



二阶无规相近似对原子核集体激发态的研究

杨明军 张春雷 白春林 张焕乔

**Research of Second Random-Phase-Approximation on the Nuclear Collective Excited States**

YANG Mingjun, ZHANG Chunlei, BAI Chunlin, ZHANG Huanqiao

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC50>

引用格式:

杨明军, 张春雷, 白春林, 张焕乔. 二阶无规相近似对原子核集体激发态的研究[J]. *原子核物理评论*, 2024, 41(1):214–220. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC50

YANG Mingjun, ZHANG Chunlei, BAI Chunlin, ZHANG Huanqiao. Research of Second Random-Phase-Approximation on the Nuclear Collective Excited States[J]. *Nuclear Physics Review*, 2024, 41(1):214–220. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC50

---

您可能感兴趣的其他文章

**Articles you may be interested in**

[原子核Gamow-Teller共振和 \$\beta\$ 衰变寿命的超越平均场描述](#)

Beyond Mean-field Description of Nuclear Gamow-Teller Resonance and  $\beta$ -decay Half-lives

原子核物理评论. 2020, 37(3): 382–390 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC57>

文章编号: 1007-4627(2024)01-0214-07

## 二阶无规相近似对原子核集体激发态的研究

杨明军<sup>1</sup>, 张春雷<sup>2,†</sup>, 白春林<sup>1,†</sup>, 张焕乔<sup>3</sup>

(1. 四川大学物理学院, 成都 610065;

2. 北京师范大学核科学与技术学院, 北京 100875;

3. 中国原子能科学研究院, 北京 102413)

**摘要:** 原子核的集体激发态是原子核在坐标、自旋和同位旋等空间的共振产生。研究这些激发态可以获得原子核结构性质以及内部核子-核子相互作用的信息, 此外还能为天体核物理提供重要的输入量。基于 Skyrme 密度泛函的自治二阶无规相近似 (SRPA) 理论被用于研究闭壳原子核的这些集体激发态, 包括无电荷交换的正常宇称态  $0^+$ 、 $2^+$ 、 $3^-$ , 以及电荷交换的伽莫夫-泰勒 (GT) 跃迁。此外, 两粒子-两空穴组态下的张量力效应被突出讨论, 研究指出它能产生低能正常跃迁或者提高它们的跃迁强度, 另外加入张量力后能系统地描述一系列闭壳核的 GT 巨共振的强度和激发能, 并自洽地描述不稳定闭壳或准闭壳核的  $\beta$  衰变半衰期。

**关键词:** 正常宇称态; 伽莫夫-泰勒跃迁;  $\beta$  衰变; 张量力; 二阶无规相近似

**中图分类号:** O571.53

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC50

### 0 引言

通过共振探测一个系统的内部结构和相互作用是物理学研究的常用手段。作为一个复杂的自束缚体系, 原子核的共振激发也吸引了核物理研究的极大兴趣。通过共振态的研究可以探测原子核内部的核结构信息, 如壳演化、形变等, 还能为天体核合成提供重要的输入量, 如  $^{16}\text{O}$  的低能激发态会影响被称为核天体物理的“圣杯反应”的  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  的反应截面, 原子核的低能矮偶极共振 (Pygmy Dipole Resonance) 对快中子俘获 ( $r$ -过程) 的中子俘获率有重要影响<sup>[1-2]</sup>, 电荷交换的低能共振态决定的  $\beta$  衰变是  $r$ -过程中把铁元素推向重元素的重要机制<sup>[3-4]</sup>。此外, 同位旋标量巨单极共振的激发能与无限核物质的不可压缩系数  $K_\infty$  紧密关联<sup>[5]</sup>, 后者对中子星物理和超新星核心坍缩有重要影响。

在众多的微观核理论模型中, 密度泛函理论基于有效核子-核子相互作用能对几乎全核素图的原子核的基态和激发态性质进行描述。狭义的密度泛函理论 (即平均场理论) 只考虑占据态之间的相互作用, 能对原子核的基态性质包括结合能、电荷半径等进行成功描述<sup>[6]</sup>。但对于原子核的共振态, 仅靠平均场理论无法准确计算巨共振的强度和激发能, 需要在此基础上对强度分布进

行展宽<sup>[7]</sup>。巨共振的总宽度主要来自三方面的贡献<sup>[8]</sup>, 可以写为

$$\Gamma_{\text{tot}} \simeq \Gamma_{\text{fr}} + \Gamma^\uparrow + \Gamma^\downarrow, \quad (1)$$

其中:  $\Gamma_{\text{fr}}$  来自 1 粒子 1 空穴 (1p-1h) 的碎裂效应, 该效应可以使用无规相近似 (RPA) 模型计算;  $\Gamma^\uparrow$  是由于 1p-1h 组态和连续谱的关联, 计算该效应需要使用考虑连续谱的连续无规相近似 (CRPA) 模型<sup>[9-10]</sup>; 而贡献最大的  $\Gamma^\downarrow$  则来源于 1p-1h 组态和更高阶组态 (2p-2h, 3p-3h, ...) 的混合, 密度泛函理论中, 目前只有自洽考虑 2p-2h 组态的二阶无规相近似 (SRPA)。

