



## $N = 28$ 附近奇A核Co同位素的晕态研究

陈铎 郭瑞 王恒毅 金华 李剑

### The Yrast State Investigations of Odd-A Co Isotopes around $N = 28$

CHEN Duo, GUO Rui, WANG Hengyi, JIN Hua, LI Jian

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC68>

#### 引用格式:

陈铎, 郭瑞, 王恒毅, 金华, 李剑.  $N = 28$ 附近奇A核Co同位素的晕态研究[J]. 原子核物理评论, 2024, 41(1):184–190. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC68

CHEN Duo, GUO Rui, WANG Hengyi, JIN Hua, LI Jian. The Yrast State Investigations of Odd-A Co Isotopes around  $N = 28$ [J]. Nuclear Physics Review, 2024, 41(1):184–190. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC68

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于壳模型对力加四极力研究sd和pf壳偶偶原子核

Shell Model Study of Even-even *sd* and *pf* Shell Nuclei With the Pairing Plus Quadrupole-quadrupole Interaction  
原子核物理评论. 2020, 37(3): 509–515 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC10>

#### 双幻核 $^{16}\text{O}$ 附近核素 $^{14}\text{C}$ , $^{14,15}\text{N}$ , $^{14-18}\text{O}$ 能谱结构的壳模型计算分析

Spectral Structure Analysis of Nuclei  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14,15}\text{N}$ , and  $^{14-18}\text{O}$  Near Double Magic Nucleus  $^{16}\text{O}$  by Shell Model Calculations  
原子核物理评论. 2020, 37(3): 563–568 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC54>

#### 一些近期发现的同核异能态的壳模型解释

Shell-Model Explanation on Some Newly Discovered Isomers  
原子核物理评论. 2020, 37(3): 447–454 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC18>

#### Er, Yb同位素链的基态形状(量子相)酷越研究(英文)

Ground State Shape (Phase) Crossover in Er and Yb Isotopes  
原子核物理评论. 2019, 36(1): 43–48 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.36.01.043>

#### $A = 90$ 质量区能级结构与系统学研究

Structural Investigation in  $A \approx 90$  Mass Region and Comparison in Its Vicinity  
原子核物理评论. 2023, 40(4): 519–526 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.40.2022110>

#### 随机相互作用下基态零自旋几率的两体矩阵元相关性

Correlation Between the Probability of Spin-zero Ground State and TBME in the Presence of Random Interactions  
原子核物理评论. 2020, 37(3): 523–529 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC15>

文章编号: 1007-4627(2024)01-0184-07

## $N = 28$ 附近奇 $A$ 核 Co 同位素的晕态研究

陈铎<sup>1</sup>, 郭瑞<sup>2</sup>, 王恒毅<sup>1</sup>, 金华<sup>3,†</sup>, 李剑<sup>1,†</sup>

(1. 吉林大学物理学院, 长春 130012;  
2. 北京航空航天大学物理学院, 北京 100083;  
3. 上海电机学院文理学院, 上海 201306)

**摘要:** 奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  负宇称晕态能级结构的系统性比较表明,  $^{55}\text{Co}$  存在能级  $9/2^-$  与  $11/2^-$  反转, 且  $^{53, 57}\text{Co}$  可能存在较强的集体效应。基于 GXPF1A 有效相互作用的壳模型计算较好地再现这些核的晕态能级, 及相应的磁矩和电四极矩实验值。壳模型计算结果展示  $^{53-65}\text{Co}$  基态  $7/2^-$  波函数中质子主要组态成分均为  $\pi(1f_{7/2})^7$ 。 $^{55}\text{Co}$  中激发态  $9/2^-$  与  $11/2^-$  中  $1f_{7/2}$  质子激发和  $1f_{7/2}$  中子激发之间存在竞争, 从而导致两能级反转。此外, 利用 Constrained Hartree-Fock (CHF) 方法研究了  $^{53, 55, 57}\text{Co}$  四极形变特征, 结合壳模型计算得到的平均占据数和组态, 分析了  $^{55}\text{Co}$  激发态能量相较于其他 Co 同位素更高的原因。

**关键词:** Co; 壳模型; 晕态; 基态自旋; 原子核形变

中图分类号: O571.6

文献标志码: A

DOI: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC68

## 0 引言

近些年, 随着加速器技术的发展<sup>[1-3]</sup>, 越来越多的原子核能级被观测到, 核数据越发完善, 这为研究原子核结构方面相关问题提供了新机会。特别地, 幻数  $N = 28$  附近  $pf$  壳层核结构问题引起了广泛的关注<sup>[4]</sup>, 例如壳结构的演化<sup>[5]</sup>, 张量力的作用<sup>[6]</sup>, 中子和质子旋磁比之间的线性关系<sup>[7]</sup>, 中子和质子配对作用对基态形成的影响<sup>[8]</sup>, 原子核形状共存<sup>[9]</sup>以及恒星系统的演化<sup>[10]</sup>等。对于幻数  $N = 28$  附近核素, 随着中子数目的增加, 其结构不仅受到  $pf$  壳影响, 甚至某些核素会受到  $1g_{9/2}$  轨道影响<sup>[11-12]</sup>, 从而导致幻数  $N = 28$  附近壳结构出现能级反转等特殊现象。因此, 讨论和研究围绕幻数  $N = 28$  附近  $pf$  壳结构演化规律及其特点具有重要的意义。

目前, 对于  $N = 28$  附近 Mn 和 Ni 同位素壳结构, 已经有了广泛的讨论。其中, 对于质子数  $Z = 28$  的 Ni 同位素, 早在 1967 年便有文献对其壳结构进行了深入研究<sup>[4]</sup>。随后, 又采用蒙特卡罗壳方法 (Monte Carlo Method) 对  $^{56}\text{Ni}$  附近的核素进行计算, 解释了双幻核中球形与形变共存的现象<sup>[9]</sup>。而在质子数  $Z = 26$  的 Mn 同位素, 文献<sup>[11, 13]</sup>通过熔合-蒸发反应观测到  $^{57-60}\text{Mn}$

