

文章编号: 1007-4627(2002)02-0180-04

# 耦合双原子与非线性相干态相互作用模型的腔场谱\*

高云峰<sup>1</sup>, 冯 健<sup>2,3</sup>, 史舒人<sup>1</sup>

(1 聊城师范学院教育技术系, 山东 聊城 252059;

2 中国科学院安徽光学精密机械研究所激光光谱学开放实验室, 安徽 合肥 230031;

3 聊城师范学院光通信研究所, 山东 聊城 252059)

**摘 要:** 研究了两个偶极-偶极相互作用的全同二能级原子与高 Q 腔内非线性相干态光场相互作用过程的腔场谱. 讨论了原子间耦合强度、初始场光子数分布和初始场强度的改变对光谱结构的影响.

**关键词:** 耦合双原子; 非线性相干态; 腔场谱

**中图分类号:** O431.2      **文献标识码:** A

## 1 引言

光场与原子相互作用系统的量子性质是近代量子光学研究的中心内容, 腔场谱的研究由于能够给出腔内量子化光场与原子相互作用过程中量子特性的信息而受到广泛关注<sup>[1-5]</sup>. 近年来, 描述光场与两个全同二能级原子相互作用的 Tavis-Cummings (T-C) 模型<sup>[6]</sup> 引起了人们的广泛兴趣, 研究发现, 原子之间的相互作用对原子和光场的量子特性都具有重要影响<sup>[7-10]</sup>. 另一方面, 自 1996 年 de Matos Filho 等<sup>[11]</sup> 提出非线性相干态的概念, 并提出了一类在物理上可通过囚禁离子的质心运动来实现的非线性相干态以来, 许多作者对各种非线性相干态的特性进行了研究<sup>[12-15]</sup>, 发现了压缩、反聚束和自劈裂等非经典现象. 本文讨论两个耦合全同二能级原子与非线性相干态光场相互作用模型的腔场谱.

## 2 理论推导

在高 Q 腔内有两个等同二能级原子与辐射场相互作用, 当两原子距离较近时, 两原子与光场的耦合常数是相同的, 但这时需要计及两原子间的偶极相互作用, 在旋波近似条件下, 系统的哈密顿量为<sup>[7]</sup> (取  $\hbar=1$ )

$$H = \omega_0 a^\dagger a + \frac{1}{2} \omega_a \sum_{i=1}^2 \sigma_{z,i} + g \cdot$$

$$\sum_{i=1}^2 (a \sigma_i^\dagger + a^\dagger \sigma_i) + g_a (\sigma_1^\dagger \sigma_2 + \sigma_2^\dagger \sigma_1), \quad (1)$$

其中  $a^\dagger$  和  $a$  分别为光子的产生和湮灭算符;  $\sigma_i^\dagger$ ,  $\sigma_i$  和  $\sigma_{z,i}$  为第  $i$  个原子的赝自旋算符,  $g$  为原子与腔场的耦合常数,  $g_a$  为原子间偶极相互作用的耦合常数.

系统的对称性基矢可取为

$$\begin{aligned} |\Psi_1^n\rangle &= |+, +, n\rangle, \\ |\Psi_2^n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, -, n+1\rangle + |-, +, n+1\rangle), \\ |\Psi_3^n\rangle &= |-, -, n+2\rangle, \\ |\Psi_4^n\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|+, -, n+1\rangle - |-, +, n+1\rangle), \end{aligned} \quad (2)$$

式中的 3 个量子数分别表示两原子所处的能级和腔场的光子数. 由于当两原子初态全为激发态时,  $\Psi_4^n$  对腔场谱无贡献, 故只需在 3 个对称基矢组成的子空间将  $H$  对角化.

(1) 式的本征方程为

$$H |\phi_j^n\rangle = E_j^n |\phi_j^n\rangle \quad (j = 1, 2, 3), \quad (3)$$

收稿日期: 2002-02-27; 修改日期: 2002-03-20

\* 基金项目: 山东省自然科学基金资助项目(Q99A03)

作者简介: 高云峰(1955-), 男(汉族), 山东临清人, 副教授, 从事理论物理教学与研究.

$$|\phi_j^n\rangle = \sum_{m=1}^3 C_{jm}^n |\Psi_m^n\rangle \quad (j = 1, 2, 3). \quad (4)$$