早在 20 世纪 80 年代初, Bertsch 等<sup>[11]</sup> 就用微扰的方式研究了 2p-2h 组态混合对 GT 跃迁的显著效应, 1988 年在文献<sup>[12]</sup> 中实现了包含 2p-2h 关联的 SRPA 计算, 并将该计算应用于磁跃迁的研究中<sup>[13]</sup>。但由于 SRPA 需要巨大的算力, 受限于当时的计算条件, 这些计算都使用了较小的组态空间, 以及不自洽的相互作用。此后, 为了考虑 2p-2h 混合的效应, 有一系列近似方法被提出, 如考虑粒子振动耦合的 RPA 模型<sup>[14-15]</sup>, 该模型中考虑了 1p-1h 组态与 RPA 声子的混合; 以及声子-声子耦合模型<sup>[16]</sup>。21 世纪初, 出现自洽 HF+SRPA 模型计算<sup>[17-18]</sup>。但这些计算对于截断能量不收敛, 而且给

收稿日期: 2023-08-01; 修改日期: 2024-01-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11822504, 11575120)

作者简介: 杨明军 (1995-), 男, 四川芦山人, 博士研究生, 从事理论物理研究; E-mail: yangmingjun@stu.scu.edu.cn

† 通信作者: 张春雷, E-mail: lei@bnu.edu.cn; 白春林, E-mail: bclphy@scu.edu.cn

出的低能激发态的激发能过低。其原因是 SRPA 模型中存在重复计算<sup>[19]</sup>，解决的方法是在对角化 SRPA 方程前采用扣除 (subtraction) 程序<sup>[20]</sup>。2015 年，基于 Skyrme 密度泛函并考虑了扣除程序的自洽 SRPA 被发展出来<sup>[21]</sup>，后来该模型被用于一系列闭壳核的 GT 跃迁和  $\beta$  衰变的研究<sup>[22-23]</sup> 并获得了巨大成果。但由于这些工作中没有加入张量力，对 GT 跃迁的巨共振能量和低能部分累积强度求和描述还不够好。

张量力作为原子核中核子-核子相互作用的重要组成部分，其在原子核基态性质<sup>[24-26]</sup>、丰中子核的幻数演化<sup>[27-29]</sup>、集体激发态的性质的描述<sup>[30-33]</sup>以及原子核的  $\beta$  衰变<sup>[34-35]</sup>等方面都有很重要的作用，但这些研究都是基于平均场或者 (Q)RPA 模型框架。本文将介绍在基于 Skyrme 有效相互作用的自洽 HF+SRPA 模型中加入张量力后对闭壳核  $0^+$ 、 $2^+$ 、 $3^-$  和电荷交换的伽莫夫-泰勒 (GT) 跃迁，以及对闭壳核准闭壳核的  $\beta$  衰变的描述。本文将在第 1 节介绍理论模型，在第 2 节给出理论结果，在第 3 节给出总结和展望。

## 1 理论模型

SRPA 模型基于微观有效核子-核子相互作用，相应哈密顿量为

$$H = \sum_{k_1, k_2} T_{k_1 k_2} a_{k_1}^\dagger a_{k_2} + \frac{1}{4} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4} \bar{V}_{k_1 k_2, k_3 k_4} a_{k_1}^\dagger a_{k_2}^\dagger a_{k_3} a_{k_4}, \quad (2)$$

其中  $k$  可以是占据态 (空穴态) 也可以是非占据态 (粒子态)，相互作用由此可以划分为 4 空穴 (4h)、1 粒子-1 空穴 (1p-1h)、1 粒子-3 空穴 (1p-3h)、1 空穴-3 粒子 (1h-3p)、4 粒子 (4p) 相互作用。计算原子核的基态性质时，作 Hartree-Fock (HF) 近似，认为基态是所有占据态构成的 Slater 行列式：

$$|HF\rangle = \sum_{i=1}^A a_i^\dagger |-\rangle, \quad (3)$$

其中  $|-\rangle$  是 HF 真空。为方便起见，本文中  $i, j, h$  代表 HF 占据态 (空穴态)， $m, n, p$  代表非占据态 (粒子态)。在此近似下，体系的能量为

$$E = \sum_i \left\langle i \left| \frac{p^2}{2m} \right| i \right\rangle + \sum_{ij} \langle ij | \bar{V} | ij \rangle = \int H(\rho(\mathbf{r})) d^3r, \quad (4)$$

从上式可以看出，HF 近似只考虑了空穴态之间的 4h 相互作用，能量密度  $H$  是密度的泛函。对密度求变分可以得到 HF 近似下的单粒子方程，迭代地求解该方程可以得到 HF 单粒子态波函数和原子核基态的大块性质如结合能、电荷半径等<sup>[6]</sup>。

基于 HF 的结果，可以计算空穴态到粒子态之间的跃迁，由于该跃迁的计算涉及粒子态，但 HF 近似只考虑了空穴态之间的相互作用，导致得到的  $3^-$  态跃迁强度在中重以上的核中与实验结果相差一个数量级<sup>[36]</sup>。RPA 模型认为实际的激发态是所有 1p-1h 激发 (组态) 构成的共振态，并很好地解决了这一问题，即

$$|v\rangle = Q_v^\dagger |RPA\rangle, \quad (5)$$

$$Q_v^\dagger = \sum_{ph} X_{ph}^v a_p^\dagger a_h - \sum_{ph} Y_{ph}^v a_h^\dagger a_p, \quad (6)$$

其中： $|RPA\rangle$  是 RPA 真空，叠加系数  $X, Y$  可以通过 RPA 方程解出：

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B^* & -A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^v \\ Y^v \end{pmatrix} = E_v \begin{pmatrix} X^v \\ Y^v \end{pmatrix}. \quad (7)$$