的高自旋数据; 近期, 又利用壳模型对奇  $A$  核  $^{49-57}\text{Mn}$  同位素的低激发态进行系统研究, 揭示并讨论了基态反转和基态自旋序列的集体性<sup>[14]</sup>。位于 Ni 和 Mn 之间质子数  $Z = 27$  的 Co 同位素, 虽然实验数据相对丰富<sup>[15-21]</sup>, 但该同位素的系统研究仍然存在空白。因此, 本文旨在对围绕  $N = 28$  附近的奇  $A$  核 Co 同位素的壳结构问题展开讨论。

为了进一步深入研究  $N = 28$  附近 Co 同位素的能级, 理论计算至关重要。壳模型是目前应用最广泛的原子核微观理论模型之一, 已经成功应用于轻质量数和幻数附近原子核结构性性质研究<sup>[13, 22-35]</sup>。对于某一模型空间, 哈密顿量可利用球形基矢与有效相互作用进行对角化。因此, 在壳模型的框架下, Co 同位素的集体性质和准粒子激发都可以在确定的模型空间中被描述。本文结构如下, 第 1 节为壳模型理论方法简介, 第 2 节给出了奇  $A$  核 Co 同位素壳模型计算结果与讨论, 第 3 节为总结展望。

## 1 理论方法

壳模型计算就是精确求解原子核的多体薛定谔方程, 原子核的薛定谔方程<sup>[36-37]</sup>中哈密顿量可写为

收稿日期: 2023-09-01; 修改日期: 2024-02-27

基金项目: 吉林省自然科学基金项目 (20220101017JC); 国家自然科学基金资助项目 (11675063)

作者简介: 陈铎 (1999-), 男, 黑龙江大庆人, 硕士, 从事原子核物理研究; E-mail: chenduo21@mails.jlu.edu.cn

† 通信作者: 金华, E-mail: sdjujh@163.com; 李剑, E-mail: jianli@jlu.edu.cn

$$H = H_0 + H_1 \quad H_0 = T + U \quad H_1 = V - U, \quad (1)$$

其中:  $H_0$  为无微扰哈密顿量;  $H_1$  为微扰哈密顿量;  $T$  为核子动能;  $U$  为选取的合适的单体势;  $V$  为核子-核子之间的相互作用, 选取模型空间  $P$  空间以及被排除的  $Q$  空间 [38]:

$$P = \sum_{i=1}^D |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \quad Q = \sum_{i=D+1}^{\infty} |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (2)$$

$D$  为模型空间的维数, 可以得到模型空间内的薛定谔方程 [38]:

$$PH_{\text{eff}}P|\psi_m\rangle = P[H_0 + (H_1)_{\text{eff}}]P|\psi_m\rangle = E_m P|\psi_m\rangle. \quad (3)$$

考虑模型空间  $P$  以及模型外空间  $Q$ , 可以定义在模型空间内的有效哈密顿量 [38]:

$$H_{\text{eff}} = PHP = PQ^{-1}HQ. \quad (4)$$

使用多体微扰理论可以将有效相互作用写为

$$H_{\text{eff}} \approx PH_0P + PH_1P + PH_1 \frac{Q}{\omega - H_0} H_1P, \quad (5)$$

式中:  $H_0$  为哈密顿量的非微扰部分;  $\omega$  为非微扰部分能量, 第一项为哈密顿量单体部分, 最后两项代表哈密顿量剩余相互作用部分。

在壳模型计算中, 通常仅分析费米面附近核子的关联效应, 冻结满壳层下的核子, 将计算空间限制在少量的价核子以及一个较小的有效价空间内。在大多数情况下, 选择两个幻数之间的价空间是合适的, 并可以在价空间内构建两体或多体相互作用 [39]。

## 2 结果讨论

为了更深入地理解  $N = 28$  附近 Co 原子核的微观结构, 本文首先对奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  [15-21, 40-45] 晕态即自旋宇称序列  $7/2^-$ 、 $9/2^-$ 、 $11/2^-$ 、 $13/2^-$ 、 $15/2^-$  实验结果进行了系统学研究; 然后基于壳模型程序 ANTOINE [46], 使用 GXPF1A 相互作用 [47] 计算了其能量、磁矩、电四极矩、质子中子平均占据数及组态, 研究其结构性质。此时, 将  $^{40}\text{Ca}$  视为核芯, 剩余核子限制在  $pf$  壳模型空间, 即模型空间由四个质子轨道 ( $1f_{7/2}$ ,  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$ ,  $2p_{1/2}$ ) 和四个中子轨道 ( $1f_{7/2}$ ,  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$ ,  $2p_{1/2}$ ) 构成。计算中选取标准有效电荷 ( $e_p = 1.5$ ,  $e_n = 0.5$ ) 和自由  $g$  因子 ( $g_s^p = 5.586$ ,  $g_s^n = 1.000$ ,  $g_v^p = -3.826$ ,  $g_v^n = 0$ )。图 1 展示了  $pf$  壳模型空间下, 奇  $A$  核 Co 同位素链  $1/2^-$  态在  $M$ -scheme 和  $J$ -scheme 下分别对应的壳模型计算的维数。从图 1 中可以看出,  $M$ -scheme 下  $^{55, 57, 59}\text{Co}$  的计算维数接近  $10^9$ , 达

到了程序的计算极限。为避免维数过大所带来的计算困难, 对这三个核素的质子模型空间作了截断。考虑到质子  $f_{7/2}$  轨道与  $p_{3/2}$ 、 $f_{5/2}$ 、 $p_{1/2}$  轨道之间能隙较大, 质子波函数的主要组态为  $\pi(1f_{7/2})^7$ , 因此, 仅允许最多三个质子从  $f_{7/2}$  轨道向上激发, 中子激发未限制。

