第 14 卷 第 2 期 原子核物理评论 Vol. 14, No. 2
1997 年 6 月 Nuclear Physics Review June, 1997

核物理

用推转玻尔-莫特森哈密顿量研究 A～190 区超形变带*

周善贵 郑春开# 许甫荣 胡济民#
(北京大学技术物理系 北京 100871)

摘 要 用推转玻尔-莫特森哈密顿量研究了 $A\sim190$ 区 20 个核的 55 条超形变带. 通过拟合实验测得的 E2 跃迁能量值，确定了各带的能级自旋，得到了质量参量 B_1 和硬度参数 C_0. B_1 和 C_0 都显示出明显的奇偶性.

关 键 词 超形变 推转模型 玻尔-莫特森哈密顿量 质量参量 奇偶性
分 类 号 O571.21

1 引 言

自 1986 年在 ^{152}Dy 中发现超形变带(Superdeformed band，简称 SD 带)以来，超形变核成为核结构研究的一个重要的前沿领域. 截止目前，人们已经在 $A\sim80$、130、150 和 190 区发现了一百多条 SD 带[1]. 由于从超形变态退激到正常形变态的 γ 跃迁很难被观测到，大部分 SD 带的能级自旋实验上无法确定. 因而，很多人试图在理论上给出能级自旋[2,3]. 文献[2,3]的工作采用的是经验的或者半经验的公式，与超形变核的内部结构联系不大.

最近，一个基于推转玻尔-莫特森哈密顿量(Cranking Bohr-Mottelson Hamiltonian，简称 CBMH)的振动-转动模型被提出[4]，并用于研究 $A\sim190$ 区的 26 条 SD 带[5]. 正如吴成礼等人[6]指出的，同其它公式或模型[2,3]一样，这里给出的公式也只能给出集体运动的角动量 R，因为顺排角动量 i_0(能级自旋 $I=R+i_0$)不能从拟合能谱得到. 但本工作对研究 SD 带的能谱和能级自旋 I 还是有很大意义的. 因为对多数 SD 带，能谱主要决定于 R，i_0 起的作用不大. 另外，一般认为超形变核(尤其是偶偶核)的顺排角动量 i_0 为 0[2]. 下文中，将把拟合得到的角动量直接写为 I.

CBMH 的一个主要优点是其中的参数有明确的物理意义. 因而可从参数中得到有关核结构的信息. 对 $A\sim190$ 区 SD 带的系统研究表明，质量参量 B_1 有明显的奇偶性，这表明对关联在这个区的超形变核中仍起着重要作用.

文中将给出对 $A\sim190$ 区 55 条 SD 带进行系统研究得到的结果. 由于文献[4,5]已详尽叙述了 CBMH，所以这里只在第二部分给出主要结果和拟合方法. 第三部分是结果与讨论. 小结及展望在第四部分给出.

2 拟合方法

从 CBMH 出发，假定超形变核是好的转子，用绝热近似和微扰方法，可得到描述 $A\sim190$ 区 SD 带能级能量和自旋的表达式[5]为

$$E=\frac{1}{2}\hbar\omega'\left[\left(1-\frac{3\omega^2}{\omega'^2}\right)^{-1/2}+\left(1-\frac{\omega^2}{\omega'^2}\right)^{-1/2}\right]+A\omega^2\left(1+\frac{3\omega^2}{\omega'^2}\right)\left(1-\frac{3\omega^2}{\omega'^2}\right)^{-2} \tag{1}$$

$$\sqrt{I(I+1)-K^2}=\frac{1}{2}\frac{\omega}{\omega'}\left[3\left(1-\frac{3\omega^2}{\omega'^2}\right)^{-1/2}+\left(1-\frac{\omega^2}{\omega'^2}\right)^{-1/2}\right]$$

* 国家自然科学基金、国家教委博士点基金、核工业总公司自然科学基金资助课题.
# 同时也在中科院理论物理研究所兼职.
1996-12-11 收稿.

