45] Iachello F, Arima A. The Interacting Boson Model [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.
- [46] Arima A, Iachello F. Interacting Boson Model of Collective Nuclear States: The vibrational limit [J]. Ann Phys, 1976, **99**: 253.
- [47] Arima A, Iachello F. Interacting Boson Model of Collective Nuclear States: The rotational limit [J]. Ann Phys, 1978, **111**: 201.
- [48] Iachello F, Talmi I. Shell-model Foundations of the Interacting Boson Model [J]. Rev Mod Phys, 1987, **59**(2): 339.
- [49] Klein A, Marshalek E R. Boson Realizations of Lie Algebras with Applications to Nuclear Physics [J]. Rev Mod Phys, 1991, **63**(2): 375.
- [50] Ko C M, Kuo T T S, McGrory J B. Weak-coupling Model for  $^{212}\text{Pb}$  and  $^{204}\text{Pb}$  [J]. Phys Rev, 1973, **C8**(6): 2 379.
- [51] McGrory J B. Shell-model Tests of the Interacting-Boson-model Description of Nuclear Collective Motion [J]. Phys Rev Lett, 1978, **41**(8): 533.
- [52] Wu Chengli, Feng Da Hsuan, Chen Xuangen, *et al.* Fermion Dynamical Symmetry Model of Nuclei: Basis, hamiltonian, and symmetries [J]. Phys Rev, 1987, **C36**(3): 1 157.
- [53] Chen Hsitseng, Feng Da Hsuan, Wu Chengli. Optimum Pair Basis in the Nuclear Shell Model [J]. Phys Rev Lett, 1992, **69**(3): 418.
- [54] Chen Jinquan. Nucleon-pair Shell Model: Formalism and special cases [J]. Nucl Phys, 1997, **A626**(3): 686.
- [55] Chen Jinquan, Chen Bingqing, Klein Abraham. Factorization of Commutators: The wick theorem for coupled operators [J]. Nucl Phys, 1993, **A554**(1): 61.
- [56] Chen Jinquan. The Wick Theorem for Coupled Fermion Clusters [J]. Nucl Phys, 1993, **A562** (2): 218.
- [57] Chen Jinquan, Luo Yanan. Nucleon-pair Shell Model: The effects of the SD pair structure on collectivity of low-lying states [J]. Nucl Phys, 1998, **A639**(3,4): 615.
- [58] Luo Yanan, Chen Jinquan. Shell Model Calculation in the S-D Subspace [J]. Phys Rev, 1998, **C58**(1): 589.
- [59] Luo Yanan, Chen Jinquan, Draayer J P. Nucleon-pair Shell Model Calculations of the Even-even Xe and Ba Nuclei [J]. Nucl Phys, 2000, **A669**(1,2): 101.
- [60] Zhao Y M, Yamaji S, Yoshinaga N, *et al.* Nucleon Pair Approximation of the Nuclear Collective Motion [J]. Phys Rev, 2000, **C62**: 014315, 1.
- [61] Zhao Y M, Yoshinaga N, Yamaji S, *et al.* Relationship between the Fermion Dynamical Symmetric Model Hamiltonian and Nuclear Collective Motion [J]. Phys Rev, 2000, **C62**: 024322, 1.
- [62] Luo Y A, Chen J Q, Feng T F, *et al.* Neutron-proton Quadrupole Interaction in the Nucleon-pair Shell Model [J]. Phys Rev, 2001, **C64**: 037303, 1.
- [63] Luo Y A, Zhang X B, Pan F, *et al.* Magnetic Excitations in the Nucleon-pair Shell Model [J]. Phys Rev, 2001, **C64**: 047302, 1.
- [64] Zamick L, Sharon Y Y, Aroua S, *et al.* Towards a Selfconsistent Shell Model [J]. Phys Rev, 2002, **C65**: 054321, 1.
- [65] Rashdan M. Structure of Exotic Nuclei and Superheavy Elements in Relativistic Shell Model [J]. Phys Rev, 2001, **C63**: 044303, 1.
- [66] Gueorguiev V G, Oraand W E, Johnson C W, *et al.* Mixed-mode Shell-model Theory for Nuclear Structure Studies [J]. Phys Rev, 2002, **C65**: 024314, 1.
- [67] Kuo T T S, Müther H, Amir-Azimi-Nili K. Realistic Effective Interactions for Halo Nuclei [J]. Nucl Phys, 1996, **A606**: 15; Erratum. *ibid.* 1996, **A611**: 587.
- [68] Tzeng Y H, Tzeng S Y T, Kuo T T S, *et al.* Particle-hole Folded-diagram Calculations of the Hypernucleus  $^{18}_{\Lambda}\text{O}$  Using Meson-exchange Interactions [J]. Phys Rev, 1999, **C60**: 044305, 1.
- [69] Sun Yang, Wu Chengli, Bhatt Kumar. Scissors-mode Vibrations and the Emergence of  $SU(3)$  Symmetry from the Projected Deformed Mean Field [J]. Phys Rev Lett, 1998, **80**(4): 672.
- [70] Bender E, Schmid K W, Faessler A. A Multi-configuration Mixing Approach with Symmetryprojected Complex Hartree-Fock-Bogoliubov Determinants [J]. Nucl Phys, 1996, **A596** (1): 1.
- [71] Frauendorf S, Reif J, Winter G. Shell Model Study of Shears Bands in Light Pb Nuclei [J]. Nucl Phys, 1996, **A601**: 41.
- [72] Wu C L. Shell Model for Heavy Nuclei [C]. Proceedings of the International Workshop on Nuclear Many-body Problem and Sub-nucleonic Degrees of Freedom in Nuclei. July 2–8, 2001, Jilin University, Changchun, China.
- [73] Raduta A A, Escuderos A, Guerra E M. Description of Collective Magnetic States Within a Spherical Single Particle Basis [J]. Phys Rev, 2002, **C65**: 024312, 1.
- [74] Popa G, Hirsch J G, Draayer J P. Shell Model Description of Normal Parity Bands in Even-even Heavy Deformed Nuclei [J]. Phys Rev, 2000, **C62**: 064313, 1.
- [75] Higashiyama K, Yoshinaga N, Tanabe K. Shell Model Study