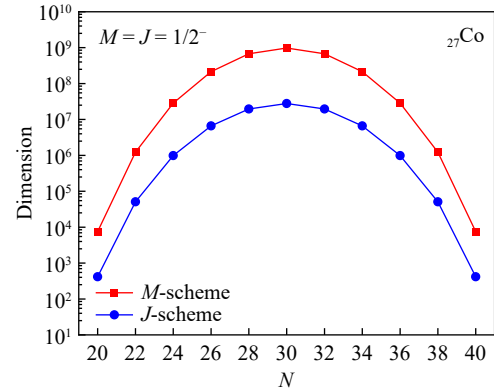


图 1  $pf$  壳模型空间下, 奇  $A$  核 Co 同位素链  $1/2^-$  态在  $M$ -scheme 和  $J$ -scheme 下对应的壳模型计算维数

图 2 展示了奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  同位素负宇称晕态实验能量 [48] 随  $I(I+1)$  的变化趋势。为了更清楚地观察演化趋势, 对图 2 中核素的激发能进行垂直方向的平移。从图中能够观察到  $^{53}\text{Co}$  激发能与  $I(I+1)$  近似呈线性关系, 表明其可能具有集体转动效应, 这与  $^{49}\text{Cr}$  [49] 和  $^{49}\text{Mn}$  [14] 中激发能随自旋变化相类似。对于超过  $15/2^-$  的激发态,

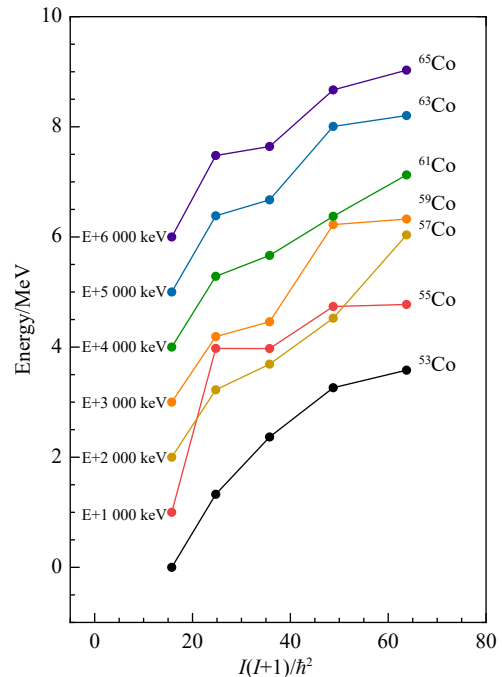


图 2 奇  $A$  核 Co 同位素链负宇称晕态能量 [48] 随  $I(I+1)$  的变化图 (在线彩图)

为了更清楚地展示演化趋势, 对图中不同核素的激发能进行垂直方向的平移, 左侧标注具体的平移距离, 右侧标注具体的核素。

由于激发能随自旋变化曲线存在明显振荡, 且相关文献[50]中指出, 超过  $15/2^-$  的自选值可能存在单准粒子和三准粒子之间的组态竞争, 因此本文仅针对自旋低于  $15/2^-$  的激发态进行讨论。随着中子数增加, 特别是  $^{55}, ^{59}\text{Co}$  出现较大的能量波动, 激发能与  $I(I+1)$  的线性关系不明显, 表明了可能存在较强的单粒子激发。

奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  相应实验上的激发能[15-21]的系统对比如图 3 所示(其中实验上确定数据用实心圆表示, 不确定数据用空心圆表示)。从图 3 中的实验值可以发现,  $^{55}\text{Co}$  的激发能与其他核表现出了明显的差异;  $9/2^-$ ,  $11/2^-$  与  $13/2^-$  的能级能量都比其他核明显高。 $9/2^-$  的能级能量表现出了异常的高, 以至于与  $11/2^-$  能级出现了轻微的反转。对于整体而言, 对于自旋  $9/2^-$ ,  $11/2^-$  与  $13/2^-$  的能级, 这些核有着相似的趋势, 即在  $^{55}\text{Co}$  处出现峰值后出现相对大的剧减, 除了自旋  $13/2^-$  在  $^{63}\text{Co}$  出现微小的涨幅外, 在最后大致趋于平缓。而对于自旋  $15/2^-$  的能级, 这些核的能级呈现大概抛物线的趋势, 在  $^{55}\text{Co}$  处出现峰值。

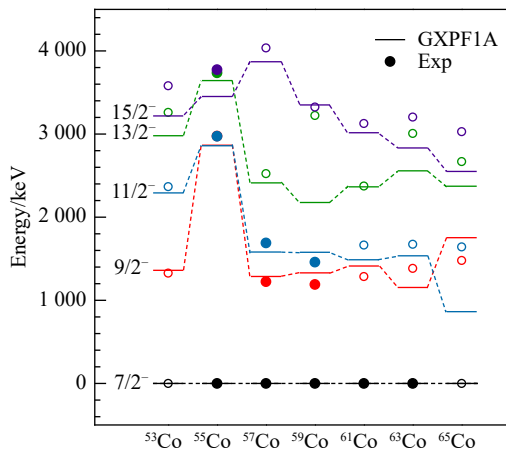


图 3 壳模型计算得到奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  同位素负宇称晕态能量(短线)与相应实验数据[15-21](在线彩图)

其中实验上确定数据用实心圆表示, 不确定数据用空心圆表示)对比。壳模型计算基于壳模型程序 ANTOINE[46], 采用 GXPF1A 相互作用[47], 左侧标注为相应自旋及宇称。

为了解释奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  以上系统性的特点, 基于 GXPF1A 相互作用[47], 计算得到的激发能(短线)如图 3。从图中可以看出, GXPF1A 基本再现了这些核的  $9/2^-$ 、 $11/2^-$ 、 $13/2^-$  和  $15/2^-$  的能级和演化趋势。具体来说, 除了  $^{65}\text{Co}$  的计算的能级与实验值有较大的差异之外, 其他核计算的能级与实验值符合得比较好。对于使用的 GXPF1A 相互作用, 它的拟合的核素范围为  $A=47\sim 65$ , 因此对于  $^{65}\text{Co}$  的中子接近相互作用拟合采用的核素范围的边界, 这可能是导致计算结果与实验值具有较大差异的原因。此时模型空间可能要考虑  $g_{9/2}$  轨道[12, 51],

