

# 从中高能重离子碰撞探索核状态方程

葛凌霄

(中国科学院近代物理研究所 兰州 730000)

**摘要** 本文评述了从中高能重离子碰撞探索原子核状态方程的研究. 分别在静态和动力学情况下给出了状态方程研究的结果.

**关键词** 状态方程, 静态性质, 液气相变, 动能流张量, 横动量.

## 1 引言

对原子核状态方程(EOS)的研究,是近十多年间,核物理领域中感兴趣的课题之一. 人们对于在正常密度下( $\rho_0 = 0.15 \sim 0.17 \text{fm}^{-3}$ )原子核的性质已有了充分的认识,但对于在高温( $T > 3 \text{MeV}$ )和非正常密度( $\rho$ 大于或小于 $\rho_0$ )下原子核的性质,特别是它的稳定性并没有认识清楚. 低能核-核反应不可能产生高温和非正常密度的原子核,而中高能重离子碰撞可产生高温,同时,由于碰撞动力学效应,压缩过程形成高密度,膨胀过程会产生低密度(都相对于正常密度而言). 所以,人们把中高能重离子碰撞看作是认识核物质新形式的工具,试图用它来获得核物质新形式或状态方程的知识.

我们熟悉热力学和统计物理中讨论的不同类型的气体(经典、费米和范得瓦尔斯)的热力学量,诸如密度 $\rho$ 、温度 $T$ 、熵 $S$ 和压力 $P$ 之间的关系和变化,对原子核,如果实验方法能观测和从其它相关资料提取( $\rho, T, S, P$ )在碰撞过程中的演化,对状态方程理解会更直观一些. 如果测量了从相互作用范围发射的核子数 $M_n$ 和它的体积 $V$ ,自然 $\rho = M_n/V$ ,  $M_n$ 的测量似乎是直接了当的,问题是源的体积的确定,这正是某些实验家正在致力探索的. 通过发射粒子能谱来提取温度是普遍采用的近似方法,但由于发射粒子能谱的复杂性,所提取的有效温度关联于碰撞过程的时-

空演化. 目前,也只能采用分析同状态方程灵敏的观测量来实现.

十多年来,人们在静态热力学平衡情况下研究了核物质状态方程,但在理论模型中,静态往往是理想化的,而动力学过程确实十分复杂. 我们知道,中能重离子碰撞过程受着平均场、两体碰撞和泡利原理三要素支配,不包括状态方程在模型中的理论都不能描述动力学过程. 就目前的情况而言,包括着三要素的理论如 Boltzmann-Uhling-Uhelebeck 方程(BUU),量子分子动力学(QMD)和流体动力学方法,似乎是近乎等价的给出核-核碰撞图像,它们为从重离子碰撞来提取状态方程知识提供了方法.

## 2 核状态方程的静态性质

假设核物质密度为 $\rho(\vec{r})$ 和温度为 $T(\vec{r})$ ,我们定义包括在体积 $V$ 中的能量为

$$E = \int_V \rho \epsilon(\rho, T) dV \quad (1)$$

简单地说,可把 $\epsilon(\rho, T)$ 称为核物质状态方程,诸如压力、不可压缩系数都可由它得到. 如果假设了区域的热力学平衡,核物质可由EOS,即 $\epsilon(\rho, T)$ 来描述.

$$\epsilon(\rho, T) = \epsilon_0(\rho, T=0) + E_{th}(\rho, T) \quad (2)$$

$\epsilon_0(\rho, T=0)$ 为每个核子基态能量,  $E_{th}$ 为每核子热能,而压缩能和热能定义为

$$\epsilon_{com}(\rho) = \epsilon_0(\rho) - \epsilon_0(\rho_0) \quad (3)$$

$$\epsilon_{th}(\rho, T) = \epsilon(\rho, T) - \epsilon_0(\rho, T=0) \quad (4)$$

由基本的热力学关系, 可从  $\epsilon(\rho, T)$  得到压力  $P$  和不可压缩系数  $K$ .