$$+\frac{2}{\hbar}A\omega(1-\frac{3\omega^2}{\omega'^2})^{-2} \tag{2}$$

由实验 E_γ,可以得到自旋为 I 的能级转动频率为

$$\omega(I)=[E_\gamma(I+2)+E_\gamma(I)]/4 \tag{3}$$

用这样得到的转动频率 $\omega(I)$,通过由下式

$$E_\gamma[\omega(I)]=E[\omega(I)]-E[\omega(I-2)] \tag{4}$$

去拟合实验 E_γ,可得到一组参数($\hbar\omega_0'$,A_0).再由(2)式计算得到能级自旋 I_{cal}. 取最接近 I_{cal}的整数(对于偶 A 核)或半整数(对于奇 A 核)作为能级自旋.确定了能级自旋后,在考虑到(2)式的同时(用(2)式计算 ω),用(4)式去拟合实验 E_γ,可以得到一组新参数($\hbar\omega'$,A),($\hbar\omega'$,A)与($\hbar\omega_0'$,A_0)差别很小,但重新得到的能谱与实验 E_γ 符合得更好.因为这时用的 ω 是由(2)式计算得到的,而不是从实验 E_γ 提取出来的.

在(2)式中,K^2 会影响 I 的确定.由于实验数据中,关于 K 的信息很小,所以忽略了 K 的影响.这样,对于 K 值较大的 SD 带,拟合得到的能级自旋比真实值要小 1 ħ 左右.

由于 CBMH 比较适用于 ω 不太大的情况[4],对大多数 SD 带,可先用前九条 E_γ 来拟合,再用得到的参数去计算所有 E_γ.

3　结果与讨论

用上节叙述的拟合方法,研究了 $A\sim190$ 区的 55 条 SD 带,所得结果列于表 1.表 1 中的质量参量 B_1 和硬度参数 C_0 由下式计算

$$B_1=\frac{2}{3}\frac{A}{\bar{a}_0^2(1-3\omega_0^2/\omega'^2)^2} \tag{5}$$

$$C_0=B_1\omega'^2 \tag{6}$$

式中,$\bar{a}_0$ 为超形变核的四极形变值,计算时对所有核取 $\bar{a}_0=0.55$,ω 取为 SD 带中间能级的转动频率,σ 为均方根偏差,由下式定义

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[1-\frac{E_\gamma^{exp}(i)}{E_\gamma^{cal}(i)}]^2} \tag{7}$$

式中 N 为 E_γ 的数目.

1)一个用来确定能级自旋 I 的模型是否成功的标志之一,是 I 随着拟合所用的 E_γ 的数目的变化是不是很小.表 2 给出了 SD 带^{194}Hg(2b)和^{195}Tl(1a)的能级自旋 I_0 随 E_γ 的数目 N 的变化.由表中可见,随 N 的改变,I_0 的变化相当小.这可以从一个方面说明 CBMH 的合理性.

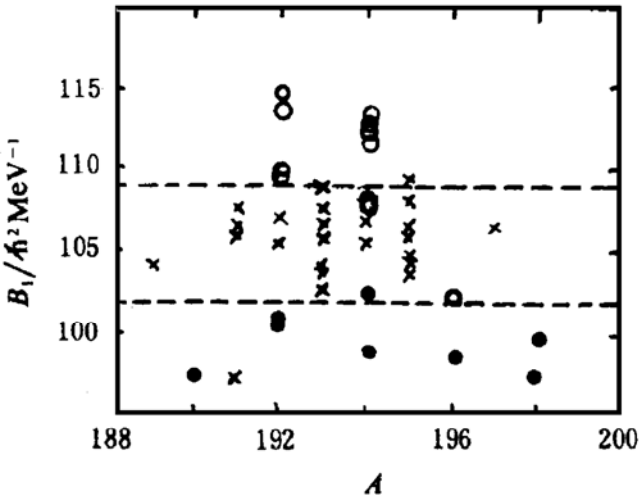

图 1　由拟合参数计算所得的 B_1.偶偶核晕带、偶偶核激发带和奇 A 核 SD 带、奇奇核 SD 带的结果分别用·、x 和 o 表示.两条虚线的位置分别在 $B_1=102\ \hbar^2\ \mathrm{MeV}^{-1}$和 $B_1=109\ \hbar^2\ \mathrm{MeV}^{-1}$

