

重离子束的随机冷却系统设计研究*

顾 玮 夏佳文 饶亦农 原有进

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

摘 要 随机冷却系统有助于提高兰州重离子冷却储存环(CSR)中束流累积效率,减小束流发射度.首先通过 Fokker-Planck 方程的建立,解出了某种初始分布下粒子分布的时间演化结果,并模拟了冷却过程;然后结合 CSR 物理设计参数,计算了部分典型被加速离子的冷却时间,同时比较了电子冷却和随机冷却的冷却力,得出了一些结论;最后提出了硬件设计方案.

关键词 随机冷却 Fokker-Planck 方程 冷却时间

分类号 TL503.91

1 引 言

自从 20 年前,第一次在 CERN-ISR 上观察到随机冷却束流以来,这项技术已在其它一些机器上(CERN、INS、FNAL)上得到重要的应用.随机冷却系统最初被设计用来提高反质子相空间密度,而今用于冷却质子和重离子的系统也在考虑和建设中.电子冷却对已经较“冷”的束流很有效,而随机冷却系统对“热”的束流冷却效果好,因而两种冷却方式互为补充.

比.然后信号被加到冲击器(Kicker)上,粒子在这里被加速或减速,也就是能量差被校正.这要求信号与粒子必须同时到达冲击器上.图 1 为随机冷却示意图^[1].

在实际系统中,粒子不但受到相关信号的作用,还受到噪声的作用.噪声分为两种,一种是放大器噪声,另一种为束流噪声.前一种来自拾取器和前级放大器的热噪声,后者为其它粒子的信号和.粒子受到相关冷却力和非相关噪声的共同作用.由于相关信号平均值在长时间下超过噪声平均值,经过一定的时间,束流的动量散度会减小.

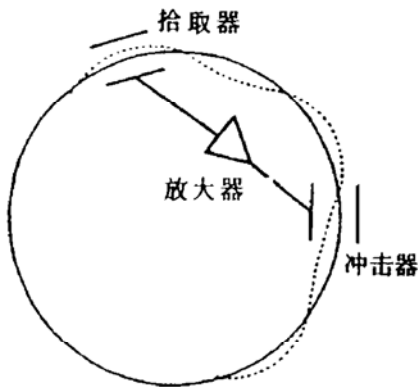


图 1 随机冷却示意图

在随机动量冷却过程中,环中的粒子与理想粒子的能量差被它自身产生的信号所校正.这个粒子在拾取器(Pickup)上被探测,输出信号通过陷波器,使得信号与能量差成正

2 分布函数

在分析冷却过程时,Fokker-Planck 方程是一个强有力的工具.这里,首先得到一个 Fokker-Planck 方程,然后,考虑比较理想的情况,解出了某种初始分布下的粒子分布时间演化结果,并给出了计算机模拟结果.

假定 $\Psi(x)$ 为粒子随误差 $x(x=\Delta p/p)$ 的分布,定义 $\Psi(x)=dN/dx$,如果每圈粒子在冲击器处受到的校正为 Δx ,那么误差值在 x_1 和 $x_0=x_1-\Delta x$ 之间的粒子数量为

$$\Delta N = \int_{x_0}^{x_1} \Psi(x) dx$$

将 Ψ 在 x_1 处泰勒展开,则

* 1997 - 03 - 25 收稿.

$$\Delta N = \Psi(x_1)\Delta x - \frac{1}{2} \frac{\partial \Psi(x_1)}{\partial x} (\Delta x)^2$$

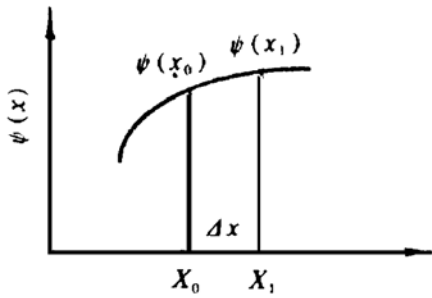


图 2 粒子分布示意图

定义平均粒子流量 $\Phi = f_0 \langle \Delta N \rangle_t$, 即每秒经过一给定值的粒子数, 则

$$\Phi(x) = f_0 \langle \Delta x \rangle_t \Psi(x)$$

$$- \frac{f_0}{2} \langle (\Delta x)^2 \rangle_t \frac{\partial \Psi}{\partial x}$$

由连续性方程

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} = 0$$

得到

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (-F\Psi + D \frac{\partial \Psi}{\partial x})$$

其中, $F = -f_0 \langle \Delta x \rangle_t$, $D = \frac{f_0}{2} \langle (\Delta x)^2 \rangle_t$. 对于 Palmer 冷却, 考虑比较理想的情况, 得到

$$\langle \Delta x \rangle_t = -g \frac{x}{N_s} = -g \frac{2W}{Nf_0} x,$$

$$\langle (\Delta x)^2 \rangle_t = g^2 \langle x_n^2 \rangle_t = g^2 x_{rms}^2 = \text{const}$$