$$P = -\left(\frac{d\epsilon}{dV}\right)_s = \rho^2 \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}\right)_s \quad (5)$$

$$K = 9\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s \quad (6)$$

对于原子核基态, 已知三个基本关系

$$\epsilon_0(\rho_0, T=0) \approx 16 \text{ MeV} \quad (7)$$

$$P = \left.\frac{d\epsilon_0}{d\rho}\right|_{\rho_0} = 0 \quad (8)$$

$$K = 9\rho^2 \left.\frac{d^2\epsilon_0}{d\rho^2}\right|_{\rho_0} = 210 \pm 30 \text{ MeV} \quad (9)$$

(9) 式中给出的  $K$  仅对于  $\rho = \rho_0$  处, 当然, 通过压强可推广到任意密度, 如(6)式.

(2) 式中, 热能与温度和密度的依赖关系, 目前知道的仍很少. 得采用模型来预言, 模型的关键是相互作用的选取. 我们的目的,

是要计算单粒子能量.

$$E = \epsilon_{\text{kin}} + \epsilon_{\text{pot}} \quad (10)$$

$\epsilon_{\text{kin}}$  和  $\epsilon_{\text{pot}}$  分别为动能和位能. 在 Hatree-Fock 近似下, 能量为

$$E = \sum_{\lambda} t_{\lambda} n_{\lambda} + \frac{1}{2} \sum_{\lambda} U_{\lambda} n_{\lambda} \quad (11)$$

其中,

$$t_{\lambda} = \frac{\hbar^2 k_{\lambda}^2}{2m} \quad (12)$$

$$U_{\lambda} = \sum_{\beta} \langle \lambda\beta | V(R, r) | \lambda\beta \rangle_A n_{\beta} \quad (13)$$

$A$  指反对称化,  $n_{\lambda}(\beta)$  为状态  $\lambda(\beta)$  的占有数,  $m$  为核子质量, 如状态占有几率取理想费米气体形式,

$$n(K) = \theta(K - K_f) \quad T = 0 \quad (14)$$

$$n(\epsilon) = [1 + \exp(\frac{\epsilon - \mu}{T})]^{-1} \quad T \neq 0 \quad (15)$$