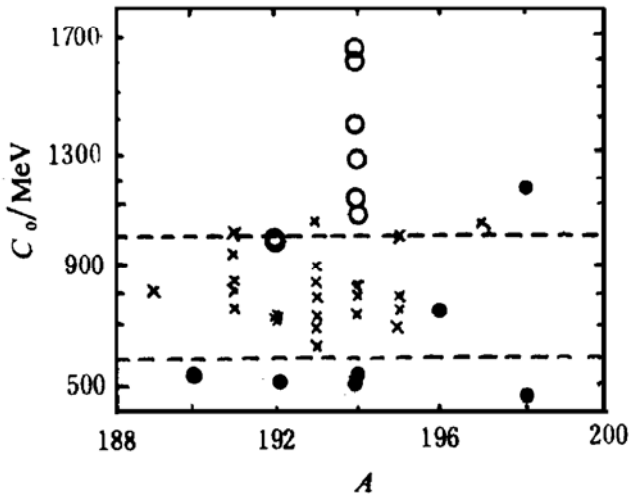

图 2　由拟合参数计算所得的 C_0.偶偶核晕带、偶偶核激发带和奇 A 核 SD 带、奇奇核 SD 带的结果分别用·、x 和 o 表示.两条虚线的位置分别在 $C_0=600$ MeV、$C_0=1\ 000$ MeV

2)表 2 中也给出了^{190}Hg(2)这条 SD 带的能级自旋 I_0 随 N 的变化. 由表 2 可得出结论，^{190}Hg(2)的最低能级自旋应为 29 ħ(I_0-2). 但文献[7]中，SD 带^{190}Hg(1)和^{190}Hg(2)之间的 M1 跃迁已观测到，从而可以判断出^{190}Hg(2)的最低能级自旋比^{190}Hg(1)的最低能级自旋高 13 ħ. 此外，表 1 给出的^{190}Hg(1)的最低能级自旋为 12 ħ，因而^{190}Hg(2)的最低能级自旋应为 25 ħ. 这比直接由拟合得到的 29 ħ 小 4 ħ. 这可能是由于 SD 带^{190}Hg(2)是建立在八极振动的基础上的，而 CBMH 只能描述四极振动，因而拟合结果不可靠.

3)图 1 和图 2 给出了质量参量 B_1、硬度参数 C_0 与质量数 A 的关系. 从表 1 及图 1 和图 2 可以看出，B_1 和 C_0 有明显的奇偶性. 为此，可以大致地将 52 条 SD 带(另有 3 条带发生了带交叉，将在后面讨论)分成三组：(1)偶偶核晕带，$B_1<102$ ħ^{2}MeV^{-1}，$C_0<600$ MeV；(2)偶偶核激发带和奇 A 核的 SD 带，$102<B_1<109$ ħ^{2}MeV^{-1}，$600<C_0<1\ 000$ MeV；(3)奇奇核 SD 带，$B_1>109$ ħ^2 MeV^{-1}，$C_0>1\ 000$ MeV.

由(1)、(5)式可见，质量参量 B_1 正比于 SD 带的带头转动惯量. 因而 B_1 的奇偶效应反映了对关联对 SD 带的影响. 对于偶偶核的晕带，由于对关联最强，因而 B_1 最小. 偶偶核激发带与奇 A 核的 SD 带中，准粒子减弱了对关联，因而使得 B_1 增大. 奇奇核中既有准中子，又有准质子，因而对关联最弱，B_1 最大.