用 HF 基态代替 RPA 真空，以及准玻色子近似下，上述 RPA 方程中的  $A, B$  矩阵元可以计算为

$$A_{p_1 h_1, p_2 h_2} = (\epsilon_{p_1} - \epsilon_{h_1}) \delta_{p_1 p_2} \delta_{h_1 h_2} + \bar{v}_{p_1 h_2, h_1 p_2}, \quad (8)$$

$$B_{p_1 h_1, p_2 h_2} = \bar{v}_{p_1 p_2, h_1 h_2}, \quad (9)$$

从上两式可以看出，自洽的 RPA 模型考虑了核子-核子有效相互作用式 (2) 中的 1p-1h 部分。

RPA 模型能很好地解释自旋无关的电跃迁强度，但对于自旋相关的磁跃迁和自旋-同位旋跃迁如伽莫夫-泰勒跃迁、电荷交换的自旋-偶极跃迁，理论结果显著地高估了跃迁强度，这导致了著名的强度压低问题 (Quenching)<sup>[37]</sup>。研究表明，考虑高阶的单粒子跃迁组态如 2p-2h 组态，使跃迁强度分布到高能区可以有效地解决这个问题<sup>[11, 13]</sup>。考虑 2p-2h 组态的 SRPA 中，激发态为<sup>[21, 38]</sup>

$$Q_v^\dagger = \sum_{ph} X_{ph}^v a_p^\dagger a_h - \sum_{ph} Y_{ph}^v a_h^\dagger a_p + \sum_{p_1 h_1 p_2 h_2} X_{p_1 h_1, p_2 h_2}^v a_{p_1}^\dagger a_{p_2}^\dagger a_{h_1} a_{h_2} - \sum_{p_1 h_1 p_2 h_2} Y_{p_1 h_1, p_2 h_2}^v a_{h_1}^\dagger a_{h_2}^\dagger a_{p_1} a_{p_2}, \quad (10)$$

求解叠加系数的 SRPA 方程与 RPA 方程式 (7)，只是其中增加了使 1p-1h 组态和 2p-2h 组态、2p-2h 组态之间关联 (即混合) 的矩阵元，如：

$$\begin{aligned} A_{12} &= A_{ph; p_1 p_2 h_1 h_2} \\ &= \langle HF | [a_h^\dagger a_p, [H, a_{p_1}^\dagger a_{p_2}^\dagger a_{h_2} a_{h_1}]] | HF \rangle \\ &= U(h_1 h_2) \bar{V}_{p_1 p_2 p_2} \delta_{hh_1} - U(p_1 p_2) \bar{V}_{h p_2 h_1 h_2} \delta_{pp_1}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 A_{22} &= A_{p_1 p_2 h_1 h_2, p'_1 p'_2 h'_1 h'_2} \\
 &= \langle HF | [a_{h_1}^\dagger a_{h_2}^\dagger a_{p_2} a_{p_1}, [H, a_{p'_1}^\dagger a_{p'_2}^\dagger a_{h'_2} a_{h'_1}]] | HF \rangle \\
 &= (E_{p_1} + E_{p_2} - E_{h_1} - E_{h_2}) U(p_1 p_2) U(h_1 h_2) \times \\
 &\quad \delta_{p_1 p'_1} \delta_{p_2 p'_2} \delta_{h_1 h'_1} \delta_{h_2 h'_2} + \\
 &\quad U(h_1 h_2) \bar{V}_{p_1 p_2 p'_1 p'_2} \delta_{h_1 h'_1} \delta_{h_2 h'_2} + \\
 &\quad U(p_1 p_2) \bar{V}_{h_1 h_2 h'_1 h'_2} \delta_{p_1 p'_1} \delta_{p_2 p'_2} - \\
 &\quad U(p_1 p_2) U(h_1 h_2) U(p'_1 p'_2) U(h'_1 h'_2) \times \\
 &\quad \bar{V}_{p_1 h'_1 p'_1 h_1} \delta_{p_2 p'_2} \delta_{h_2 h'_2}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

其中  $U(k_1, k_2)$  是对  $k_1, k_2$  的反对称算符。从式 (11~12) 可以看出, 1p-1h 组态和 2p-2h 组态之间的关联引入了有效相互作用中的 1p-3h 和 1h-3p 部分, 而 2p-2h 组态之间的关联则引入了 4p 和 4h 部分, 至此, 有效相互作用式 (2) 中的所有可能形式的相互作用都被考虑到了。由于引入了 2p-2h 的组态可能会引起重复计算的问题以及导致 SRPA 方程不稳定收敛 [19, 39], 需要通过一个扣除程序来修复。扣除程序 [20-21], 即在对角化 SRPA 方程前, 考虑  $A_{12}$  和  $A_{22}$  对  $A_{11}$  矩阵的修正:

$$\begin{aligned}
 A_{11}^S &= A_{11} + \sum_2 A_{12} (A_{22})^{-1} A_{21} + \sum_2 B_{12} (A_{22})^{-1} B_{21}, \\
 B_{11}^S &= B_{11} + \sum_2 A_{12} (A_{22})^{-1} B_{21} + \sum_2 B_{12} (A_{22})^{-1} A_{21}, \tag{13}
 \end{aligned}$$