可令

$$\gamma = -g \frac{2W}{Nf_0} x$$

对于

$$\frac{\partial}{\partial x} \omega(x, t) = L_{PF} \omega(x, t),$$

其中

$$L_{PF} = - \frac{\partial}{\partial x} D^{(1)}(x) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} D^{(2)}(x)$$

其中, $D^{(1)}(x) = -\gamma x$, $D^{(2)}(x) = D$, 它的格林函数为

$$P(x, t | x', t') = \left[\frac{\gamma}{2\pi D(1 - e^{-2\gamma(t-t')})} \right]^{1/2} \cdot \exp \left\{ - \frac{\gamma(x - e^{-\gamma(t-t')}x')^2}{2D[1 - e^{-2\gamma(t-t')}]} \right\}$$

解为

$$\omega(x, t) = \int P(x, t | x', t') \omega'(x', t') dx'$$

对于下面这种初始分布

$$\omega'(x', t') = \begin{cases} U_0 & -x_0 \leq x \leq x_0 \\ 0 & |x| < x_0 \end{cases}$$

因此, 很容易解出这种初始分布下的粒子分布时间演化结果, 如图 3 所示.

$$\omega(x, t) = U_0 \lambda_1 \frac{\sqrt{\lambda_2}}{\lambda_3} \left[\Phi \left(\frac{\lambda_3 x_0 - x}{\sqrt{\lambda_2}} \right) - \Phi \left(\frac{-\lambda_3 x_0 - x}{\sqrt{\lambda_2}} \right) \right]$$

其中,

$$\Phi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)(k-1)!} = \exp\{-x^2\} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k x^{2k+1}}{(2k+1)!!},$$

$$\lambda_1 = \left[\frac{\gamma}{2\pi D(1 - e^{-2\gamma(t-t')})} \right]^{1/2},$$

$$\lambda_2 = \frac{\gamma}{2D[1 - e^{-2\gamma(t-t')}]}, \quad \lambda_3 = e^{-\gamma(t-t')}$$

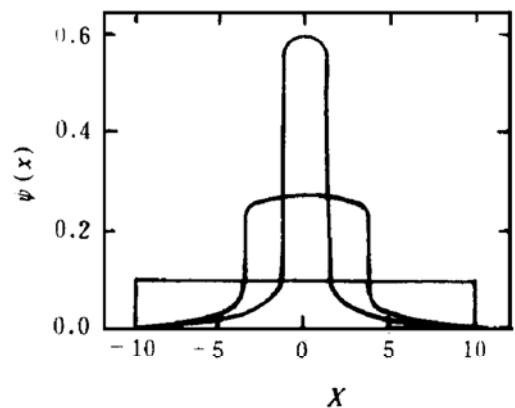


图 3 粒子分布时间演化结果

3 一些计算结果

在实际情况下, 考虑多种因素, 用文献 [2] 给出的冷却时间计算公式, 计算了一些典型离子的冷却时间, 见表所示.

冷却率

$$\frac{1}{\tau} = \frac{W}{N} [2g - g^2(M + U)]$$

当 $g_{opt} = \frac{1}{M+U}$ 时, 最大冷却率为

$$\frac{1}{\tau_{opt}} = \frac{W}{N(M+U)}$$

由于受到放大器功率的限制, 实际情况是在冷却初期, 信号放大倍数达不到最优值. 随着进一步冷却, 信噪比减小, 到达某一定值时, 将放大器倍数设置成最优值. 所以实际的冷却公式为

$$\tau_{tot} = \tau_{lim} + \tau_{opt}$$

$$= \int_{\epsilon_i}^{\epsilon_{trans}} \frac{\tau_{lim}(\epsilon)}{\epsilon} d\epsilon + \int_{\epsilon_{trans}}^{\epsilon_f} \frac{\tau_{opt}(\epsilon)}{\epsilon} d\epsilon$$

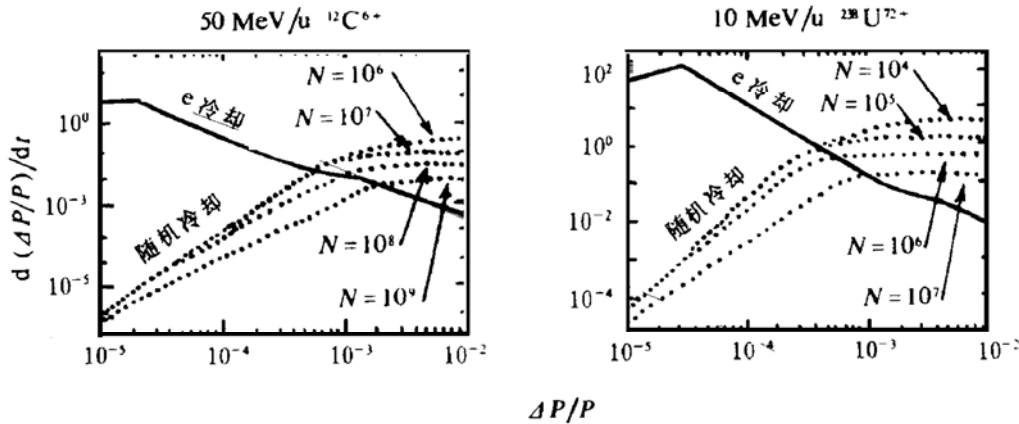


图 4 随机冷却与电子冷却在 CSR 注入能区的比较

4 随机冷却的基本装置

由于滤波器方法有较好的信噪比, 常用于动量冷却. 它的硬件结构如图 5 所示. 从拾取器上得到的束流信号经过和差网络处理后, 通过预放大器、中间放大器, 将信号放大. 然后通过陷波滤波器保留误差信号. 最后通过功率放大器、冲击器将信号耦合到束流上.

