



相对论重离子碰撞中的重夸克势

陈保义 文流渊 施舒哲

Heavy Quark Potential in the Relativistic Heavy-ion Collisions

CHEN Baoyi, WEN Liuyuan, SHI Shuzhe

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC02>

引用格式:

陈保义, 文流渊, 施舒哲. 相对论重离子碰撞中的重夸克势[J]. *原子核物理评论*, 2024, 41(1):594–599. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC02

CHEN Baoyi, WEN Liuyuan, SHI Shuzhe. Heavy Quark Potential in the Relativistic Heavy-ion Collisions[J]. *Nuclear Physics Review*, 2024, 41(1):594–599. doi: 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC02

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[相对论重离子碰撞中的软探针和硬探针](#)

Soft and Hard Probes of Relativistic Heavy-Ion Collisions

原子核物理评论. 2020, 37(3): 317–328 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC39>

[强电场对夸克胶子等离子体中粲夸克偶素演化的影响\(英文\)](#)

Effect of Strong Electric Field on the Evolution of Charmonium in Quark Gluon Plasma

原子核物理评论. 2019, 36(3): 278–288 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.36.03.278>

[碰撞几何构型对相对论重离子碰撞旁观者核子的影响](#)

Collision Geometry Effect on Free Spectator Nucleons in Relativistic Heavy-ion Collisions

原子核物理评论. 2023, 40(1): 1–9 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.40.2022095>

[相对论重离子对撞机上重味衰变电子的测量数据中粲和底成分的分离](#)

Charm and Beauty Separation from Heavy Flavor Electron Measurements at RHIC

原子核物理评论. 2020, 37(3): 684–689 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC13>

[理想磁流体力学中的相对论性Kelvin圈积分定理](#)

Relativistic Kelvin Circulation Theorem for Ideal Magnetohydrodynamics

原子核物理评论. 2020, 37(3): 679–683 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC19>

[天体物理、引力波及重离子碰撞中的物质](#)

MAGIC: Matter in Astrophysics, Gravitational Waves, and Ion Collisions

原子核物理评论. 2020, 37(3): 272–282 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC75>

文章编号: 1007-4627(2024)01-0594-06

相对论重离子碰撞中的重夸克势

陈保义¹, 文流渊², 施舒哲³

(1. 天津大学理学院, 天津 300354;
2. 中国科学技术大学现代物理系, 合肥 230026;
3. 清华大学物理系, 北京 100084)

摘要: 在高温高密度的夸克胶子等离子体 (QGP) 中, 重夸克的相互作用势会受到周围部分子的影响而发生改变。一般认为, 重夸克偶素的相互作用势的实部应该介于重夸克偶素的自由能 F 和内能 U 之间, 且具体形式依赖于温度。而重夸克偶素的虚部相互作用势则来自朗道阻尼效应。基于含时薛定谔方程模型, 采用不同的重夸克相互作用势, 研究重夸克偶素的波函数在 QGP 中的演化, 并计算重夸克偶素的核修正因子。通过同时考虑冷核效应和热核效应, 把理论计算的底夸克偶素的核修正因子与实验数据对比, 发现当重夸克偶素的实部相互作用势接近内能 U 时, 能够较好地解释实验现象, 并能看到不同底夸克偶素的连续压低现象, 即更高激发态的底夸克偶素由于其自身束缚能更小而更容易被解离。薛定谔方程模型, 有利于建立有限温度重夸克势与实验观测量之间的直接联系, 并确定相互作用势的形式。

关键词: 夸克胶子等离子体; 相对论重离子碰撞; 重夸克偶素; 重夸克势; 薛定谔方程

中图分类号: O571.53 **文献标志码:** A **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.41.2023CNPC02

0 引言

在相对论重离子碰撞中, 会产生由夸克和胶子构成的高温物质, 称为“夸克胶子等离子体” (QGP)^[1]。与强子气体不同, QGP 是由部分子之间的强相互作用主导的。研究高温下的强相互作用和夸克胶子等离子体的输运性质, 是高能核物理的研究热点之一。在 QGP 中, 部分子带色荷, 会屏蔽一部分重夸克偶素的相互作用势, 使得束缚能变小。当色屏蔽效应足够强时, 重夸克偶素的束缚态会被溶解。同时, 部分子的非弹性散射过程, 如胶子散射或渐近自由粒子散射过程, 也会解离重夸克偶素。重夸克偶素还可能与 QGP 介质的整体相互作用, 被解离, 这个过程称为朗道阻尼。这些 QGP 效应会明显减少相对论重离子碰撞中的重夸克偶素产额。因此, 1986 年, 粲偶素 J/ψ 的产额反常压低现象, 被提出作为 QGP 产生的信号之一^[2]。目前, 在美国的相对论重离子对撞机 (RHIC)^[3] 和欧洲的大型强子对撞机 (LHC)^[4] 进行原子核-原子核对撞, 看到了粲偶素和底夸克偶素的产额压低现象, 被认为是 QGP 存在的强烈信号之一。