表 1　拟合参数及计算所得 B_1、C_0. 最后一列给出的是均方根偏差的 100 倍. 发生带交叉的带的结果见表 3

SD 带	$E_\gamma(I_0\rightarrow I_0-2)$/keV	I_0	ħω′/keV	A/ħ^2 keV^{-1}	B_1/ħ^2 MeV^{-1}	C_0/MeV	100 σ
			偶偶核晕带				
^{190}Hg(1)	316.90	14.0	2350.2	0.04133	97.6	539.9	0.50
^{192}Hg(1)	214.80	10.0	2277.5	0.04348	100.5	521.1	0.63
^{194}Hg(1)	254.30	12.0	2289.0	0.04403	102.5	537.3	0.80
^{192}Pb(1)	262.60	12.0	2279.8	0.04316	100.8	523.7	0.63
^{194}Pb(1)	124.90	6.0	2278.1	0.04359	99.0	513.6	0.59
^{196}Pb(1)	171.00	8.0	2768.8	0.04351	98.5	754.8	0.53
^{198}Pb(1)	304.30	14.0	3430.9	0.04383	99.7	1173.1	0.30
^{198}Po(1)	175.91	8.0	2190.0	0.04227	97.3	466.5	0.47
			偶偶核激发带与奇 A 核 SD 带				
^{191}Au(1)	228.90	11.5	2771.4	0.04675	106.5	818.1	0.36
^{189}Hg(1)	366.20	17.5	2810.7	0.04459	104.1	822.5	0.37
^{190}Hg(2)	511.40	31.0	7402.1	0.05930	132.1	7237.7	0.20
^{191}Hg(1)	310.90	15.5	2970.3	0.04684	107.6	949.0	0.50
^{191}Hg(2)	252.40	12.5	2976.0	0.04684	106.6	943.7	0.15
^{191}Hg(3)	272.00	13.5	2662.0	0.04659	107.2	759.6	0.16
^{191}Hg(4)	280.90	12.5	3237.7	0.04269	97.2	1018.6	0.99
^{192}Hg(3)	333.10	16.0	2644.2	0.04526	105.5	737.5	0.88
^{193}Hg(1b)	254.00	12.5	2616.7	0.04623	106.2	727.1	0.34
^{193}Hg(2b)	233.50	11.5	2556.4	0.04613	105.8	691.1	0.47
^{193}Hg(3b)	240.50	11.5	4055.1	0.04581	102.7	1688.0	0.74
^{194}Hg(2a)	201.20	10.0	2631.2	0.04639	105.6	730.8	0.16

SD 带	$E_\gamma(I_0 \to I_0-2)$/keV	I_0	$\hbar\omega'$/keV	$A/\hbar^2\,\mathrm{keV}^{-1}$	$B_1/\hbar^2\,\mathrm{MeV}^{-1}$	C_0/MeV	$100\,\sigma$
^{194}Hg(2b)	262.60	13.0	2640.0	0.04653	106.9	745.3	0.33
^{191}Tl(1a)	317.90	15.5	2832.6	0.04586	105.9	849.5	0.12
^{191}Tl(1b)	377.80	18.5	2801.3	0.04606	106.0	832.0	0.32
^{193}Tl(1a)	228.10	11.5	2889.3	0.04740	107.6	898.5	0.22
^{193}Tl(1b)	248.30	12.5	2697.3	0.04728	108.9	792.5	0.15
^{195}Tl(1a)	146.20	7.5	3073.6	0.04728	106.0	1001.7	0.23
^{195}Tl(1b)	167.50	8.5	2735.1	0.04715	106.5	796.7	0.26
^{193}Pb(1)	277.20	13.5	4679.6	0.04726	105.7	2313.9	0.67
^{193}Pb(2)	190.50	9.5	4863.7	0.04660	103.7	2452.1	0.64
^{193}Pb(3)	250.60	12.5	3140.2	0.04705	106.7	1051.9	0.20
^{193}Pb(4)	273.00	13.5	2800.7	0.04682	107.3	841.4	0.30
^{193}Pb(5)	212.90	10.5	2717.8	0.04635	105.5	778.9	0.23
^{193}Pb(6)	234.10	11.5	2754.0	0.04634	105.7	801.6	0.28
^{194}Pb(2a)	241.20	12.0	2777.7	0.04705	107.3	828.0	0.28
^{194}Pb(2b)	260.90	13.0	2728.9	0.04697	107.6	801.4	0.20
^{195}Pb(1)	182.13	9.5	5096.4	0.04930	109.5	2843.6	0.17
^{195}Pb(2)	162.58	8.5	6730.6	0.04885	108.1	4896.8	0.63
^{195}Pb(3)	198.19	9.5	2554.6	0.04586	104.4	681.6	0.78
^{195}Pb(4)	213.58	10.5	2688.0	0.04594	104.7	756.2	0.32
^{195}Bi(1)	261.10	12.5	2592.0	0.04537	103.7	696.5	0.47
^{197}Bi(1)	186.70	9.5	3128.3	0.04734	106.6	1043.0	0.42
			奇奇核 SD 带				
^{192}Tl(1a)	283.00	15.0	7369.6	0.05115	113.4	6157.2	0.53
^{192}Tl(1b)	337.50	18.0	7690.9	0.05167	114.6	6779.7	0.10
^{192}Tl(2a)	233.40	12.0	3029.8	0.04843	109.7	1007.2	0.27
^{192}Tl(2b)	213.40	11.0	3005.8	0.04838	109.4	988.3	0.20
^{194}Tl(1a)	268.00	14.0	3366.9	0.04964	112.3	1272.5	0.14
^{194}Tl(1b)	209.30	11.0	3191.5	0.04949	111.5	1135.4	0.15
^{194}Tl(2a)	240.50	12.0	3590.1	0.04794	107.8	1389.5	0.96
^{194}Tl(2b)	220.30	11.0	3178.5	0.04764	107.5	1085.9	0.51
^{194}Tl(3a)	187.90	10.0	3767.3	0.05070	113.3	1607.6	0.47
^{194}Tl(3b)	207.00	11.0	3821.4	0.05064	112.9	1649.2	0.34
^{196}Bi(1)	166.20	8.0	4600.1	0.04605	102.4	2166.7	1.09