在共振相互作用条件下 ( $\omega_0 = \omega_s$ )，利用标准方法可求出本征值和本征态：

$$E_j^n = \omega_0(n+2) + \lambda_j^n g \quad (j = 1, 2, 3), \quad (5a)$$

$$\lambda_j^n = \left( 0, \frac{1}{2}(\delta + \sqrt{\delta^2 + 8(2n+3)}), \frac{1}{2}(\delta - \sqrt{\delta^2 + 8(2n+3)}) \right), \quad (5b)$$

上式中， $\delta = g_s/g$ ，

$$C_{jm}^n = \begin{cases} \sqrt{\frac{n+2}{2n+3}}, & 0, & -\sqrt{\frac{n+1}{2n+3}} \\ \sqrt{\frac{2(n+1)}{4n+6+(\lambda_2^n)^2}}, & \frac{\lambda_2^n}{\sqrt{4n+6+(\lambda_2^n)^2}}, & \sqrt{\frac{2(n+1)}{4n+6+(\lambda_2^n)^2}} \\ \sqrt{\frac{2(n+1)}{4n+6+(\lambda_3^n)^2}}, & \frac{\lambda_3^n}{\sqrt{4n+6+(\lambda_3^n)^2}}, & \sqrt{\frac{2(n+2)}{4n+6+(\lambda_3^n)^2}} \end{cases} \quad (6)$$

按照 Eberly 等<sup>[16]</sup>物理谱的定义，该系统的腔场谱按下式计算

$$S(\omega) = 2\Gamma \int_0^T dt' e^{(\Gamma-i\omega)(T-t')} \cdot \int_0^T dt e^{-(\Gamma+i\omega)(T-t)} \langle \Phi(0) | a^+(t') a(t) | \Phi(0) \rangle, \quad (7)$$

其中， $\omega$  为谱的频率， $\Gamma$  是谱仪的带宽， $T$  是测量时间， $|\Phi(0)\rangle$  是系统的初态。本文假设初始时刻两原子均处于激发态，而初始光场为文献<sup>[11]</sup>提出的非线性相干态，即

$$|\Phi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} q_n |+, +, n\rangle, \quad (8)$$

其中

$$q_n = c \frac{\beta^n}{\sqrt{n! f(n)!}},$$

$$f(n) = L_n^1(\eta^2) [(n+1)L_n^0(\eta^2)]^{-1},$$

$$f(n)! \equiv f(0)f(1)\cdots f(n), \quad f(0) \equiv 1.$$

$L_n^m(x)$  为缔合拉盖尔多项式， $\eta$  为 Lamb-Dicke 参数， $\beta$  为任意复数， $c$  为归一化因子。将(8)式代入(7)式并经过繁杂的运算，可以得到

$$S(\omega) = 2\Gamma \sum_{n=0}^{\infty} P(n) F_n(\omega), \quad (9a)$$

$$F_n(\omega) = \sum_{k=1}^3 \left| \sum_{j=1}^3 Z_{jk}^n G_{jk}^n \right|^2, \quad (9b)$$

$$Z_{jk}^n = \frac{e^{i[(\omega-\omega_0)-g(\lambda_j^n-\lambda_k^{n-1})]} - e^{-\Gamma T}}{\Gamma + i[(\omega-\omega_0)-g(\lambda_j^n-\lambda_k^{n-1})]}, \quad (9c)$$

$$G_{jk}^n = \sum_{m=1}^3 C_{j1}^{n*} C_{jm}^n C_{1m}^{n-1} b_m^n, \quad (9d)$$

$$b_m^n = \sqrt{n+m-1} \quad (m = 1, 2, 3), \quad (9e)$$

$P(n) = q_n^* q_n$  为初态光场的光子数分布。应用(5)，(6)和(9)3式，可以计算系统的腔场谱。

### 3 结果与讨论

非线性相干态由非线性函数  $f(n)$  决定，其特征依赖于 Lamb-Dicke 参数  $\eta$ <sup>[11]</sup>。当  $\eta=0$  时，非线性相干态退化为相干态(或称标准相干态)。图 1(a)

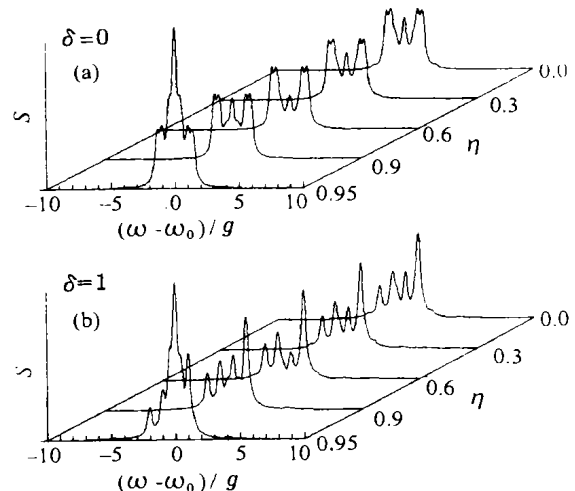


图 1 腔场谱随 Lamb-Dicke 参数  $\eta$  的变化

$|\beta|^2 = 0.2, \Gamma = 0.2g, T = 20/g$ .