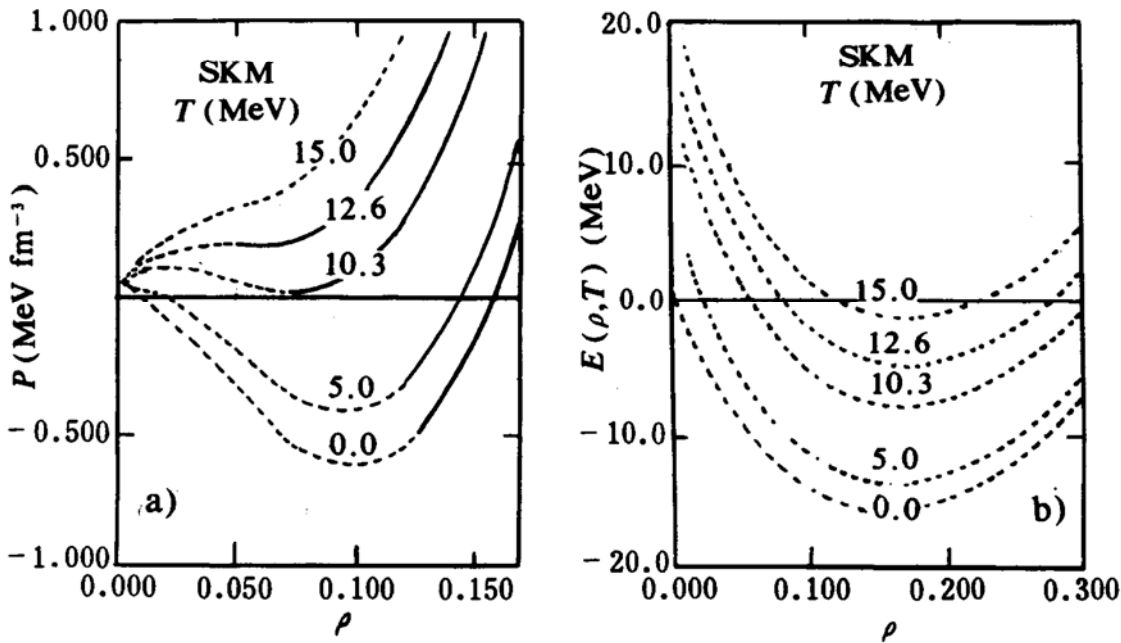


图 1 a) 对称核物质在不同温度下的单核子能量随密度的变化,  
b) 对称核物质在不同温度下, 压力随密度的变化

那么, 一旦相互作用  $V(R, r)$  给出, 就容易完成(13)式矩阵元的计算. 图 1 a 和 b 给出了在 Skyrme 有效相互作用下<sup>[1]</sup> 对称核物质在不同温度下的单粒子能量和压力随密度的变化<sup>[2]</sup>. 有限温度下的  $E/N \sim \rho$  等温线与零温的  $E/N \sim \rho$  相比有类似的形状, 但随温度升

高, 整个曲线上抬, 即同密度下单粒子能量随  $T$  升高而增大,  $E/N$  取极小的位置稍偏右移, 但基本不变, 当温度升高时核子动能增大或者说越来越多的核子占据激发态, 使单粒子平均能量增大, 一方面高  $\rho$  的核物质束缚较紧, 限制了核子激发, 另一方面, 低  $\rho$  的粒子

动能小 ( $\sim \rho^{2/3}, T=0$ ),  $T$  增大时, 增加动能小.  $T \neq 0$  时, 在  $\rho$  很小的区域,  $E/N$  为正, 这由于当  $\rho$  很小时, 核子间作用小, 起主要作用的是动能, 核子动能不为零.

核物质的等温线  $P-\rho$  曲线与范得瓦尔斯气体的等温线相似, 可以仿照 Van der Waals loop 来分析. 可以看到 (图 1, a),  $P-\rho$  相图的等温线由两个范围组成, 高密低温范围相应于液相, 低密高温范围相应于气相, 还存在着一个液气相的混合, 随着温度的升高, 从一个相到另一个相的混合路径变短, 到临界值时, 变为零.

核的状态方程特别有助于原子核稳定性的分析, 在  $P-\rho$  相图中, 我们看到, 热核系统存在着两类不稳定性, 一类是液气相变, 另一类是 Spinodal 范围出现的力学不稳定性, 在这个区域内, 不可压缩系数  $K$  为负值, 如果初始压缩大, 系统可以进入这个不稳定区域, 假若在这个范围, 系统保持一个足够长的时间, 这时系统会碎裂成集团.

核状态方程用方程 (13) 计算是相当困难的, 普遍采用一种借助于核物质的计算方法, 总能量由体积能、表面能和库仑能组成, 其体积能采用核物质结果, 表面能和体积能采用半经验公式计算. 在这种近似下,  $P-\rho$  相图中, 等温线形状和核物质是相同的, 附加的表面和库仑力使有限核的临界温度比核物质的要低, 在同一密度下, 有限核的单粒子能量比核物质单粒子能量随温度变化更弱一些.

到目前为止, 无论采用哪一种相互作用, 无论考虑相对论情况还是非相对论情况, 液气相变的预言都存在. 根据液气相变的预言, 多次碎裂认为是这种相变的表示, 形成碎片  $A$  的几率应服从幂定理特征, 总的来说, 碎片产额在不同温度范围可粗略表示为

$$T = T_c, \quad Y(A) = Y_0 A^{-\tau} \quad (16)$$

$$T < T_c, \quad Y(A) = Y_0 A^{-\tau} \cdot \exp\left(-\frac{4\pi r^2 \sigma}{T} A^{2/3}\right) \quad (17)$$

$$T > T_c, \quad Y(A) = Y_0 A^{-\tau} \exp\left(\frac{\mu_g}{T} A\right) \quad (18)$$