从表 1 中可以看出，有一些 SD 带，例如，^{191}Hg(4)、^{193}Hg(3b)、^{192}Tl(1a,1b)、^{193}Pb(1,2)、^{195}Pb(1,2)、^{196}Pb(1)、^{198}Pb(1)和^{196}Bi(1)，C_0 的值特别大，不符合上面给出的 C_0 的奇偶性规律. 这可能是由于这些 SD 带对应的核的内部结构有某种特殊性，而得出 CBMH 时所用的近似方法不能很好地描述这种特殊性. 事实上，上面提到的这些带的动力学转动惯量 $\mathscr{T}^{(2)}$ 随转动频率 ω 的变化比较平缓. 而大多数 $A\sim190$ 区的 SD 带的 $\mathscr{T}^{(2)}$ 随 ω 增大而有明显的增加. 一般认为，$\mathscr{T}^{(2)}$ 随 ω 的平缓变化是奇准粒子占据高 j 低 Ω 的入侵轨道引起的阻塞效应造成的[8].

4)SD 带^{192}Hg(2)、^{193}Hg(1a)和^{193}Hg(3a)中发生了带交叉. 对这三条带，分别用带交叉前和带交叉后的 E_γ 进行拟合，得到的结果列于表 3.

由表 3 可见，对每一条带，两次拟合得到

的能级自旋都是一致的. 带交叉前，^{192}Hg(2)和^{193}Hg(1a)以及带交叉后，^{193}Hg(3a)的 B_1 和 C_0 符合前面提到的 B_1 和 C_0 的奇偶性. 带交叉后，^{192}Hg(2)和^{193}Hg(1a)以及带交叉前，^{193}Hg(3a)的 C_0 特别大，可能是由于这时高 j 低 Ω 的入侵轨道被占据[9,10]. 而 B_1 比较大则可能是受带交叉的影响所致.

4　小结及展望

用推转玻尔-莫特森哈密顿量研究了 $A\sim190$ 区的 55 条超形变带. 得到了能级自旋、质量参量 B_1 和硬度参数 C_0. 对 B_1 和 C_0 的系统研究表明，它们都有明显的奇偶性. B_1 的奇偶性反映了对关联对这一区的超形变核的影响. 一些 SD 带的较大的 C_0 可能与这些带对应着核的内部结构的某种特殊性有关. 对发生带交叉的三条 SD 带进行了较细致的研究.

到目前为止，关于 CBMH 的工作都是利用从它导出的能谱公式和角动量公式去拟合实验能谱，从而得到参数的系统学规律. 正如引言中提到的，CBMH 是建立在明确的物理基础上的，其中的参数如转动惯量、质量参量以及硬度系数都能由微观方法计算. 这就为检验 CBMH 的合理性以及本工作中得到的 B_1 和 C_0 的奇偶性提供了一条可行的途径. 现在，这项工作已经展开.

