

核多体中的某些问题

杨亚天 毛铭德

(兰州大学现代物理系)

一、概述

我们知道目前除了二体问题和三体问题外，还没有找到一个一般而可行的方法来精确求解多体问题。因此如何求解多体问题，本身就是一个大的研究课题。

多体问题内容十分广泛和丰富。它涉及到凝聚态物理、核物理、等离子体物理甚至其它边缘学科的内容。由于各门学科的相互渗透，彼此吸取营养，使得多体理论的发展更是日新月异。例如量子场论、量子统计和量子多体的处理方法几乎是相通的，某一方面的进展立刻就会反映到其它方面去。

但方法又因问题而易，不同的问题有不同的简化或近似的处理方法。这里不准备对多体问题作一个全面的评述或介绍，只对低能范围内原子核多体理论（指可以不考虑介子自由度和核子内禀态的激发的那些核物理问题）中的某几个方法作一粗略的介绍。问题的选择是根据笔者的熟悉程度而定的，完全不意味着别的问题不重要。

有人认为研究原子核理论根本目的是为了解决三个问题：一是核子间的相互作用即核力问题；二是核子所遵循的运动规律，即在核子这一层次，量子力学的适用程度问题；三是多体问题。笔者同意这种看法。但这三个问题是不可分割的。例如核子间多体力的效应只能在多体问题中考察。而多体问题的重要性也并不亚于前两个问题，由于量变引

起质变，多体本身就会产生很多丰富多采的问题，例如在研究原子问题时发现的Pauli原理，在研究低温时发现的超导现象等等，都是多体范畴内所特有的问题。

核多体问题和凝聚态物理又有一些不同。在目前所研究的大多数凝聚态物理问题中，相互作用是已知的，好多只牵涉到电磁相互作用，这是我们了解得最清楚的一种相互作用。而核子间的相互作用却至今还未彻底弄清，已经掌握了的核力的性质也远比电磁相互作用复杂得多，它既包含非心力又包含很强的短程排斥力，这些都给问题带来了很多困难。其次是以氘核到超铀核素，核子数从几个到几百个，要说少除了氘核和³H、³He外都不能精确求解，要说多又不能一概用统计方法处理，这也增加了问题的难度。

那么如何来研究原子核的多体问题呢？我们认为可以概括为两大途径。一条路子是模型理论，它较侧重于讨论具体的物理问题，其特点是抓住问题的主要物理特征，提出一些简化的原子核模型来解释实验结果，如果理论和实验符合得好，再进一步探究其更深刻的本质。另一条路子是企图建立一个一般的严格的多体理论，只要知道了相互作用，从原则上就可以根据这个普遍理论系统地算出所要求的原子核的有关物理量，而不必借助于模型假设。从表面上看第二条路更根本、更普遍，似乎不需要再研究模型理论了。其实不然，这两种途径是相辅相成的，不能把问题绝对化。首先核力问题还没有完

全弄清；其次，即使核力搞清楚了，由于核力的复杂性不能不在计算中采取近似，这种近似所带来的误差是不能不考虑的；第三，即使这种近似是足够好的，当我们计算原子核激发态的物理量时，如果考虑一定数目的单粒子能级，有人作了一个估计，这个组态空间的状态数目就大到了一个天文数字，目前再大的计算机也容纳不下，更不用说严格地以全空间求解了。人们对事物的认识总是由浅入深，由表及里，由局部到全面，由个别到一般，不可能毕其功于一役，只靠数学上的演绎就想得出全部的物理结果既不实际也不可能。事实上从核物理的发展来看，几个重大的里程碑都发源于模型理论，因为它的成功在于突出了事物的基本特征。当然只有模型理论也不行，提出模型只是认识事物的第一步，它有待于深化，而深化就需要多体问题的一般理论，因为它更本质更严格更‘微观’。由此可见二者是相辅相成的，那一面都不可偏废。