未来可以进一步研究  $g_{9/2}$  轨道的贡献。

表 1 列出了壳模型计算得到的奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  基态自旋  $7/2^-$ , 激发态  $9/2^-$ 、 $11/2^-$ 、 $13/2^-$  和  $15/2^-$  质子和中子的平均占据数及组态成分最大的两组组态。其中, 组态成分由左至右依次为  $1f_{7/2}$ 、 $2p_{3/2}$ 、 $1f_{5/2}$  和  $2p_{1/2}$  轨道。如表 1 所列,  $^{55}\text{Co}$  基态中质子在  $\pi(1f_{7/2})$  轨道上的占据数为 6.7, 相比其他核素一般为 6.5 的占据数而言更接近于 7, 说明  $^{55}\text{Co}$  其基态  $7/2^-$  组态较稳定。此外,  $^{55}\text{Co}$  在  $9/2^-$  以及  $11/2^-$  态中,  $\pi(1f_{7/2})$  的轨道占据数为 6.1, 相比其他同位素 6.4 的占据数,  $^{55}\text{Co}$  质子在  $9/2^-$  与  $11/2^-$  态更容易被激发, 因此  $^{55}\text{Co}$  的  $9/2^-$  以及  $11/2^-$  态激发能要远高于其他同位素。

从表 1 中可以看出,  $^{55}\text{Co}$  的基态  $7/2^-$  中,  $\pi(1f_{7/2})^7 \otimes \nu(1f_{7/2})^8$  组态占主导, 占比为 66%, 其占比明显高于其他同位素中占据主导的组态。因此, 从组态占比上同样能够观测到  $^{55}\text{Co}$  基态  $7/2^-$  的组态较稳定。 $^{55}\text{Co}$  的激发态  $9/2^-$  中概率最高的两组组态为  $25\%\pi(1f_{7/2})^6(2p_{3/2})^1 \otimes \nu(1f_{7/2})^8 + 23\%\pi(1f_{7/2})^7 \otimes \nu(1f_{7/2})^7(2p_{3/2})^1$ , 二者占据概率相当, 质子激发与中子激发概率几乎一致。而在  $11/2^-$  态下概率最高的两组组态为  $23\%\pi(1f_{7/2})^7 \otimes \nu(1f_{7/2})^7(2p_{3/2})^1 + 13\%\pi(1f_{7/2})^6(2p_{3/2})^1 \otimes \nu(1f_{7/2})^8$ , 其中子激发占优。分析可知这两种组态的占比大小在  $9/2^-$  与  $11/2^-$  态中恰好相反, 且两激发态内这两种组态的占比差别较小, 从而导致两个激发态的能级差距较小。这反映出在  $^{55}\text{Co}$  中  $9/2^-$  和  $11/2^-$  态质子激发与中子激发存在竞争关系, 导致  $9/2^-$  与  $11/2^-$  态之间发生能级反转, 而其余的 Co 的同位素中占据主导的质子组态均为  $\pi(1f_{7/2})^7$ , 主要以中子激发为主, 表明这些核素中质子很难跨壳激发。

为进一步验证计算得到的波函数的有效性, 我们将壳模型计算得到的奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  基态 ( $7/2^-$ ) 磁矩与实验值[52-54, 55]进行对比, 结果如表 2 所列。通过壳模型计算得到的这些核的基态磁矩与已有的  $^{55}, ^{57}, ^{59}\text{Co}$  的实验磁矩十分接近, 表明计算得到的波函数是合理的。此外还理论预言了其他几个核的基态磁矩。图 4 也将理论计算的这些核的基态电四极矩与已有的实验电四极矩[53, 56]进行了对比, 从图可以看到,  $^{59}\text{Co}$  的基态电四极矩与实验值相吻合, 而  $^{57}\text{Co}$  计算值偏小。除此之外, 从图 4 可以观察到  $^{55}\text{Co}$  基态  $7/2^-$  的电四极矩突然下降, 说明  $^{55}\text{Co}$  在基态情况下形变较小, 这与图 5 得到的  $^{55}\text{Co}$  形变结果一致。

本文的壳模型计算中取  $^{40}\text{Ca}$  为核芯, 核芯为球形, 且核芯中的核子激发被冻结, 故核芯对 Co 同位素形变的影响可以忽略。在现有的模型空间下, 基于 GXPF1A

表 1 基于 GXPF1A 相互作用的壳模型计算得到奇  $A$  核  $^{53-65}\text{Co}$  基态  $7/2^-$ , 激发态  $9/2^-$ 、 $11/2^-$ 、 $13/2^-$  和  $15/2^-$  质子和中子的平均占据数及概率最高的两组组态