$\tau$  为幂指数,  $\sigma$  为表面张力系数,  $\mu_g$  为气相的化学势. 不少实验结果, 特别是能量高时, 碎片的质量分布可用 (16) 式来符合. 但是, 碎片来源问题的研究, 如果考虑碰撞过程的动力学效应, 如象 QMD 的计算<sup>[3]</sup>, 预言的碎片质量分布并不完全符合幂定理的预言. 多次碎裂是相跃迁的表示吗? 有没有其它表示呢? 目前还是个问题. 人们把注意力集中于中间质量碎片的起源, 是不是同系统达到负的不可压缩系数范围, 即 Spinodal 不稳定区域相联系, 也是一个正在探索的问题.

### 3 探索核状态方程的实验观测量

一般来说, 由于中能重离子碰撞受平均场、两体碰撞和泡利原理共同支配, 实验所有观察量都会受到状态方程影响, 从非全熔合截面到热核的能量储藏等. 近年来,  $4\pi$  探测器, 如中子球、 $4\pi$  带电粒子探测器, 为探测在一次事件中所有粒子和它的动量提供了工具. 根据可探测一次事件中所有粒子和动量, 理论和实验都设法提出分析方法, 选取一些观察量, 而这些观察量受状态方程的明显影响或制约. 下面介绍一些观察量.

#### 3.1 动能流张量和流角<sup>[4]</sup>

定义一个动能流张量为

$$F_{ij} = \sum_{\nu=1}^n \omega_{\nu} P_i(\nu) P_j(\nu) \quad (19)$$

其中,  $\nu$  为实验观测的粒子种类,  $i, j = x, y, z$  方向,  $\omega_{\nu}$  为权重

$$\omega_{\nu} = (2M_{\nu})^{-1} \quad (20)$$

$M_{\nu}$  为第  $\nu$  个粒子的质量.  $F_{ij}$  可有本征值  $f_n$ , 对动量流张量  $F_{ij}$  进行对角化处理, 它会确定核的形状, 如  $F_{ij}$  规定了一个椭球, 这个椭球沿着正交本征向量  $e_n$  的主轴, 半径为  $\sqrt{f_n}$ . 我们知道,  $F_{ij}$  张量的本征值满足立方方程, 由它可以得到  $f_n$ . 在极坐标情况下, 即

$$e_n(\cos\theta_n \cos\varphi_n, \sin\theta_n \sin\varphi_n, \cos\theta_n), \quad \cos\theta_n = [1 + e_n^2 + (f_n - F_{33} - F_{23} C_n)^2 / F_{13}^2]^{-1/2} \quad (21)$$

$$C_n = \frac{(F_{11} - f_n)(F_{33} - f_n) - F_{13}^2}{F_{12}F_{13} - F_{23}(F_{11} - f_n)} \quad (22)$$

规定极大的动能流的极角为流角, 即极大动能流方向和束流方向之间的夹角  $\theta_i$ , 如流本征值次序为  $f_1 > f_2 > f_3$ , 那么  $\theta_i = \theta_1$ . 流角  $\theta_i$  规定了动量流的方向,  $R = \frac{f_1}{f_3}$  用来规定在最大动量流方向带走动量的相对大小. 一般流角分布  $\frac{dN}{d(\cos\theta_i)} \sim \theta_i$  是一个理论与实验可比较的量.

### 3.2 横动量<sup>[5]</sup>

定义一个由探测粒子  $v$  的横向动量  $\vec{P}_v^\perp$  所构成的向量.

$$\vec{Q} = \sum_{v=1}^n \omega_v \vec{P}_v^\perp \quad (23)$$

取权重因子  $\omega_v = 1$  和  $-1$ , 前者相应  $P_z > 0$ , 后者相反. 向量  $\vec{Q}$  的方向可用来估计一个事件的反应平面, 而它的大小可用来确定平均的横向动量转移. 投影动量在反应平面上

$$P_v^x = P_v^\perp \frac{\vec{Q}_v}{Q_v} \quad (24)$$

引入快度  $y$  后, 动量  $\vec{P}$  可由  $[Y, \vec{P}^\perp]$  来表示,

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{E + P_z}{E - P_z} \right] \quad (25)$$