本文所使用的 SRPA 模型也包含了一样的扣除程序。

## 2 SRPA 模型对原子核集体激发态的研究结果

### 2.1 SRPA 对 $^{16}\text{O}$ 的 $0^+$ , $2^+$ , $3^-$ 态的研究

由于  $^{16}\text{O}$  占据态较少, 组态个数也少, 此外, 虽然 RPA 模型有许多不足之处, 但其考虑了主要的 1 粒子-1 空穴组态的效应, 该模型能够较好地描述原子核的巨共振能区的主峰能量, 却对  $^{16}\text{O}$  的  $0^+$ ,  $2^+$  低能峰描述不好, 所以其适合 SRPA 模型的计算检验。2015 年 Gambacurta 等 [21] 在工作中用 SRPA 模型详细研究了  $^{16}\text{O}$  的  $0^+$  和  $2^+$  态的强度分布, 该研究验证了扣除程序对 SRPA 模型的重要效果。此外, 对  $^{16}\text{O}$  激发态研究的主要成果是一方面由于 SRPA 引入的 2p-2h 组态的展宽效应, 使得给出的强度大小和实验结果高度一致同时对于巨共振能区也可以给出与 RPA 类似的主峰位置, 另一方面能给出低能  $^{16}\text{O}$  的  $0^+$  和  $2^+$  态的激发能, 这是 RPA 模型无法给出的。但在该工作中没有加入张量相互作用, 同时没有

考虑  $A_{22}$  中的 4p 部分, 该计算给出的这些低能激发态的跃迁强度几乎不可见。

2021 年, 我们也发展了 SRPA 模型程序, 并在计算中加入了张量相互作用, 同时  $A_{22}$  中也自洽地加入了 4p 部分。我们在工作 [38] 中, 研究了  $^{16}\text{O}$  和  $^{40}\text{Ca}$  的  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $3^-$  态。对于  $^{16}\text{O}$  的低能  $2^+$  态, 我们给出了与文献 [21] 类似的结果, 即能较好地重复低能激发态的激发能, 但给出的强度依然过低。

我们用自洽 HF+RPA 和 HF+SRPA 模型计算了  $^{16}\text{O}$  的  $0^+$  态的同位旋标量强度分布, 如图 1 所示。计算时我们采用了 Skyrme 相互作用 SGII [40], 由于张量力的强度不太确定, 我们采用了 SGII+Te1 和 SGII+Te3 [41], 其中的中心部分和自旋轨道耦合部分保持不变, 但张量力的参数分别取为有很大区别的  $(T, U) = (500.0, -350.0)$  和  $(650.0, +200.0) \text{ MeVfm}^5$ 。对  $0^+$  态, RPA 计算在低能区可能出现伪态, 文献 [19-21] 指出, 加入扣除程序后则不会出现伪态, 我们在计算中也未出现过伪态。从图中可以看出, SRPA 模型给出的强度分布在更宽的能区, 不加张量力时, SRPA 给出的主峰能量与 RPA 基本一致, 但在  $^{16}\text{O}$  中, 对于  $0^+$  和  $2^+$  态, 加入张量力后主峰能量会下移约 2 MeV。特别地, 在低能区域 SGII+Te1 能重复实验的激发能, 同时给出可见的强度, 这是之前不考虑张量相互作用的 SRPA 模型无法给出的。需要指出的是, 加入张量力后 SRPA 模型也能给出与实验能量一致的低能  $2^+$  态, 但是其强度远低于实验, 从集体振动这方面来分析, 这种差异很有可能是没有考虑到连续态 [9-10] 的效应所致。

对于  $^{16}\text{O}$  的  $3^-$  态, 如图 2 所示。我们首次给出了 SRPA 对该激发态同位旋标量强度分布的计算结果。从图中可以发现, 采用 SGII 和 SGII+Te3 的 RPA 和 SRPA 计算都

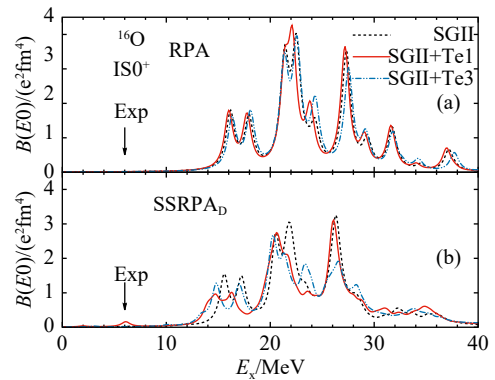


图 1 自洽 HF+RPA 和 HF+SRPA 模型计算的  $^{16}\text{O}$  的  $0^+$  态的同位旋标量强度分布 (在线彩图)

图中 SSRPA<sub>D</sub> 表示在扣除程序中,  $A_{22}$  采用对角近似, 即仅 2p-2h 组态相同时取矩阵元值为式 (12) 中的单粒子能量部分。实验结果 [42] 用箭头表示, 并标出了激发能和强度。图片取自文献 [38]。



高估了第一个  $3^-$  态的激发能。与  $0^+$  态相同，采用 SGII+Te1 的 SRPA 计算能给出第一个  $3^-$  态的激发能，同时采用该相互作用的 RPA 模型也能重复该激发能，这主要张量力效应。

本小结的研究表明，取适当的参数即 SGII+Te1 后，自洽 SRPA 模型能很好地描述  $^{16}\text{O}$  的  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $3^-$  低能激发态的激发能，同时对于  $0^+$  态，加入张量力后能给出可见的低能激发态的同位旋量激发强度；对于  $3^-$  低能激发态的描述，必须需要加入该强度的张量力才能实现。