核素	自旋	平均占据数	组态
$^{53}\text{Co}$	$7/2^-$	[6.5,0.3,0.2,0.0; 5.5,0.3,0.2,0.0]	54%(7000) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$ +5%(6100) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$
	$9/2^-$	[6.4,0.4,0.2,0.0; 5.5,0.3,0.1,0.0]	46%(7000) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$ +9%(6100) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$
	$11/2^-$	[6.5,0.3,0.2,0.0; 5.6,0.3,0.1,0.0]	51%(7000) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$ +8%(6100) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$
	$13/2^-$	[6.5,0.3,0.2,0.1; 5.6,0.2,0.1,0.0]	53%(7000) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$ +5%(6100) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$
	$15/2^-$	[6.6,0.2,0.2,0.0; 5.7,0.2,0.1,0.0]	58%(7000) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$ +6%(6100) $_{\pi}$ (6000) $_{\nu}$
$^{55}\text{Co}$	$7/2^-$	[6.7,0.2,0.1,0.0; 7.6,0.2,0.2,0.0]	66%(7000) $_{\pi}$ (8000) $_{\nu}$ +5%(6100) $_{\pi}$ (7100) $_{\nu}$
	$9/2^-$	[6.1,0.6,0.2,0.1; 6.9,0.7,0.3,0.1]	25%(6100) $_{\pi}$ (8000) $_{\nu}$ +23%(7000) $_{\pi}$ (7100) $_{\nu}$
	$11/2^-$	[6.1,0.5,0.3,0.1; 6.8,0.8,0.3,0.1]	23%(7000) $_{\pi}$ (7100) $_{\nu}$ +13%(6100) $_{\pi}$ (8000) $_{\nu}$
	$13/2^-$	[6.4,0.3,0.1,0.1; 6.7,0.9,0.3,0.1]	38%(7000) $_{\pi}$ (7100) $_{\nu}$ +5%(6100) $_{\pi}$ (7100) $_{\nu}$
	$15/2^-$	[6.5,0.3,0.2,0.0; 6.7,0.8,0.4,0.1]	38%(7000) $_{\pi}$ (7100) $_{\nu}$ +12%(7000) $_{\pi}$ (7010) $_{\nu}$
$^{57}\text{Co}$	$7/2^-$	[6.5,0.3,0.1,0.0; 7.7,1.4,0.6,0.3]	36%(7000) $_{\pi}$ (8200) $_{\nu}$ +10%(7000) $_{\pi}$ (8020) $_{\nu}$
	$9/2^-$	[6.4,0.4,0.1,0.0; 7.7,1.3,0.6,0.4]	19%(7000) $_{\pi}$ (8200) $_{\nu}$ +11%(7000) $_{\pi}$ (8110) $_{\nu}$
	$11/2^-$	[6.5,0.3,0.1,0.0; 7.7,1.4,0.8,0.2]	27%(7000) $_{\pi}$ (8110) $_{\nu}$ +20%(7000) $_{\pi}$ (8200) $_{\nu}$
	$13/2^-$	[6.5,0.3,0.1,0.1; 7.7,1.1,1.1,0.1]	47%(7000) $_{\pi}$ (8110) $_{\nu}$ +5%(6100) $_{\pi}$ (8110) $_{\nu}$
	$15/2^-$	[6.4,0.4,0.1,0.1; 7.6,1.2,1.1,0.1]	41%(7000) $_{\pi}$ (8110) $_{\nu}$ +9%(6100) $_{\pi}$ (8110) $_{\nu}$
$^{59}\text{Co}$	$7/2^-$	[6.4,0.4,0.1,0.1; 7.7,2.2,1.6,0.4]	20%(7000) $_{\pi}$ (8220) $_{\nu}$ +13%(7000) $_{\pi}$ (8400) $_{\nu}$
	$9/2^-$	[6.3,0.5,0.1,0.1; 7.7,1.9,1.7,0.6]	12%(7000) $_{\pi}$ (8211) $_{\nu}$ +11%(7000) $_{\pi}$ (8220) $_{\nu}$
	$11/2^-$	[6.3,0.5,0.1,0.1; 7.7,2.0,1.9,0.4]	15%(7000) $_{\pi}$ (8220) $_{\nu}$ +7%(7000) $_{\pi}$ (8310) $_{\nu}$
	$13/2^-$	[6.4,0.4,0.1,0.1; 7.8,2.3,1.5,0.4]	30%(7000) $_{\pi}$ (8310) $_{\nu}$ +6%(7000) $_{\pi}$ (8220) $_{\nu}$
	$15/2^-$	[6.4,0.4,0.1,0.1; 7.7,2.2,1.8,0.3]	20%(7000) $_{\pi}$ (8220) $_{\nu}$ +14%(7000) $_{\pi}$ (8310) $_{\nu}$
$^{61}\text{Co}$	$7/2^-$	[6.4,0.4,0.1,0.0; 7.8,3.0,2.5,0.7]	22%(7000) $_{\pi}$ (8420) $_{\nu}$ +10%(7000) $_{\pi}$ (8240) $_{\nu}$
	$9/2^-$	[6.4,0.4,0.1,0.0; 7.9,3.0,2.4,0.8]	16%(7000) $_{\pi}$ (8411) $_{\nu}$ +8%(7000) $_{\pi}$ (8420) $_{\nu}$
	$11/2^-$	[6.2,0.6,0.1,0.1; 7.8,2.9,2.4,0.9]	14%(7000) $_{\pi}$ (8420) $_{\nu}$ +10%(7000) $_{\pi}$ (8321) $_{\nu}$
	$13/2^-$	[6.5,0.3,0.1,0.0; 7.9,2.8,2.8,0.5]	34%(7000) $_{\pi}$ (8330) $_{\nu}$ +12%(7000) $_{\pi}$ (8321) $_{\nu}$
	$15/2^-$	[6.3,0.5,0.2,0.0; 7.8,2.6,2.9,0.7]	19%(7000) $_{\pi}$ (8330) $_{\nu}$ +7%(7000) $_{\pi}$ (8231) $_{\nu}$
$^{63}\text{Co}$	$7/2^-$	[6.6,0.3,0.1,0.0; 7.9,3.4,3.7,0.9]	32%(7000) $_{\pi}$ (8440) $_{\nu}$ +11%(7000) $_{\pi}$ (8422) $_{\nu}$
	$9/2^-$	[6.6,0.3,0.1,0.0; 7.9,3.6,3.5,1.0]	34%(7000) $_{\pi}$ (8431) $_{\nu}$ +13%(7000) $_{\pi}$ (8440) $_{\nu}$
	$11/2^-$	[6.6,0.3,0.1,0.0; 7.9,3.4,3.5,1.2]	29%(7000) $_{\pi}$ (8431) $_{\nu}$ +15%(7000) $_{\pi}$ (8341) $_{\nu}$
	$13/2^-$	[6.6,0.3,0.1,0.0; 7.9,3.2,3.6,1.3]	19%(7000) $_{\pi}$ (8341) $_{\nu}$ +18%(7000) $_{\pi}$ (8332) $_{\nu}$
	$15/2^-$	[6.7,0.2,0.1,0.0; 7.9,3.2,4.4,0.4]	30%(7000) $_{\pi}$ (8350) $_{\nu}$ +23%(7000) $_{\pi}$ (8440) $_{\nu}$
$^{65}\text{Co}$	$7/2^-$	[6.8,0.2,0.1,0.0; 8.0,3.7,4.9,1.3]	41%(7000) $_{\pi}$ (8442) $_{\nu}$ +25%(7000) $_{\pi}$ (8460) $_{\nu}$
	$9/2^-$	[6.7,0.2,0.1,0.0; 8.0,3.9,4.4,1.7]	49%(7000) $_{\pi}$ (8442) $_{\nu}$ +22%(7000) $_{\pi}$ (8451) $_{\nu}$
	$11/2^-$	[6.8,0.1,0.0,0.0; 8.0,3.8,5.0,1.2]	66%(7000) $_{\pi}$ (8451) $_{\nu}$ +7%(7000) $_{\pi}$ (8352) $_{\nu}$
	$13/2^-$	[6.9,0.1,0.0,0.0; 8.0,4.0,5.0,1.1]	85%(7000) $_{\pi}$ (8451) $_{\nu}$ +3%(6100) $_{\pi}$ (8451) $_{\nu}$
	$15/2^-$	[6.8,0.1,0.1,0.0; 8.0,3.6,4.4,2.0]	51%(7000) $_{\pi}$ (8442) $_{\nu}$ +30%(7000) $_{\pi}$ (8352) $_{\nu}$