如果把快度分为小间隔, 就可由 (24) 式得到某个快度间隔中的  $P_v^x$ . 同时, 在这个快度间隔中, 也可以得到总粒子数, 即

$$\frac{\langle P_x \rangle}{A(y)} = \frac{P_y^x}{N_y} \quad (26)$$

$P_y^x$  是  $Y$  间隔中  $P_x$  的平均值,  $N_y$  为  $Y$  间隔中的总粒子数.  $\frac{\langle P_x \rangle}{A}$  通常称为横动量, 它是一个理论和实验可以比较的量. 同时, 快度分布  $\frac{dN}{dy} \sim Y$  的实验提取也是目前流行的探索状态方程的观察量.

### 3.3 方位分布

$$\text{定义 } P_\perp = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad (27)$$

$$\text{那么, 方位角为 } \Phi_j = \text{tg}^{-1} \left( \frac{P_j^y}{P_j^x} \right) \quad (28)$$

实验可以提取在不同快度范围内, 方位角分

布, 会给出不同特征, 它相关于各种现象.

通过对流角、横动量和方位分布的研究, 不仅提供一些反应动力学和低中能过渡区反应动力学演化的知识, 而且为研究状态方程提供了探针. 可以设想, 集体流来源于碰撞动力学的压缩效应, 压缩产生了密度梯度, 也就导致了位势梯度, 如产生的力是排斥力, 就会有大的集体边流. 因此, 这些观测量灵敏地相关于核碰撞动力学和不可压缩系数的大小. 当然, 不能说这几个量是探索状态方程唯一的量和最好的量. 碰撞过程中产生的  $K$  介子也是一个灵敏于状态方程的量, 介子不是原子核的基本分量, 它只能产生于高温、高密度的参加者区域和核-核碰撞动力学. 早期, 由  $\pi$  介子多重性来提取不可压缩系数, 但由于  $\pi$  的短平均自由程和强吸收, 会对碰撞初期阶段提供有误的信号. 而  $K$  介子有长的平均自由程和不易被吸收的优点. 但  $K$  介子阈能高, 阈下  $K$  数量少.

## 4 动力学理论对状态方程的分析

早在 70 年代中期, 原西德法兰克福的科学家们对较高能量的核-核碰撞作了流体动力学计算, 预言碰撞过程中存在压缩, 在它们互相重叠的区域, 密度突然上升. 这时, 如果相的相对运动速度大于这个密度内核扰动的传播比率, 就会出现冲击波和边流现象. 我们都知道, 在低能核-核碰撞中, 实验并未发现存在着压缩的信息, 所以, 是否存在碰撞过程中的压缩效应, 一直是人们关注的问题. BUU 和 QMD 方法都再现了流体动力学方法所预言的压缩效应, 用密度相关平均场的 BUU 计算发现,  $150 \text{ MeV/u } ^{20}\text{Ne} + ^{20}\text{Ne}$  碰撞,  $\rho_{\max} = 2\rho_0$ . 两体碰撞只有在较高轰击能量时, 对压缩的贡献才会加强, 压缩主要由平均场引起, 极大压缩密度依赖于平均场. 问题是原子核的不可压缩系数  $K$  应该是多大呢?

核内级联模型 (INC) 忽略了平均场, 也就是未包括压缩能, 预言  $\pi$  介子多重性与实验

有系统的差异,如把这种差异归因为压缩能,提取  $K$  大约是 380MeV. 仅仅由密度相关的平均场所做的 BUU 计算<sup>[6]</sup>发现,在硬势( $K = 380\text{MeV}$ )的情况下,横动量 $\langle P_x \rangle/u$  快速分布有接近于实验大小的趋势;软势( $K = 200\text{MeV}$ )时,所计算的横动量较小,早些年,人们头脑里有了原子核是硬的概念. 同时,人们觉得这个值与通常认为的  $K = 210\text{MeV}$  [(9)式]有大的差异. 因此,从实验和理论来探索原子核的软硬程度是一个迫切的问题,由于实验数据的理论提取是模型相关的,而不同理论模型也给出不同的值,因而,不可压缩系数成为一个挑战性的课题.