下面简单地回顾一下这两方面的主要工作。从模型理论来说，人们最先认识到原子核的集体运动，N. Bohr曾把原子核比作一团液滴，并用这个简单的液滴模型估算出了原子核的质量和裂变的一些特征，指导了早期的实验工作。到了四十年代，Mayer 和 Jensen 分析了大量的实验数据，提出了原子核的壳模型^[1]。他们指出核内的核子也象原子中的电子一样，具有独立粒子在势场中运动的特征而表现出壳层结构来。这真是一个惊人的发现。因为在原子中，电子主要是质量比它大得多的原子核中质子的库仑引力的作用，而电子间的相互作用可作为微扰来处理，其效果只相当于对原子核起了屏蔽作用，但核内的核子相互间有着很强的相互作用，内部不存在一个天然的核心，人们自然而然地认为核子间具有很强的集体关联，就象一团液滴一样，而想不到竟会有壳结构。壳模型的提出是原子核理论发展的一个重要里程碑。此后人们把原子物理中的自洽场方法即

Hartree-Fock 近似用到原子核问题上来，给壳模型找到了一定的理论解释。到了五十年代，发现了核子间存在着很强的短程排斥力，这种排斥力可以用强度为无穷大的排斥心来表征。面临着核力的这样一个新发现，Brueckner^[2]、Bethe、Goldstone^[3] 等再一次从多体理论出发肯定了壳模型的微观基础。

虽然人们很早就讨论过原子核的集体运动，但由于一个时期以来，人们习惯于认为原子核只有一种运动形态，要么是集体运动，就象一团液滴一样可以有各种各样的形状振荡；要么就只有核子的单粒子运动，象原子中的电子一样，面临着壳模型的巨大成功，就冷落了原子核的集体运动。A. Bohr 和 B. Mottelson^[4] 分析了原子核低激发态的一些实验数据，指出原子核存在着不同于单粒子激发的集体转动和振动。认为核内既存在着核子在平均场内的单粒子运动，也存在着由于平均场的变化而产生的集体运动，也就是说他们是把集体运动和单粒子运动统一起来考虑的，因此他们把自己的模型标为综合模型。这是核物理发展的又一个里程碑。此后在这个方向上不断地有新的进展。Elliott^[5] 提出了 SU(3) 模型，展示了如何在壳模型的基础上理解集体转动。最值得注意的是 Nilsson^[6] 给出了在原子核产生形变的情况下，由于平均场的变化（非球对称的）而引起的单粒子能级和波函数改变的结果。在超导理论刚建立后不久，A. Bohr^[7] 等人立刻把这一概念用到原子核中来，他们把除平均场之外的核子间的残余作用划分为长程的多极力和短程的对力，前者引起形变而导致转动和振动，后者引起对关联而形成类似于潮流的现象，并用它解释了原子核转动惯量的实验值低于刚体计算值的原因，在此基础上还讨论了原子核的对振动和对转动这一新的运动形态。Lipkin^[8] 很快给了一个 SU(2) 模型，说明如何在壳模型的基础上来理解原子核的对关联。此后 Kumar-Baranger^[9] 以

及法兰克福学派的工作发展了Bohr模型，并给它奠定了雄厚的微观基础。近年来由于晶体球装置的建立、新的重离子加速器的投入运转、探测及分辨本领的提高等使得核实验技术有了迅猛的发展，人们已经测出了大量的能谱，需要理论上给以系统的说明，特别是在高自旋态方面，对某些核已比较完整地测到 $I \sim 40\hbar$ 的分立谱，并开始观测了连续谱。目前在高自旋态方面的理论计算主要是采用Bengtsson^[10]等人的推转的HFB壳模型计算方法。这是Inglis的推转模型和考虑了对关联的Hartree-Fock方法的结合。由于在转动坐标系中破坏了时间反演的不变性，他们引入了Signature这样一个新的量子数。这个理论在分析实验结果时取得了很大的成功。

还要提到的是在七十年代Arima和Iachello^[11]所提出的互作用玻色子模型(IBM)，他们从另一个角度来解释原子核的低激发态的实验结果。对偶-偶核，他们把满壳外的价核子对用玻色子来近似，而且只考虑角动量耦合为零的S玻色子和角动量耦合为2的d玻色子两种，就可以很好地解释原子核的低激发能谱和跃迁几率。用这个模型处理问题非常简单，而且和实验符合得很好，作为一种模型或者近似我们不能无视这个事实。对于它的微观基础，Arima、Iachello、Talmi和Otsuka等人也作了大量的工作，但还不能认为这些工作就已经给IBM奠定了可靠的微观基础。近年来还不断有人考虑了g玻色子的影响，对奇A核系统还同时考虑玻色子和未成对的费米子之间的相互作用，而在数学上引进了所谓超对称性的问题，并找出了具有相对称性的原子核的实例。