注: 组态成分由左至右依次为  $1 f_{7/2}$ 、 $2 p_{3/2}$ 、 $1 f_{5/2}$  和  $2 p_{1/2}$  轨道。例如,  $(7000)_{\pi}(6000)_{\nu}$  表示 7 个质子和 6 个中子在  $1 f_{7/2}$  轨道上, 组态成分前面的百分比为相应的组态占比。

表 2 壳模型计算  $^{53-65}\text{Co}$  基态磁矩与实验磁矩

核素	自旋	计算磁矩( $\mu_N$ )	实验磁矩( $\mu_N$ )
$^{53}\text{Co}$	$7/2^-$	4.347	
$^{55}\text{Co}$	$7/2^-$	4.620	4.822 <sup>[52]</sup>
$^{57}\text{Co}$	$7/2^-$	4.581	4.720 <sup>[53]</sup>
$^{59}\text{Co}$	$7/2^-$	4.590	4.615 <sup>[54]</sup>
$^{61}\text{Co}$	$7/2^-$	4.602	
$^{63}\text{Co}$	$7/2^-$	4.612	
$^{65}\text{Co}$	$7/2^-$	4.879	

相互作用, 利用 CHF 方法<sup>[57]</sup> 计算得到  $^{53, 55, 57}\text{Co}$  自旋  $I = 7/2$  时的等势能面如图 5 所示。图 5 中  $^{53, 57}\text{Co}$  的位能面极小处  $\beta$  形变为 0.13, 呈现出近球形核趋势; 这可能是导致  $^{53, 57}\text{Co}$  在自旋  $7/2^-$ 、 $9/2^-$ 、 $11/2^-$ 、 $13/2^-$  和  $15/2^-$  中的激发能呈现出具有集体转动效应的原由。而  $^{55}\text{Co}$  位能面极小处  $\beta$  形变为 0, 因此中子数  $N = 28$  的  $^{55}\text{Co}$  应呈现出明显的球形核特征,  $1 f_{7/2}$  轨道质子不易激发, 从而导致  $^{55}\text{Co}$  激发态能相较于其他同位素更高。

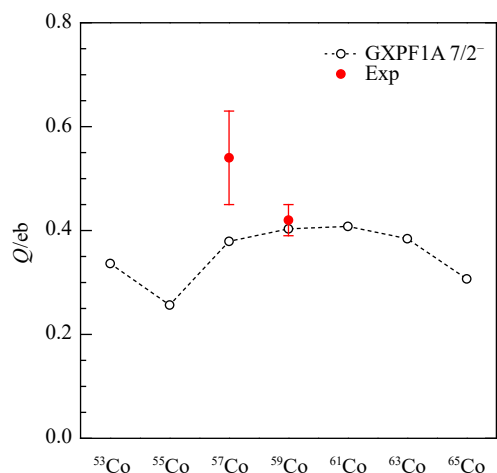


图 4 壳模型计算得到奇 A 核  $^{53-65}\text{Co}$  基态  $I = 7/2^-$  电四极矩与实验电四极矩 [53, 56] 对比 (在线彩图)

红色实心点表示现有的实验数据, 黑色空心点表示壳模型计算结果。

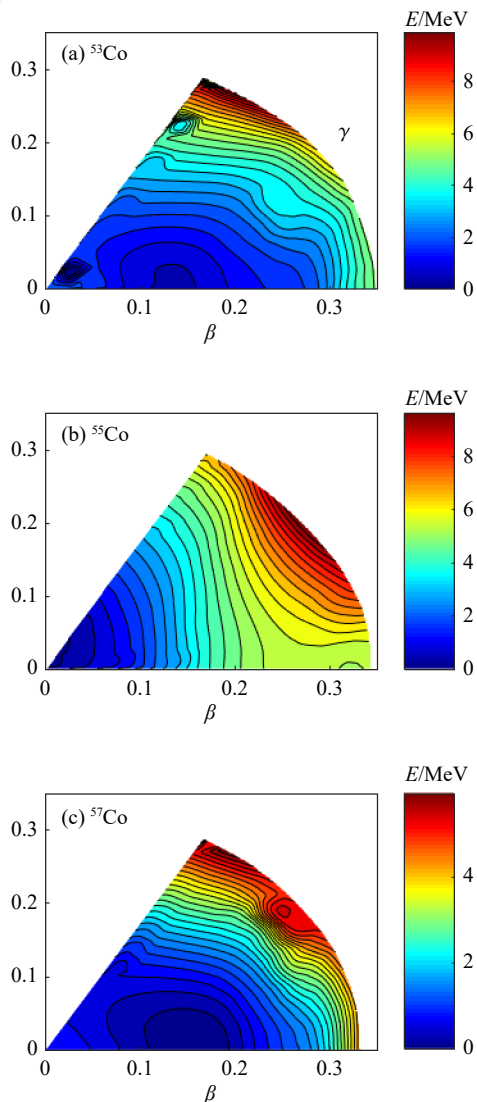


图 5 基于 GXPFI1A 相互作用, 通过 Constrained Hartree-Fock(CHF)方法 [57] 计算的  $^{53, 55, 57}\text{Co}$  在  $I = 7/2^-$  时的等势能面 (在线彩图)