我们知道,一个运动的核子所感受到的其它运动核子的相互作用,即平均场该是动量相关的,仅仅密度相关的平均场显然不符合实际情况,由动量和密度相关的平均场的 BUU 计算发现<sup>[6]</sup>,如果考虑了动量相关的平均场,尽管不可压缩系数  $K = 210\text{MeV}$ ,似乎还是很软的. 但在能量较高时,它可以使软的状态方程获得硬的( $K = 380\text{MeV}$ )无动量相关平均场的结果. 集体流非常灵敏地由动量相关平均场所影响,考虑了动量相关势后,显然增大了流角饱和值,使流角分布范围变大,峰值移向大角度值(图 2),同时,也增大了横动量转移,比较 SKM 及软硬势相互作用时的横动量分布,可以明显看到(图 3). 因此,原子核是硬的看法值得怀疑. 但  $K$  应是多大呢? 鉴于模型依赖的动量相关平均场形式,还不可能给出一个公认的看法.

动量相关标志着相互作用的非区域性,使得有效质量  $m^*/m$  和  $K$  都代表着平均场的特征,找到有效质量的大小,也是探索核状态方程的重要任务,完全相同的  $m^*/m$  和  $K$ ,即基态性质完全相同的两组平均场的 BUU 计算会给出一致的结果<sup>[6]</sup>,但  $m^*/m$  不同, $K$  相同时,小的  $m^*/m$  会给出大的横动量,大的  $m^*/m$  得到小的横动量. 相反, $m^*/m$  相同,尽管  $K$  的差异很大,计算的横动量差别并不象  $m^*/m$  不同那样强烈. 动量相关的平均场贡

献为排斥力,压缩所导致的位势梯度,即力排斥越大,得到大的横动量转移是必然的结果. 目前人们寻找一种只灵敏于  $m^*/m$  而与  $K$  不依赖的观察量,试图找到真正的  $m^*/m$  值,是否  $m^*/m$  大约在 0.80 附近,还不能得出最后结论.

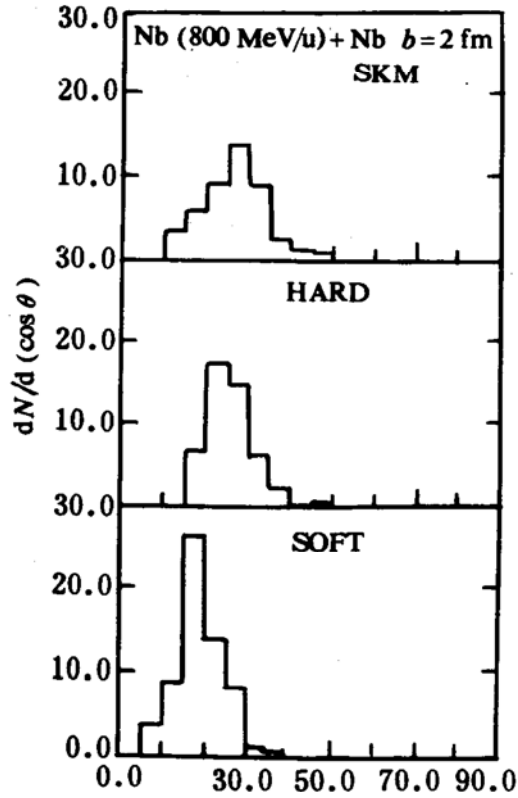


图 2 三种不同平均场下的流角分布(时间  $t = 40\text{fm}/c$  时)