拾取器和冲击器具有相同的结构, 作拾取器时从束流拾取能量给电极, 作冲击器时把能量耦合给束流. 经常采用的为图 6 所示的环路耦合器.

L 为拾波器长度, Z_0 为终端电阻, 它的值等于拾波器特性阻抗, 一般取 50Ω , 所以 $Z =$

表示 一些典型离子的冷却时间

离子	能量 (MeV/u)	粒子数	t/s
$^{12}\text{C}^{6+}$	50	10^6	0.39
$^{132}\text{Xe}^{50+}$	25	10^6	0.17
$^{238}\text{U}^{72+}$	10	10^6	0.10

通过对电子冷却和随机冷却的冷却力比较, 如图 4 所示, 可以看出, 当束流动量散度大于千分之一左右时, 随机冷却力大于电子冷却力. 也就是说, 随机冷却适用于动量散度较大的场合. 同时从图中也可以看出, 随着粒子数的增加, 随机冷却力减小.

$1/4 \cdot \sqrt{\mu/\epsilon} \cdot \tau/W = 50$, 其中 $\sqrt{\mu/\epsilon} = 377 \Omega$, 得 $\tau/\tau_w = 0.531$.

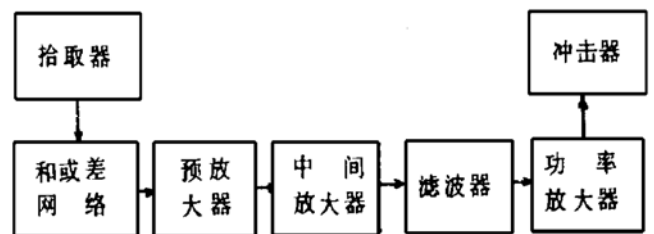


图 5 随机冷却的基本装置示意图

环路耦合器和束流间的耦合阻抗为

$$Z_c = \sqrt{50Z_0N} \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\omega}{\omega_m} \frac{\pi}{2}\right) \arctan \left(\frac{\sinh\left(\frac{\pi W}{2h}\right)}{\cosh\left(\frac{\pi}{h} x_0\right)} \right)$$

其中, N 为环路耦合器个数, ω_m 为中心频率.

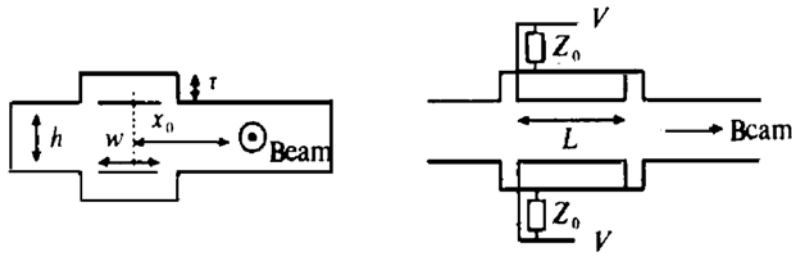


图 6 环路耦合器

5 讨 论

粒子加速器领域的一个重要成就,是发明了随机冷却.在储存环中的粒子,被电磁器件探测并进行位置和能量校正.连续束流随机冷却的原理和技术已较为成熟和完善,但在实际安装、调试中,依然存在着很多问题.

兰州重离子冷却储存环上安装随机冷却系统,在增加束流强度,减小束流发射度方

面,具有很大的意义.

参 考 文 献

- 1 Möhl D. Physics and Technique of Stochastic Cooling. Physics Report, 1980, 58(2): 73~119
- 2 Katayama T. Fokker-Planck Approach to Stochastic Momentum Cooling with a Notch Filter. Particle Accelerators 1987, 22: 99~120.

Design Study of Stochastic Cooling System for Heavy Ion Beams

GU Wei XIA Jiawen RAO Yinong YUAN Youjin

(Institute of Modern Physics, the Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

Abstract Stochastic cooling system in Cooling Storage Ring (CSR) at Lanzhou will help to cool beam phase space and increase the accumulation ratio and efficiency. In this paper, a Fokker-Planck equation is described and used to simulate cooling process. According to the main parameters of CSR, cooling time of some typical ions has been calculated and the cooling forces of electron cooling and stochastic cooling are compared. Finally, A hardware designing plan is proposed.

Key Words stochastic cooling Fokker-Planck equation cooling time