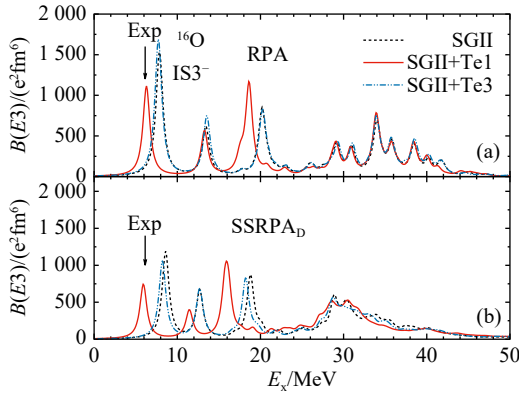


图 2 与图 1 相同，但是  $^{16}\text{O}$  的  $3^-$  态(在线彩图)实验结果取自文献 [43]，图片取自文献 [38]。

## 2.2 SRPA 模型对闭壳核 GT 巨共振的描述

GT 跃迁是原子核在自旋和同位旋空间的振动，其巨共振部分能给出核子-核子相互作用的自旋-同位旋部分的信息。此外，GT 跃迁中存在一个模型无关的求和规则，

$$S_- - S_+ = 3(N - Z), \quad (14)$$

其中  $S_{\pm}$  分别是  $t_{\pm}$  道强度的总和。对于丰中子核， $t_{-}$  道跃迁被压制，其强度接近 0，此时该求和规则给出  $t_{-}$  道的强度总和。但实验只能在低能区域测出该强度总和的 60%~70%，这就是著名的 GT 强度压低问题。

对于这一问题，有效的解决方案是在计算中加入 2p-2h 组态 [11]。2021 年，Gambacurta 等 [44] 把 SRPA 模型应用于  $^{48}\text{Ca}$  的 GT 跃迁强度分布。该工作得到的 GT 巨共振强度和能量与实验一致，且在低于 20 MeV 的能区得到的总强度也与实验一致，这个结果堪称完美。但他们在随后的工作中，又计算了  $^{90}\text{Zr}$  和  $^{132}\text{Sn}$  的 GT 强度分布，在这个工作中得到的 GT 主峰能量比实验低约 2 MeV 以上，而且在低于 20 MeV 的能区得到的强度总和明显高于实验结果，如在  $^{132}\text{Sn}$  中，理论比实验值高出约 60%。可能原因是计算中未考虑相互作用的 4p 部分，以及没有加入张量力。

基于上述原因，我们对四个闭壳核  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{132}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  的 GT 跃迁作了 SRPA 计算，计算中完整考虑了 SRPA 的所有矩阵元，并加入了张量力，计算结果如图 3 所示。SRPA 计算时采用相互作用参数 SGII、SGII+Te1、SGII+Te1、SGII+Te3，其中 SGII 中没有张量力，后面 3 套参数加入了张量力。从图中可以发现，采用加入张量力的相互作用 SGII+Te1 时，能对主峰的激发能和强度给出较好的描述。此外，使用该参数时张量力能有效减少 25 MeV 以下能区的 GT 强度总和。

为了更明确地标记有多少 GT 强度被移到高激发能区，我们定义压低因子：

$$Q = \frac{3(N - Z) - \sum_{0 < E_x < E_{\max}} B(\text{GT} : E_x)_{\text{calc}}}{3(N - Z)}, \quad (15)$$

图 3 所示强度分布的压低因子在表 1 中列出。从表中可以看出，不加张量力时，理论和实验压低因子的差异为 20% 左右；加入张量力并使用参数 SGII+Te1 时，理论和实验压低因子的差距约为 10%。

## 2.3 SRPA 模型对闭壳核 $\beta$ 衰变的研究

比铁重的核素的合成中，超过一半的核素由快中子俘获过程产生，在该过程中原子核迅速俘获中子后，由于中子过多会通过  $\beta$  衰变形成更重的元素。但由于非常多的丰中子核素是目前实验条件无法测量的，天体核合成模拟时需要理论计算  $\beta$  衰变半衰期，GT 跃迁对  $\beta$  衰变半衰期起重要作用。

对于闭壳和准闭壳核  $^{34}\text{Si}$ ,  $^{68, 78}\text{Ni}$  和  $^{132}\text{Sn}$ ，GT 跃迁主导  $\beta$  衰变，其半衰期可以计算为

$$T_{1/2} = \frac{D}{g_A^2 \sum_n^{\Delta_{nH}} B_{1\frac{1}{2}}^{GT} f_0(Z, A, \omega_n)}, \quad (16)$$

其中常数  $D = (6163.4 \pm 3.8) \text{ s}$ ， $f_0$  是相因子函数， $\Delta_{nH} = 0.78227 \text{ MeV}$  是中子和氢原子质量差， $B_{1\frac{1}{2}}^{GT}$  为满足衰变  $Q$  值得 GT 跃迁的强度。轴矢量和矢量耦合常数的初始比值  $g_A = G_A/G_V = 1.26$ ，为与文献 [23] 中的 GT 强度压低因子保持一致，本文中我们取  $g_A = 1.0$ 。

图 4 给出了上述 4 个闭壳和准闭壳核  $^{34}\text{Si}$ ,  $^{68, 78}\text{Ni}$  和  $^{132}\text{Sn}$  的  $\beta$  衰变半衰期。从式 (16) 中可以看出，GT 激发态的能量和强度对  $\beta$  衰变半衰期都会产生影响，但能量的影响会更大。Otsuka 等 [27] 在文献中提到张量力对不同单粒子能级间核子的吸引或者排斥的单极效应，即对  $j_{\pm}$  和  $j_{\mp}$  轨道中的质子或中子是吸引，对  $j_{\pm}$  和  $j_{\pm}$  轨道中的质子或者中子是排斥。在 RPA 和 SRPA 中，张量