给出了不计原子间偶极相互作用 ( $g_s=0$ ) 时系统的腔场谱，当初始光场为标准相干态 ( $\eta=0$ ) 时，腔场谱为中心对称三峰结构。随  $\eta$  增大，与经典共振频率  $\omega_0$  相对应的中心峰逐渐降低，在  $\eta$  大约等于 0.8 处，中心峰达到最低，之后随  $\eta$  的增大而升高。在  $0 < \eta < 0.9$  范围内，腔场谱结构随  $\eta$  的变化并不十分明显 ( $\eta$  所取的具体数值范围与  $|\beta|^2$  有关， $|\beta|^2$  增大时，这一范围将会变小)。当  $\eta > 0.9$  后，中心峰会明显高于两边峰，与标准相干态的腔场谱结构明显不同。因为原子与腔场的耦合在强场条件下会导致腔场谱只有经典共振峰<sup>[5]</sup>，故这种差别仍可用初始场强的变化来说明：计算表明，在  $\beta$  不变的条件下，当  $\eta$  较大时，平均光子数  $\bar{n}$  会迅速变大。

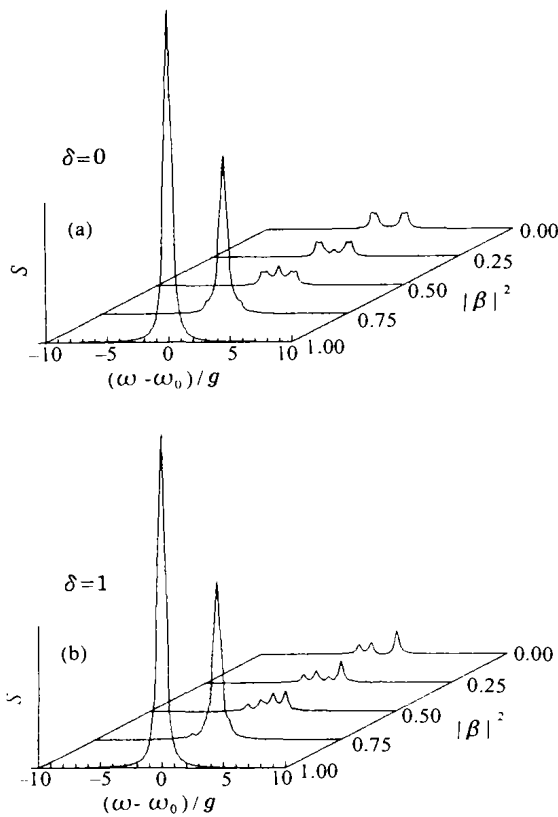


图 2 腔场谱随初始场强的变化  
 $\eta=0.7, \Gamma=0.2g, T=20/g$ .

计及两原子之间的偶极相互作用后，腔场谱不再是对称结构。当这种偶极相互作用较强 ( $g_a = g$ ) 时，腔场谱中出现不等高的四峰(图 1b)，其中高于共振频率  $\omega_0$  的一峰最高，低于  $\omega_0$  的两峰较低，这三

峰的峰位和峰高都不随  $\eta$  变化，只有中心峰 ( $\omega = \omega_0$ ) 的高度与  $\eta$  有关。原子间的耦合导致了高频谱线增强和低频谱线的分裂。

对于标准相干态， $\bar{n} = |\beta|^2$ ，在  $\eta$  给定的非线性相干态中，光场仍随着  $|\beta|^2$  的增大而非线性地增强。 $|\beta|^2$  不同时非线性相干态的腔场谱由图 2 给出。对于真空场 ( $|\beta|^2 = 0$ )，原子间无耦合时的腔场谱为对称双峰结构(图 2a)，有耦合时系统的腔场谱为非对称三峰结构(图 2b)，二者都无峰位在  $\omega_0$  处的中心峰。随着  $|\beta|^2$  的逐渐增大，这个中心峰将出现并随之增高。当  $|\beta|^2$  较大时，光谱中只有经典共振峰。