以上谈的是模型理论，详细的论述可参考，Ring和Schuck所著的《核多体问题》一书。

至于严格的核多体理论大体可概括为三种：定态的图形微扰论方法；与时间有关的格林函数方法以及密度矩阵方法。前两种理

论以Bruckner-Bethe-Goldstone理论和Martin-Schwinger^[12]的工作为代表，基本上是把量子场论中的计算方法移植到多体问题中来，近年来都有了很大的发展。由于核力是强作用，当然不能用通常意义上的微扰论来进行计算，而应针对所考虑的问题，采用相应的近似，把某些图形收集起来把其他图形丢掉，并找出物理上所需要的小量，再对这一小量展开进行微扰计算。基于上述理论所建立起来的静态的自洽场方法(Hartree-Fock-Brueckner近似)，在考虑到三体效应后，所算出的原子核的结合能、电荷分布等一些基态的物理量与实验结果符合的非常好。利用与时间有关的自洽场方法(TDHF)以及它的推广(ETDHF)，不仅可以研究小振幅的集体运动而且可以算出重离子碰撞的中间过程。有人把计算结果拍成电影，人们可以形象地看出两个核是怎样接近，挨到一起后又怎样运动，最后是怎样分开的，这已经带有用计算机来模拟实验的味道了。但目前还未能直接把计算结果和实验上的观测量联系起来，这主要由于在计算时把初末态间隔的时间取得越长，计算的工作量就增加得越大。这方面的论述可参看Fetter和Waleka所写的《多体系统的量子理论》一书和Goeke等所编的《TDHF及其扩展》的会议文集。第三种是密度矩阵法。其要点是把密度矩阵分解为约化密度矩阵 ρ_n ，并建立一套可实际进行计算的 ρ_n 的方程组，至少在某种近似下可把方程组截断而解出低阶的 ρ_n ，因为低阶的 ρ_n 里包含了主要的物理信息，例如 ρ_1 就代表核子的密度分布等。但以前的工作实际上并未做到这一点，后面我们要谈到这个问题。

除上述述，下述几个问题也是目前核物理中比较感兴趣的问题。

(1) 相变问题：例如形状相变，形状随核子数A、能量E和角动量I的变化关系；超导相与正常相的相互转化和A、E、I的关系以及它与形状相变的关系、对消失的问题等等。这将是低能核物理中的重要问题。

(2) 新的运动形态问题：即在低能核物理范围内还有哪些未被揭示的新的运动自由度，或者说还存在哪些描述原子核集体运动的新变量或新的对称性以及新的‘核相’存在。

(3) 弛豫过程问题。更多地和反应机制有关。某些反应过程如何从不平衡到平衡，通过什么样的中间过程使能量、角动量和电荷发生弛豫等等。

感兴趣的问题当然很多，限于笔者的见识只能列举一二。

不论在模型理论和微观理论方面，我国的核物理学家都在不同的方面作出了一定的贡献，并和国外进行了交流，他们的工作涉及的方面很广，仅就笔者所知道的在这里略举一二。吴式枢在多体的微观理论方面进行了长期而深入的研究，特别是在单粒子位势的选择问题上有其独到的见解。吴成礼在费米子系统的玻色子展开问题上作了非常有益的尝试。胡济民在重离子碰撞问题；杨立铭在研究IBM的微观基础，特别是探讨s、d玻色子的内禀结构方面；杨泽森在核场论的研究及玻色子展开问题；曾谨言在核形状及对关联的研究；孙洪洲和陈学俊等在TBFM的超对称性的研究方面都有很深的建树。卓益忠、张锡珍和他们的同事们在核反应、核场论和玻尔模型的理论研究方面进行了长期细致的工作。徐躬耦、张敬业在原子核集体运动的研究及核相变的唯象分析以及高自旋态的微观计算方面都有自己的特色。张宗炜、刘建业在原子核集体振动、集团模型；陈金全、王凡等在群论与核谱，共振群理论的研究等方面都有出色的工作。付德基等在集体运动的微观基础；巫光汉等在原子核的碰撞理论；近物所的徐树威、顾金南、葛凌霄、李君清、高元义、王正大等在重离子反应、高自旋态的研究及原子核的转动惯量方面；兰大的毛铭德、郑卫汉、陈星藻、王顺金与武大的刘敦恒、原子能所的王书暖在平衡前的发射的研究方面都各有自己的建树。以上只是涉及低