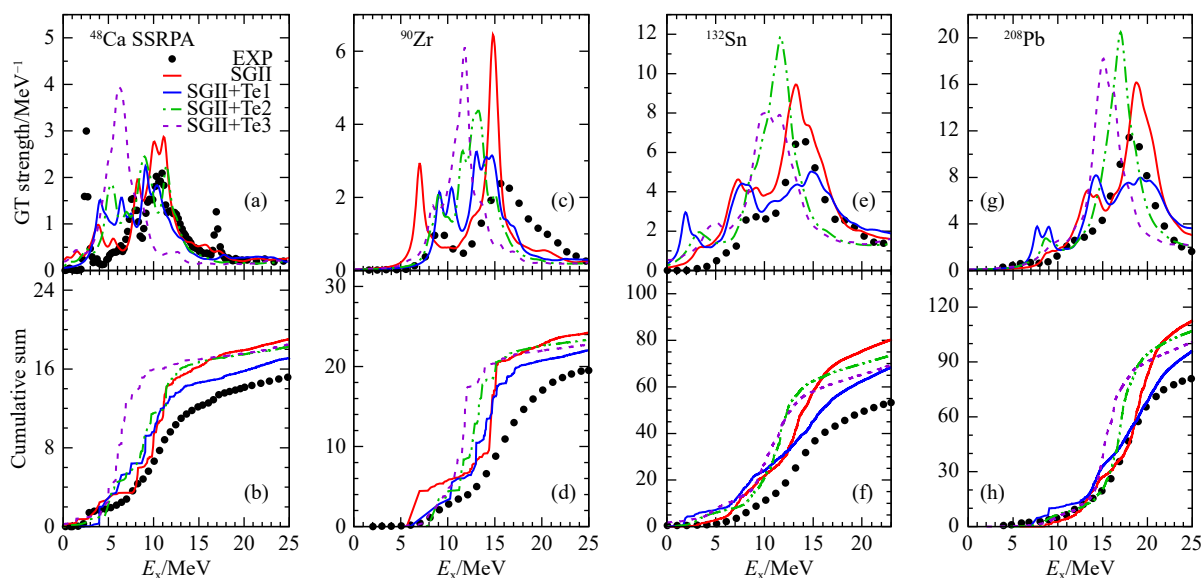


图 3 四个闭壳核  $^{48}\text{Ca}$ 、 $^{90}\text{Zr}$ 、 $^{132}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  的 GT 强度分布和相应的 GT 强度累积求和 (在线彩图)

理论计算采用 SRPA 模型, 计算中使用 SGII、SGII+Te1、SGII+Te2 和 SGII+Te3 相互作用。 $^{48}\text{Ca}$ <sup>[45]</sup>、 $^{90}\text{Zr}$ <sup>[46]</sup>、 $^{132}\text{Sn}$ <sup>[47]</sup> 和  $^{208}\text{Pb}$ <sup>[48]</sup> 的实验结果用实心原点表示。图片取自文献<sup>[49]</sup>。

表 1 SRPA 计算的闭壳核  $^{48}\text{Ca}$ 、 $^{90}\text{Zr}$ 、 $^{132}\text{Sn}$  和  $^{208}\text{Pb}$  的 GT 强度压低因子, 计算中采用了相互作用参数 SGII, SGII+Te1, SGII+Te2, 和 SGII+Te3 (GT 强度的累积求和计算到  $E_{\text{max}} = 25 \text{ MeV}$ )

Force	(T,U)	$^{48}\text{Ca}$	$^{90}\text{Zr}$	$^{132}\text{Sn}$	$^{208}\text{Pb}$
SGII	(0,0)	20.7%	19.2%	16.4%	14.7%
SGII+Te1	(500, -350)	28.7%	26.6%	28.7%	27.3%
SGII+Te2	(600, 0)	23.8%	22.1%	23.3%	19.0%
SGII+Te3	(650, 200)	22.9%	24.1%	27.6%	23.6%
Exp.		36.7%	34.9%	44.5%	38.6%

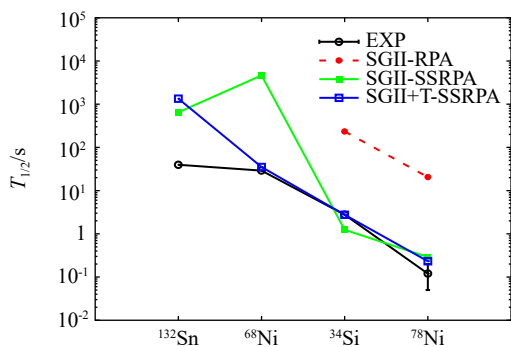


图 4  $^{34}\text{Si}$ 、 $^{68}\text{Ni}$  和  $^{132}\text{Sn}$  的  $\beta$  衰变 (在线彩图)

理论计算时采用了 RPA 和 SRPA 模型基于 Skyrme 相互作用 SGII 作计算, 用 SRPA 模型计算时还有加入张量力的计算。计算中张量力的参数是  $(T, U) = (500, -280) \text{ MeVfm}^5$ 。实验结果取自文献<sup>[50]</sup>, 图片取自文献<sup>[51]</sup>。