#### 4 结论

处于激发态的耦合双原子与高 Q 腔内非线性相干态光场相互作用过程中，真空场的腔场谱为非对称三峰结构，无频率为  $\omega_0$  的共振谱线。但该共振谱线会随初始场强的增大而变强，在初始场很强时，腔场谱中只出现经典共振峰。在弱场情况下，腔场谱一般为四峰结构，初始光场中光子数分布的变化(即 Lamb-Dicke 参数  $\eta$  的改变)会引起各谱线强度的改变，但不改变谱线频率。在原子间无耦合时，腔场谱最多只能出现三峰。

#### 参 考 文 献:

[1] Tahira Nasreen, Razmi M S K. Atomic Emission and Cavity Field Spectra for a Two-photon Jaynes-Cummings Model in the Presence of the Stark Shift[J]. J Opt Soc Am, 1993, **B10**(7): 1 292.

[2] Ashraf M M. Cavity Field Spectra of the Nondegenerate Two-photon Jaynes-Cummings Model[J]. Phys Rev, 1994, **A50**(6): 5 116.

[3] 高云峰, 冯 健, 宋同强. 两原子双光子 Jaynes-Cummings 模型的腔场谱[J]. 物理学报, 1999, **48**(9): 1 650.

[4] 高云峰, 冯 健, 史舒人. 二能级原子与双模场喇曼相互作用模型的腔场谱[J]. 物理学报, 2001, **50**(8): 1 496.

[5] 高云峰, 冯 健, 宋同强. 含克尔介质高 Q 腔内“单模场-单原子”系统的腔场谱[J]. 光学学报, 2001, **21**(11): 1 321.

[6] Tavis M, Cummings F W. Exact Solution for an N-molecule-radiation-field Hamiltonian[J]. Phys Rev, 1968, **170**(2): 379.

[7] Luo Z F, Xu Z Z, Xu L. Effects of Dipole Interaction on Emission Spectra of Atoms in Two-photon Processes[J]. Commun Theor Phys, 1993, **19**(4): 385.

[8] 宋同强, 冯 健, 王文正. 原子间的偶极相互作用对辐射场非经典性的影响[J]. 光学学报, 1994, **14**(7): 714.

[9] Feng J, Song T Q, Wang W Z, et al. Multiphoton Emission Spectrum of Two Atoms Interacting with Two Modes of Radiation Field[J]. J Phys, 1995, **B28**: 989.

[10] 黄春佳, 周 明, 刘安玲. 耦合双原子与压缩真空场 Raman 相互作用的动力学[J]. 物理学报, 2001, **50**(6): 1 064.

[11] de Matos Filho R L, Vogel W. Nonlinear Coherent States[J]. Phys Rev, 1996, **A54**(5): 4 560.

[12] Man'ko V I, Marmo G, Sudarshan E C G, et al. F-oscillators and Non-linear Coherent States[J]. Phys Scr, 1997, **55**(5): 528.

- [13] Junker G, Roy P. Non-linear Coherent States Associated with Conditionally Exactly Solvable Problems [J]. Phys Lett, 1999, **A257**: 113.
- [14] Sivakumar S. Generation of Even and Odd Non-linear Coherent States[J]. J Phys, 2000, **A33**(11): 2 289.
- [15] Roy B, Roy P. New Non-linear Coherent States and Some of Their Nonclassical Properties[J]. J Opt , 2000, **B2**: 65.
- [16] Eberly J H, Wodkiewicz K. The Time-dependent Physical Spectrum of Light[J]. J Opt Soc Am, 1977, **67**(9): 1 252.

## Cavity Field Spectra of Two Coupled Atoms Interacting with Nonlinear Coherent States Field\*

GAO Yun-feng<sup>1</sup>, FENG Jian<sup>2,3</sup>, SHI Shu-ren<sup>1</sup>

(1 *Department of Educational Technology, Liaocheng Normal University, Liaocheng 252059, China;*

*2 Laser Spectroscopy Laboratory, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics,*

*Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China;*

*3 Institute of Optical Communication, Liaocheng Normal University, Liaocheng, 252059, China )*

**Abstract:** The cavity field spectra of two coupled atoms interacting with a radiation field are investigated. The results for the initial fields in nonlinear coherent states are calculated. The effects of dipole-dipole interaction of atoms and the Lamb-Dicke parameter of the nonlinear coherent state fields on the cavity field spectra are analyzed.

**Key words:** two coupled-atoms; nonlinear coherent states; cavity field spectrum

---

\* **Foundation item:** Natural Science Foundation of Shandong Province (Q99A03)