能核物理方面的工作，即使在低能方面，这几年国内也是人才不断出现，工作非常活跃，但限于笔者的水平，所举的免不了挂一漏万很不全面。至于他们的工作，有的是单独作的，有的是和国外的朋友合作的，涉及的面很广，参考文献资料很多，就不在后面一一列举了。

二、有关核多体问题的其它几个方法

除了上述两大类方法外，还有很多其它的方法。都是在研究具体问题中发展起来的。这里只介绍几个笔者所熟悉的方法。

1. 生成坐标方法 (GCM)

这个方法是在研究集体运动中发展起来的，已有三十年的历史了，现在越来越得到了广泛的应用。它既不象一般的多体理论那样微观、基本，也不象模型理论那样唯象、宏观，而介乎两者之间，在两者中间搭起了一座桥梁。它实际上是变分法的一种推广，变分法中一般选用一个包含多参量的尝试波函数，而GCM是选用某一类含参变量 α 的函数 $|\alpha\rangle$ 的叠加，

$$|\Psi\rangle = \int f(\alpha) |\alpha\rangle d\alpha$$

来做为尝试波函数的，其中 $f(\alpha)$ 是待定的权重函数，因此结果更为精确。在可解模型的情况下， $|\alpha\rangle$ 可选为有关动力学群的相干态，这时近似解就变成了精确解。 α 可以和模型理论中的集体变量相联系，而 $|\alpha\rangle$ 可以由单粒子波函数构成，这样它就给宏观和微观理论之间架起了一座桥梁。GCM是由Hill-Wheeler^[12]和Griffin^[13]等人提出和发展的，国内徐躬耦^[14]等人对此进行了非常完整和细致的研究。他们找到了把Hill-Wheeler方程化为微分方程的方法，并用来研究了玻尔模型和IBM的微观基础以及核场论的微观基础、费米子系统的玻色子展开等问题。还讨论了GCM本身的一些问题：如过完全基底的处理、非物理态的排除、对称性的保持等等。

并指出了如何用这个方法去处理集体自由度和个体自由度的耦合，巨共振态问题等。王顺金的研究还指出目前Reinhardt与Griffin等人所用的规范不变的周期性量子化方法与GCM比较，前者相当于半经典理论，后者则相当于量子理论。GCM的灵活性大，计算不繁是研究多体问题的好方法之一。如果与群论紧密结合，将会使它变得更加严格。我们说过，由于它仍然属于变分法的范畴，对于实际问题来说， $|\alpha\rangle$ 选择的好坏很大程度上仍依赖于物理分析的正确与否。

2. 密度矩阵方法

我们说过它也是一种集团展开的理论。过去得到的有关约化密度矩阵 ρ_n 的一套方程组，由于各方程都同等重要，我们无法把方程组截断而得到低阶约化矩阵的近似解。王顺金和Cassing^[16]对约化矩阵本身重新进行了分析，指出可把它分解为两部分，一部分可以由低阶的约化矩阵算出，另一部分是低阶约化矩阵所给不出的，是真正的n体关联函数，他们称为 C_n 。用这种办法他们得到了有关 ρ_n 随时间变化的联立方程组，在这个方程组中，如果认为多体关联是次要的，那么就可以略去某一阶的 C_n ，而得到一个低阶 ρ_n 的闭合的联立方程组，从而进行近似求解。在以前的理论中笼统略去 ρ_n 是没有充分理由的，因为 ρ_n 中包含有低阶的贡献，现在他们略去的是 C_n ，从集团展开的观点来说理由就充分了。若只考虑二体关联他们得到的方程就是Bethe-Goldstone方程，若只考虑到三体关联就得到了法捷耶夫方程。因此他们的方法是密度矩阵方法的一个很大改进，从原则上可以求解少体问题，当然实际上计算工作量是非常大的。