### 3 总结

综上, 本文首先对奇 A 核  $^{53-65}\text{Co}$  同位素链实验的低激发态  $7/2^-$ 、 $9/2^-$ 、 $11/2^-$ 、 $13/2^-$  和  $15/2^-$  进行了系统的研究, 通过对激发能与自旋的变化趋势分析得到  $^{53, 57}\text{Co}$  可能存在集体转动效应, CHF 方法计算得到的等势能面也反映出了这两个核的确存在弱的四极形变。此外也揭示了  $N = 28$  附近 Co 同位素的特殊现象, 指出了  $^{55}\text{Co}$  能级突变及反转、能级序列的集体性等显著特点。基于 GXPFI1A 有效相互作用的壳模型计算能够比较好地再现了奇 A 核  $^{53-65}\text{Co}$  已有的实验上电四极矩和磁矩, 也比较好地再现了低激发态的能级。计算结果表明, 基态自旋  $7/2^-$  质子主要组态成分为  $\pi(1f_{7/2})^7$ , 中子数  $N = 28$  的  $^{55}\text{Co}$  中, 基态情况下组态较稳定, 在  $9/2^-$  与  $11/2^-$  的激发态中  $^{55}\text{Co}$  质子和中子激发之间存在竞争, 因此质子激发占优的  $9/2^-$  与中子激发占优的  $11/2^-$  态能级相近, 从而导致  $9/2^-$  与  $11/2^-$  态之间发生能级反转。再者通过 CHF 方法得到中子数  $N = 28$  的  $^{55}\text{Co}$  应呈现出明显的球形核特征,  $1f_{7/2}$  轨道质子不易激发, 从而导致  $^{55}\text{Co}$  激发态能相较于其他同位素更高。

需要指出的是, 目前计算结果依然存在不足之处, 由于计算的 Co 同位素链在  $pf$  壳价核子数目较多, 对角化时产生大量 Lanczos 矢量, 所以本研究对  $^{55, 57, 59}\text{Co}$  三个同位素原子核采取冻结部分核子在轨道上的截断方式进行壳模型计算。此外, 本文仅采用 GXPFI1A 相互作用对于低激发态进行研究, 并未采用其他的相互作用与计算方法进行计算并相互印证, 也并未考察较高激发态的组态以及能级情况, 这些都是接下来工作需要完善的地方。

#### 参考文献:

- [1] XIA J, ZHAN W, WEI B, et al. *Nucl Instr Meth A*, 2002, 488(1): 11.
- [2] KUBO T. *Nucl Instr Meth A*, 2003, 204: 97.
- [3] HAUSMANN M, AARON A, AMTHOR A, et al. *Nucl Instr Meth A*, 2013, 317: 349.
- [4] COHEN S, LAWSON R D, MACFARLANE M H, et al. *Phys Rev*, 1967, 160: 903.
- [5] OTSUKA T, HONMA M, MIZUSAKI T. *Phys Rev Lett*, 1998, 81: 1588.
- [6] OTSUKA T, SUZUKI T, FUJIMOTO R, et al. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 232502.
- [7] BUCK B, MERCHANT A C, PEREZ S M. *Phys Rev C*, 2001, 63: 037301.
- [8] POVES A, MARTINEZ-PINEDO G. *Phys Lett B*, 1998, 430(3): 203.
- [9] MIZUSAKI T, OTSUKA T, HONMA M, et al. *Phys Rev C*, 2001,