力对集体激发态的效应与单极效应是一致的, 根据集体激发态中占主要贡献的组态类型, 张量力可能是吸引或者排斥, 因此张量力有可能在不同原子核中增大或者减小  $\beta$  衰变的半衰期。在计算中, 我们期望实现对 GT 主峰和  $\beta$  衰变半衰期的统一和更优化描述。因此, 我们经过大量 SRPA 计算对张量力的参数进行了优化, 即  $(T,$

$U) = (500, -280) \text{ MeVfm}^5$ , 使用该参数能对上一小节中四个闭壳核的 GT 跃迁巨共振能量和强度给出比 SGII+Te1 略好的描述。从图中可以看出, 除寿命较长的  $^{132}\text{Sn}$  外, SRPA 模型使用 SGII+T(500, -280) 时, 对  $^{34}\text{Si}$ ,  $^{68}\text{Ni}$ ,  $^{78}\text{Ni}$  的半衰期给出非常好的描述。对  $^{132}\text{Sn}$  半衰期的计算偏长的原因是低能 GT 态的强度偏低, 实际上我们也可以通过对张量力参数  $U$  符合实验结果, 但这样对 GT 主峰和其它核的  $\beta$  衰变半衰期描述就不一致了。

### 3 总结和展望

原子核的共振态能有效反映原子核的结构性质和原子核的核子-核子相互作用, 低能激发态还能影响天体核合成的一些重要反应的截面。本文介绍了研究这些激发态的 SRPA 理论, 该理论模型包含了相互作用哈密顿量中所有形式的相互作用。此前的 RPA 模型考虑了 1p-1h 剩余相互作用, 解决自旋无关的正常巨共振的强度问题, 但给出的自旋相关的磁跃迁以及自旋-同位旋激发的强度在低能区明显高于实验观测, 导致了强度压低

问题。SRPA 模型加入了 2p-2h 组态，引入更多剩余相互作用，一方面能对正常巨共振的强度和激发能给出更好的描述；另一方面能显著展宽自旋-同位旋激发的强度分布，能显著改善强度压低问题。我们在 SRPA 模型中加入张量力并选择合适的 SGII+TeI 后，能改进对  $^{16}\text{O}$  的低能  $0^+$  和  $3^-$  态的描述，并对一系列闭壳核的 GT 巨共振能量和强度给出较好的描述，同时能进一步改善强度压低因子约 10% 左右。至此，SRPA 对 GT 强度压低还差 10% 左右。进一步，采用更优化的包含张量力的参数 SGII+T(500, -280) MeVfm<sup>5</sup> 后，能对闭壳核的 GT 巨共振能量和强度给出比 SGII+TeI 更好的描述，同时还能很好地描述闭壳和准闭壳核  $^{34}\text{Si}$ ,  $^{68,78}\text{Ni}$  的  $\beta$  衰变半衰期。但即使加入张量力后，目前的 SRPA 模型给出的低能激发态的强度依然较低。