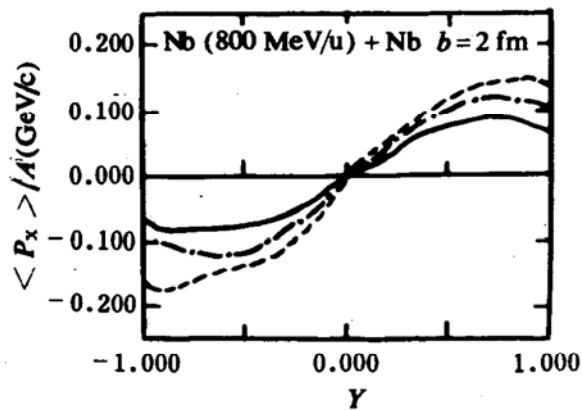


图 3 三种不同平均场下每核子横动量分布  
—软势, - - -硬势, - · - SKM 参数势

我们知道,平均场有吸引和排斥部分,低能时,吸引占优势,而能量高时,排斥为主. 因

此,存在吸引和排斥的竞争,这种竞争程度同轰击能量紧密相关.这种竞争结果,会出现一个吸引和排斥相互抵消的能量,在这个能量下,横动量转移消失,大于这个能量,横动量会逐渐变大,而小于这个能量,会得到负的横动量转移,实验和理论都证实了这一现象.不同状态方程下,横动量消失的能量不同.

一段时间,人们试图从实验观察量来提取熵,在适当近似下发现,熵可用氘和质子产额比来得到,后来,考虑由纯氘质比提取熵不准确,相继包括了氘、氦等轻粒子的贡献.由于实验结果的复杂性,这种提取方法仍然不是精确的.相应地动力学理论计算也由于相空间( $\Delta \vec{x} \Delta \vec{P}$ )不能唯一确定而不能确定,计算的熵随相空间大小的不同选取而变化.

多年来,从中高能重离子碰撞探索原子核状态方程的研究,已经作了大量的工作,对

原子核在非正常条件下的稳定性和性质也有了初步的了解,但要得到一个成熟的结论还需要做大量的工作.

### 参 考 文 献

- 1 Ge Lingxiao, Zhuo Yizhong, Nörenberg W. Nucl. Phys., 1986, A459 : 77
- 2 Ge Lingxiao, Zhang Fengshou. Chinese Journal of Nucl. Phys., 1993, 15 : 159
- 3 Aichelin J. Phys. Reports, 1991, 202 : 231
- 4 Gyvlassy M, et al. Phys. Lett., 1982, 110B : 146
- 5 Danielewize P, et al. Phys. Lett., 1985, 157B : 146
- 6 Ge Lingxiao, et al. Proceedings of International Symposium on Heavy Ion Physics and Its Applications ed. by W. Q. Shen et al. (World Scientific) 1991, 505  
张建明, et al. 高能物理与核物理, 1991, 15 : 458, 844, 1041

## Studying of Nuclear Equation of State in Heavy Ion Collision

Ge Lingxiao

(Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000)

**Abstract** The studying of nuclear equation of state (EOS) in heavy ion collision at intermediate and high energies have been reviewed. The preliminary results for studying of EOS in the static and dynamic case are discussed, respectively.

**Key Words** nuclear equation of state, static properties, liquid-gas phase transition, kinetic energy flow tensor, transverse momentum.

### 国际会议预告

1995年5月28~6月3日在意大利Ispra召开第5届裂变中氘工艺,聚变和同位素应用专题会议.

1995年6月4~7日在加拿大萨斯喀彻温萨斯卡通召开第35届加拿大核协会和第16届核学会年度会议.

1995年6月25~29日在美国宾夕法尼亚费城召开美国核学会年度会议.

1995年9月10~15日在美国纽约Savotoga召开NURETH-7核反应堆热水力国际会议.

1995年9月17~20日在美国西雅图召开反应堆运行安全性国际会议.

1995年9月25~29日在法国凡尔赛全球95核燃料循环后端会议

1995年9月在加拿大马尼托巴温尼伯召开废物处理国际会议.

1995年10月1~4日在加拿大安大略布罗克召开第4届坎杜堆燃料国际会议.

1995年11月20~21日在加拿大多伦多召开第3届坎杜堆维护会议.

(四川联合大学七二〇所 王能明供稿)