表 2　用不同数目(N)的 E_γ 拟合得到的能级自旋 I_0

^{194}Hg(2b)[a]				^{195}Tl(1a)[b]				^{190}Hg(2)[c]	
No.	I_0	No.	I_0	No.	I_0	No.	I_0	No.	I_0
6	13.03	11	13.09	6	7.53	11	7.48	4	30.30
7	13.04	12	13.07	7	7.52	12	7.47	5	30.81
8	13.03	13	13.07	8	7.53	13	7.47	6	31.01
9	13.02	14	13.13	9	7.51	14	7.44	7	30.97
10	13.05	15	13.16	10	7.50	15	7.45		

a $E_\gamma(I_0\rightarrow I_0-2)=262.6$ keV　b $E_\gamma(I_0\rightarrow I_0-2)=146.2$ keV　c $E_\gamma(I_0\rightarrow I_0-2)=511.4$ keV

表 3　发生带交叉的 SD 带的拟合结果

SD 带	^{192}Hg(2)[a]		^{193}Hg(1a)[b]		^{193}Hg(3a)[c]	
	d	e	d	e	d	e
I_0	14	14	9.5	9.5	15.5	15.5
$B_1/\hbar^2$ MeV^{-1}	107.0	120.4	104.0	118.9	113.8	106.1
C_0/MeV	722.2	1481.0	631.7	1457.0	3552.2	1041.6

a $E_\gamma(I_0\rightarrow I_0-2)=282.4$ keV　b $E_\gamma(I_0\rightarrow I_0-2)=192.3$ keV　c $E_\gamma(I_0\rightarrow I_0-2)=291.0$ keV
d 带交叉前拟合结果　　e 带交叉后拟合结果

参　考　文　献

1　Han Xiaoling, Wu Chengli. Nuclear Superdeformation Data Tables. Atomic data and Nuclear Data Tables, 1996, 63:117～125

2　Becker J A, Henry E A, Kuhnert A et al. Leuel Spin for Superdeformed Nuclei near $A=194$. Phys Rev, 1992, C46:889～903

3　Wu C S, Zeng J Y, Xing Z et al. Spin determination and Calculation of Nuclear Superdeformed Bands in $A=190$ Region. Phys Rev, 1992, C45:261～274

4　Hu Jimin, Xu Furong. Coupling between Rotational and Vibrational Motions with the Cranking Bohr-Mottelson Hamiltonian. Phys Rev, 1993 C48:2270～2276

5　Xu Furong, Hu Jimin. Cranking Bohr-Mottelson Hamiltonian Applied to Superdeformed Bands in $A=190$ Region. Phys Rev, 1994, C49:1449～1453

6　Wu Chengli, Feng Dahsuan, Guidry Mike. Is There

Objective Evidence for Quantized Spin Alignment in Superdeformed Nuclei. Phys Rev, 1992,C46:1339～1345

7 Crowell B, Carpenter M P, Janssensi R V F et al. Realtive Spins and Excitaion Energies of Superdeformed Bands in ^{190}Hg: Further evidence for octupole vibration. Phys Rev, 1995,C51:R1599～R1603

8 Farris L P, Henry E A, Becker J A et al. Neutron Blocking and Delayed Proton Pair Alignment Insuperdeformed ^{195}Pb. Phys Rev, 1995,C51:R2288～R2292

9 Fallon P, Lauritsen T, Ahmad I et al. Quasiparticle Excitations in Superdeformed ^{192}Hg. Phys Rev, 1995, C51:R1609～R1612

10 Joyce M J, Sharpey-schafer J F, Riley M A et al. The $N=7$ Unfavored Superdeformed Band in ^{193}Hg, Coriolis Splitting and Neuttron Shell Structure at Extreme Deformation. Phys Lett, 1994, B340:150～154

Study on Superdeformed Nuclei in A～190 Region with Cranking Bohr-Mottelson Hamiltonian

ZHOU Shangui ZHENG Chunkai XU Furong HU Jimin

(*Department of Technical Physics*, *Peking University*, *Beijing* 100871)

Abstract 55 superdeformed bands in 20 nuclei of the A～190 region are studied with formulas derived from the Cranking Bohr-Mottelson Hamiltonian. From fitting the experimental E_γ, the level spins are determined and mass parameter B_1 and rigidity parameter C_0 are obtained. The B_1 and C_0 values show clear odd-even effects.

Key Words superdeformation cranking model B-M Hamiltonian mass parameter odd-even effects

(上接第 101 页)

distribution of two-particle relative pseudorapidity and the correlation between the mean maximum number density of shower particles and multiplicity are investigated.

Key Words shower particle relative pseudorapidity number density of shower particles