除高阶组态能展宽对集体激发态强度分布外，连续态的耦合能显著增强低能激发态的强度，为此，我们将在今后的工作中进一步考虑连续态对强度分布的展宽效应。

#### 参考文献：

- [1] GORIELY S. *Phys Lett B*, 1998, 436: 10.
- [2] MEYER B S, MATHEWS G J, HOWARD W M, et al. *Astrophys J*, 1992, 399: 656.
- [3] BURBIDGE E M, BURBIDGE G R, FOWLER W A, et al. *Rev Mod Phys*, 1957, 29: 547.
- [4] COWAN J K, THIELEMANN F K, TRURAN J W. *Phys Rep*, 1991, 208: 267.
- [5] BLAIZOT J P, BERGER J F, DECHARGE J, et al. *Nucl Phys A*, 1995, 591: 435.
- [6] VAUTHERIN D, BRINK D M. *Phys Rev C*, 1972, 5: 626.
- [7] SPETH J, WOUDE A. *Rep Prog Phys*, 1981, 44: 719.
- [8] AIT-TAHAR S, BRINK D. *Nucl Phys A*, 1993, 560: 765.
- [9] SHLOMO S, BERTSCH G. *Nucl Phys A*, 1975, 243: 507.
- [10] ZHANG C L, ZHANG H Q, ZHANG X Z, et al. *J Phys G*, 2006, 32: 2261.
- [11] BERTSCH G F, HAMAMOTO I. *Phys Rev C*, 1982, 26: 1323.
- [12] TAKAYANAGI K, SHIMIZU K, ARIMA A. *Nucl Phys A*, 1988, 477: 205.
- [13] TAKAYANAGI K, SHIMIZU U, ARIMA A. *Nucl Phys A*, 1988, 481: 313.
- [14] NIU Y F, COLO G, VIGEZZI E. *Phys Rev C*, 2014, 90: 054328.
- [15] ROBIN C, LITVINOVA. *Phys Rev Lett*, 2019, 123: 202501.
- [16] SEVERYUKHIN A P, VORONOV V V, BORZOV I N, et al. *Phys Rev C*, 2014, 90: 044320.
- [17] GAMBACURTA D, GRASSO M, CATARA F, et al. *Phys Rev C*, 2006, 73: 024319.
- [18] PAKONSTANTINOU P, ROTH R. *Phys Lett B*, 2009, 671: 356.
- [19] TSELYAEV V I. *Phys Rev C*, 2007, 75: 024306.
- [20] TSELYAEV V I. *Phys Rev C*, 2013, 88: 054301.
- [21] GAMBACURTA D, GRASSO M, ENGEL J. *Phys Rev C*, 2015, 92: 034303.
- [22] GAMBACURTA D, GRASSO M, ENGEL J. *Phys Rev Lett*, 2020, 125: 212501.
- [23] GAMBACURTA D, GRASSO M. *Phys Rev C*, 2022, 105: 014321.
- [24] COLO G, SAGAWA H, BORTIGNON P F. *Phys Rev C*, 2010, 82: 064307.
- [25] BROWN B A, DUGET T, OTSUKA T, et al. *Phys Rev C*, 2006, 74: 061303(R).
- [26] ZUO W, COLO G, MA Z Y, et al. *Phys Rev C*, 2008, 77: 014314.
- [27] OTSUKA T, SUZUKI T, FUJIMOTO R, et al. *Phys Rev Lett*, 2005, 95: 232502.
- [28] COLO G, SAGAWA H, FRACASSO S, et al. *Phys Lett B*, 2007, 646: 227.
- [29] BRINK D M, STANCU F. *Phys Rev C*, 2007, 75: 064311.
- [30] BAI C L, SAGAWA H, ZHANG H Q, et al. *Phys Lett B*, 2009, 675: 28.
- [31] CAO L G, COLO G, SAGAWA H, et al. *Phys Rev C*, 2009, 80: 064304.
- [32] JIANG L J, YANG S, SUN B Y, et al. *Phys Rev C*, 2015, 91: 034326.
- [33] WANG S, TONG H, ZHAO P, et al. *Phys Rev C*, 2019, 100: 064319.
- [34] MINATO F, BAI C L. *Phys Rev Lett*, 2013, 110: 122501.
- [35] BAI C L, FANG D L, ZHANG H Q. *Chin Phys C*, 2022, 46: 114104.
- [36] LANG A M, PENDLEBURY E D. *Nucl Phys*, 1960, 15: 39.
- [37] RAPAPORT J, TADDEUCCI T, WELCH T P, et al. *Nucl Phys A*, 1983, 410: 371.
- [38] YANG M J, BAI C L, SAGAWA H, et al. *Phys Rev C*, 2021, 103: 054308.
- [39] PAKONSTANTINOU P. *Phys Rev C*, 2014, 90: 024305.
- [40] GIAI N VAN, SAGAWA H. *Phys Lett B*, 1981, 106: 379.
- [41] BAI C L, ZHANG H Q, SAGAWA H, et al. *Phys Rev C*, 2011, 83: 054316.
- [42] TILLEY D, WELLER H, CHEVES C. *Nucl Phys A*, 1993, 564: 1.
- [43] KIBEDI T, SPEAR R H. *At Data Nucl Data Tables*, 2020, 80: 35.
- [44] GAMBACURTA D, GRASSO M, ENGEL J. *Phys Rev Lett*, 2021, 125: 212501.
- [45] YANG M J, BAI C L, SAGAWA H, et al. *Phys Rev C*, 2022, 106: 014319.
- [46] YAKO K, SASANO M, MIKI K, et al. *Phys Rev Lett*, 2009, 103: 012503.
- [47] WAKASA T, SAKAI H, OKAMURA H, et al. *Phys Rev C*, 1997, 55: 2909.
- [48] YASUDA J, SASANO M, ZEGERS P G T, et al. *Phys Rev Lett*, 2018, 121: 132501.
- [49] WAKASA T, OKAMOTO M, DOZONO M. *Phys Rev C*, 2012, 85: 064606.
- [50] National Nuclear Data Center[EB/OL].[2023-07-15].<http://www.nndc.bnl.gov>.
- [51] YANG M J, SAGAWA H, BAI C L, et al. *Phys Rev C*, 2023, 107: 014325.

## Research of Second Random-Phase-Approximation on the Nuclear Collective Excited States

YANG Mingjun<sup>1</sup>, ZHANG Chunlei<sup>2,†</sup>, BAI Chunlin<sup>1,†</sup>, ZHANG Huanqiao<sup>3</sup>

(1. College of Physics, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. College of Nuclear Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;

3. China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

**Abstract:** The collective excited states are macroscopically described as the nuclear resonances in coordinate, spin, and isospin spaces. Researching these excited states may acquire the properties of nuclear structure and the information of nucleon-nucleon interaction inside nucleus. In addition, it may also provide important input for nuclear astrophysics. The self-consistent Second Random Approximation (SRPA) theory based on Skyrme density functional was applied to research these collective excited states, including normal parity  $0^+$ ,  $2^+$ ,  $3^-$  states, and charge-exchange Gamow-Teller (GT) transition. In addition, the effects of tensor force under the two particle-two hole configurations are discussed primarily. And the research points out that it may produce low-energy normal transition states or enhance their transition strengths. Moreover, the including of tensor force is helpful for the systematical describing of the strength and excitation energy of GT giant resonances of a series of closed-shell nuclei, and the  $\beta$  decay half-lives of closed-shell or quasi closed-shell nuclei.

**Key words:** normal parity state; Gamow-Teller transition;  $\beta$  decay; tensor force; Second Random Phase Approximation

---

**Received date:** 01 Aug. 2023; **Revised date:** 15 Jan. 2024

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11822504, 11575120)

**† Corresponding author:** ZHANG Chunlei, E-mail: [lei@bnu.edu.cn](mailto:lei@bnu.edu.cn); BAI Chunlin, E-mail: [bclphy@scu.edu.cn](mailto:bclphy@scu.edu.cn)