- of Backbending Phenomena in Xe Isotopes [J]. Phys Rev, 2002, **C65**: 054317, 1.
- [76] Mizusaki T, Otsuka T, Honma M, *et al.* Spherical-deformed Shape Coexistence for the  $pf$  Shell in the Nuclear Shell Model [J]. Phys Rev, 2001, **C63**: 044306, 1.
- [77] Sarkar S, Sarkar M S. Shell Model Study of Neutron-rich Nuclei Near  $^{132}\text{Sn}$  [J]. Phys Rev, 2001, **C64**: 014312, 1.
- [78] Tan Yuhong, Luo Yanan, Cai Chonghai, *et al.* Shell Model Analysis of  $\Xi$ -hypernuclei Spectra for Mass  $A=12$  and  $A=16$ . Chin Phys Lett, 2000, **17**(6): 401.

## Contemporary Nuclear Shell Models\*

LUO Yan-an, LI Lei, ZHANG Xiao-bing, TAN Yu-hong, NING Ping-zhi

(*Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

**Abstract:** The current status on the theoretical investigations of the nuclear shell model is reviewed, and the fundamental problems in shell-model studies are mentioned. Basically the shell-model uses a very intuitive approach to study the nuclear many-body dynamics in terms of valence particles. It assumes that the nucleons, belonging to a closed core, do not participate in the establishment of the nuclear spectrum.

One of the main problems in the (traditional) shell model is to make a calculation feasible. With the explosive growth of the computational power, it is possible to carry out a "Very Large Scale" shell model calculation. Nevertheless, whether such a calculation really helps our understanding of physics is still an open question. Furthermore, the case of the medium weight and heavy nuclei with configurations of  $10^{14}$ — $10^{18}$  remains out of reach. For these nuclei one still needs to truncate the huge shell model space to a manageable subspace. Recently, a useful formalism has been described for the nuclear-pair shell model, which allows for various truncations. Meanwhile, nuclear many-body shell model calculations with realistic effective interactions have been undergoing developments tremendously.

**Key words:** shell model; large scale calculation; model space truncation; realistic many-body shell model

---

\* **Foundation item:** Key Program of National Natural Science Foundation of China (19835010); National Natural Science Foundation of China (19875026); Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (20010055012)