- 63: 044306.
- [10] LANGANKE K, MARTÍNEZ-PINEDO G. *Rev Mod Phys*, 2003, 75: 819.
- [11] STEPPENBECK D, DEACON A N, FREEMAN S J, et al. *Phys Rev C*, 2010, 81: 014305.
- [12] CHIARA C J, STEFANESCU I, HOTELING N, et al. *Phys Rev C*, 2010, 82: 054313.
- [13] JIN H, WANG H K, SUN Y. *Nuclear Physics Review*, 2016, 33(3): 268. (in Chinese)  
(金华, 王韩奎, 孙扬. *原子核物理评论*, 2016, 33(3): 268.)
- [14] YE H, LI J, YANG D, et al. *Commun Theor Phys*, 2023, 75(2): 025302.
- [15] JUNDE H. *Nucl Data Sheets*, 2009, 110(11): 2689.
- [16] JUNDE H. *Nucl Data Sheets*, 2008, 109(4): 787.
- [17] BHAT M. *Nucl Data Sheets*, 1992, 67(2): 195.
- [18] BASUNIA M S. *Nucl Data Sheets*, 2018, 151: 1.
- [19] ZUBER K, SINGH B. *Nucl Data Sheets*, 2015, 125: 1.
- [20] KING M. *Nucl Data Sheets*, 1991, 64: 815.
- [21] BROWNE E, TULI J. *Nucl Data Sheets*, 2010, 111(9): 2425.
- [22] HAN J Z, XU S, JALILI A, et al. *Nuclear Science and Techniques*, 2023, 34(85): .
- [23] MA H L, YAN Y L, ZHANG X Z, et al. *Chin Phys C*, 2009, 33(S1): 67.
- [24] ZHI Q J, YU Y, ZHENG Q. *Chin Phys C*, 2011, 35(11): 1022.
- [25] XIA X W. *Chin Phys C*, 2016, 40(7): 074101.
- [26] YUAN C X. *Chin Phys C*, 2017, 41(10): 104102.
- [27] HU Y, LI H T, DONG C W. *Chin Phys C*, 2020, 44(12): 124108.
- [28] PAN Y F, CHENG Y Y, LU Y, et al. *Chin Phys C*, 2023, 47(6): 064102.
- [29] LI H H, LI J G, XIE M R, et al. *Chin Phys C*, 2023, 47(12): 124101.
- [30] MA W Q, QIAN Y B. *Chin Phys C*, 2022, 46(1): 014106.
- [31] WANG T. *Chin Phys C*, 2022, 46(7): 074101.
- [32] LUO Y A, LI L, ZHANG X B, et al. *Nuclear Physics Review*, 2002, 19(4): 365. (in Chinese)  
(罗延安, 李磊, 张小兵, 等. *原子核物理评论*, 2002, 19(4): 365.)
- [33] JIAO L F, XU F R. *Nuclear Physics Review*, 2014, 31(4): 438. (in Chinese)  
(焦龙飞, 许甫荣. *原子核物理评论*, 2014, 31(4): 438.)
- [34] HE Y Q, FU G J. *Nuclear Physics Review*, 2020, 37(3): 509.
- [35] LUO Y A, PAN F, NING P Z. *Nuclear Physics Review*, 2004, 21(4): 351. (in Chinese)  
(罗延安, 潘峰, 宁平治. *原子核物理评论*, 2004, 21(4): 351.)
- [36] BOOK R. *Cont Phys*, 1991, 32(3): 191.
- [37] TAUBER G E, WU T Y. *Phys Rev*, 1954, 93: 295.
- [38] LINDGREN I, MORRISON J. *Atomic Many-body Theory[M/OL]*. Springer Berlin, Heidelberg, 1986. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-61640-2>.
- [39] ARYA A P. *Nucl Tech*, 1973, 18(2): 200.
- [40] YUAN Z, TIAN D, LI J, et al. *Chin Phys C*, 2021, 45(12): 124107.
- [41] Measurement of Cross Sections by Bombarding Fe with Protons up to 19 MeV[Z].
- [42] ZHANG H B, ZHANG X Y, MA F, et al. *Chin Phys Lett*, 2015, 32(4): 042501.
- [43] YUAN J, LU M, LU D R, et al. *Chin Phys C*, 1996, 20(1): 32.
- [44] ZHAO Z X, ZHOU D L. *Chinese Journal of Nuclear Physics*, 1991, 3(1): 37.
- [45] LIU W W, LUO Z Q, ZHANG J, et al. *Chin Phys C*, 2010, 34(8): 1090.
- [46] CAURIER E, NOWACKI F. *Acta Phys Pol B*, 1999, 30: 705.
- [47] HONMA M, OTSUKA T, BROWN B A, et al. *Phys Rev C*, 2004, 69: 034335.
- [48] MASON D. *Nudat*. 3[EB/OL]. [2023-05-13]. <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>.
- [49] LIAN Z J, LU X, GAO Z C. *Phys Rev C*, 2022, 106: 044308.
- [50] VELÁZQUEZ V, HIRSCH J G, SUN Y. *Nucl Phys A*, 2001, 686(1): 129.
- [51] JIN H, SUN Y, KANEKO K, et al. *Phys Rev C*, 2013, 87: 044327.
- [52] STONE N. *Atom Data Nucl Data Table*, 2005, 90(1): 75.
- [53] RAGHAVAN P. *Atom Data Nucl Data Tables*, 1989, 42(2): 189.
- [54] PROCTOR W G, YU F C. *Phys Rev*, 1951, 81: 20.
- [55] STONE N. *Atom Data Nucl Data Table*, 2016, 111-112: 1.
- [56] PYYKKÖ P. *Mol Phys*, 2008, 106(16-18): 1965.
- [57] RING P, SCHUCK P, STRAYER M R. *The Nuclear Many-body Problem[EB/OL]*. [2023-08-29]. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:120434868>.

## The Yrast State Investigations of Odd-A Co Isotopes around $N = 28$

CHEN Duo<sup>1</sup>, GUO Rui<sup>2</sup>, WANG Hengyi<sup>1</sup>, JIN Hua<sup>3,†</sup>, LI Jian<sup>1,†</sup>

(1. College of Physics, Jilin University, Changchun 130012, China;

2. School of Physics, Beihang University, Beijing 100083, China;

3. School of Arts and Sciences, Shanghai Dianji University, Shanghai 201306, China)

**Abstract:** A systematic comparison of the negative parity yrast states' energy level structures indicates a level inversion between the  $9/2^-$  and the  $11/2^-$  in  $^{55}\text{Co}$ , and suggests that  $^{53}\text{Co}$  and  $^{57}\text{Co}$  might exhibit strong collective effects. Shell model calculations based on the GXPFI1A effective interaction accurately reproduce yrast state halo state energy levels of these nuclei, as well as the corresponding experimental magnetic moments and electric quadrupole moments. The shell model results show that the dominant component of proton configuration for the ground state  $7/2^-$  in  $^{53-65}\text{Co}$  is  $\pi(1f_{7/2})^7$ . The excited states  $9/2^-$  and  $11/2^-$  in  $^{55}\text{Co}$  involve a competition between  $1f_{7/2}$  proton excitation and  $1f_{7/2}$  neutron excitation, leading to a possible level inversion between the these states. Moreover, by using the Constrained Hartree-Fock (CHF) method to study the quadrupole deformation characteristics of  $^{53}\text{Co}$ ,  $^{55}\text{Co}$  and  $^{57}\text{Co}$ , and combining the average occupancy numbers and configurations obtained from shell model calculations, the reasons for higher the excited state energies of  $^{55}\text{Co}$  compared to other Co isotopes were analyzed.

**Key words:** Co; shell model; Yrast state; ground-state spin; nuclear deformation

---

**Received date:** 01 Sep. 2023; **Revised date:** 27 Feb. 2024

**Foundation item:** Natural Science Foundation of Jilin Province (20220101017JC); National Natural Science Foundation of China (11675063)

† **Corresponding author:** JIN Hua, E-mail: [sdjujh@163.com](mailto:sdjujh@163.com); LI Jian, E-mail: [jianli@jlu.edu.cn](mailto:jianli@jlu.edu.cn)