3. 路径积分方法

这在量子场论和凝聚态物理的研究中已经是一种常用的方法了。它既可以用来建立严格的多体理论又可以作为近似方法来处理一些具体问题。H. Reinhardt^[18]等人曾用它来讨论核场论的理论基础，还用它导出了

TDHF，研究了大振幅的集体运动，说明了规范不变周期性量子化方法的微观基础等。近年来Koonin, Negele^[17]等人还设计了一套路径积分的蒙特卡罗计算法(PIMC)，企图直接从二体核力来计算原子核的基本结合能。不过目前还只在极简单的可解模型中检验方法的精确度，还没有实际投入计算。这个方法的好处是概括性强，而且直接从哈密顿量出发，所作的近似可以看得更清楚，很适宜于作多体问题基本理论的研究。在微扰求解时，它是按 \hbar 展开的，即在经典轨道附近展开，对研究重离子反应或其它半经典近似适用的问题很有用。因此笔者认为这是一个值得国内核物理学家注意的方法。

除此以外当然还有其他很多很好的方法。例如与密度矩阵相类似有波函数集团展开的方法：

$$|\Psi\rangle = e^S |\phi\rangle$$

其中S是产生集团的算子。

在讨论半经典近似时，Wigner矩阵的方法也是一个好方法。

多体理论近年来发展很快，上面所谈到的不过是这个浩瀚领域中一个很小的部分。

参 考 文 献

- (1) M. G. Mayer and J. H. Jensen, «Elementary Theory of Nuclear Shell Structure», Wiley, New York 1955
- (2) K. A. Brueckner, Phys. Rev. 97(1955) 1353, 156
- (3) H. A. Bethe & J. Goldstone, Proc. Roy. Soc. (London) A238 (1957) 551, 157
- (4) A. Bohr & B. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 27 (№ 16) (1953) 12, 97, 107, 30 (№ 1) (1955) 131
《原子核结构》(中译本) 科学出版社
- (5) J. P. Elliott, Proc. Roy. Soc. (London) A245 (1958) 128, 562, 182, 379
- (6) S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 29 (1955) № 16, 68, 70,
(下转11页)

(上接 5 页)

- 71, 72, 76
- [7] A. Bohr, B. R. Mottelson and D. Pines, Phys. Rev. 110 (1958) 936, 221
- [8] H. J. Lipkin, N. Mechkov and A. J. Glick, Nucl. Phys. 62 (1965) 188, 199, 211, 197
- [9] K. Kumar & M. Baranger, Nucl. Phys. 110 (1968) 529, A122 (1968) 273, 27, 522
- [10] R. Bengtsson & S. Frauendorf, Nucl. Phys. A314 (1979), 27; A327 (1979), 139.
- [11] A. Arima & F. Iachello, Ann. Phys. (N Y) 99 (1976) 111(1978) 123(1979)
- [12] D. L. Hill & J. A. Wheeler, Phys. Rev. 89 (1953) 1102, 7, 28, 34, 76, 400, 424
- [13] J. J. Griffin & J. A. Wheeler, Phys. Rev. 108 (1957) 311
- [14] 徐躬耦, 中国科学, 6 (1974) 567
徐躬耦、杨亚天、王顺金, 4 (1981) 428
徐躬耦、王顺金、刘敦桓、杨亚天、毛铭德,
物理学报, 25 (1976) 226
徐躬耦, 高能物理与核物理 5 (1981) 358, 7
(1983) 510
- Xu Gong-ou & Wang Shun-jin, Nucl. Phys. A380 (1982) 529
- [15] S. J. Wang (王顺金) & W. Cassing,
Explicit Treatment of N-Body Correlations Within a Density-Matrix Formalism (予印本)
- [16] H. Reinhardt, Nucl. Phys. A298 (1978) 77, A331 (1979) 353 A332 (1979) 331,
A346 (1980) 1
- [17] K. Goeke & P. G. Reinhard, «Time-Dependent Hartree-Fock and Beyond»,
Springer-Verlag, 1982.