目前有很多理论模型研究重夸克偶素在高温介质中

的演化过程。例如, 清华大学开发的玻尔兹曼输运模型^[5] 系统考虑了重夸克偶素的解离过程和重产生过程, 并对粲偶素和底夸克偶素的产额、动量分布和集体流做了很好的研究。美国 TAMU 研究组的输运方程^[6], MIT 研究组开发的半经典输运方程^[7], 也对重夸克偶素的各个实验观测量做了大量研究。美国相关研究组开发的薛定谔方程模型^[8] 以及天津大学合作组^[9] 开发的薛定谔方程模型, 也研究了高温环境中的重夸克偶素波函数演化。它们考虑了高温介质对有限温度下重夸克势的实部和虚部的影响, 研究了重夸克偶素的波函数演化。

在实验中, 已经观测到不同底夸克偶素态 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 的核修正因子有一个连续压低的现象, 即更高的束缚态由于具有更小的束缚能, 会受到 QGP 更强的解离效应。核修正因子是衡量原子核效应对重夸克偶素影响大小的一个观测量。当 QGP 温度较高的时候, 重夸克偶素的相互作用势会被改变, 进而使得重夸克偶素在高温介质中发生解离。且这种解离效应与有限温度下的重夸克势直接关联。此研究将通过重夸克偶素的产额压低现象, 来研究有限温度下的重夸克相互作用势。

本文的内容包含以下几部分: 在第 1 节, 将介绍含

收稿日期: 2023-06-13; 修改日期: 2024-01-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (12175165)

作者简介: 陈保义 (1987-), 男, 安徽滁州人, 副教授, 博士, 从事原子核与粒子物理研究; E-mail: baoyi.chen@tju.edu.cn

时薛定谔方程，以及有限温度下的重夸克势选取，并介绍重离子对撞中重夸克偶素的初始条件；QGP 的温度演化也将做简单的介绍；第 2 节，计算原子核对撞中的底夸克核修正因子，并将其与相应的实验数据进行对比。最后给出总结。

1 理论模型

实验通常通过双轻子衰变过程来测量底夸克偶素 Υ 。这些 Υ 态可以被视为真空康奈尔势的本征态。然而，在有限温度下，底夸克偶素的相互作用势会发生改变。因此，在有限温度下考虑重夸克势， $b\bar{b}$ 波函数中各个态的比例会随时间而变化。当 $b\bar{b}$ 波包离开 QGP 介质后，其中各个本征态的比例也会发生改变，这种改变的程度反映了 QGP 介质对重夸克势的影响程度。由于底夸克的质量很大，因此在底夸克偶素的质心系下，束缚态中的 b 夸克和 \bar{b} 夸克的运动可以被视为非相对论过程。因此，可以使用经典的薛定谔方程来描述底夸克偶素波函数的演化。

1.1 薛定谔方程

如果不考虑 QGP 介质的黏滞系数，而是认为 QGP 是理想流体，则在理想流体中，重夸克势依然是一个屏蔽的康奈尔势。如果相互作用势是球对称的，则波函数中不同本征态只能在相同角量子数的本征态之间跃迁，比如 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 几个态之间可以由于有限温度势的影响而发生跃迁，但它们不能跃迁到 P-态。这样，薛定谔方程可以分离成径向部分和角向部分。径向含时薛定谔方程可以写成^[10]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m_\mu} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + V(r, T) + \frac{L(L+1)\hbar^2}{2m_\mu r^2} \right] \psi(r, t), \quad (1)$$

方程中 $\psi(r, t)$ 是 $b\bar{b}$ 的波函数； L 是角量子数； T 是介质的温度。 $m_\mu = m_b/2$ 是在重夸克偶素质心系下的重夸克约化质量。底夸克的质量取为 $m_b = 4.5 \text{ GeV}$ 。 $V(r, T)$ 是有限温度下的重夸克势，它包含实部和虚部。一般，实部的重夸克势是介于重夸克偶素的自由能 $F(r, T)$ 和内能 $U(r, T)$ 之间。自由能已经由格点量子色动力学(QCD)理论计算出来，可以采用以下的形式对数据点拟合：

$$F(r, T) = -\frac{\alpha}{r} e^{-m_D r} + \frac{\sigma}{m_D} (1 - e^{-m_D r}), \quad (2)$$

方程中 $m_D = T \sqrt{\frac{4\pi N_c}{3} \alpha \left(1 + \frac{N_f}{6}\right)}$ 是屏蔽质量； $N_c = 3$ 和 $N_f = 3$ 是色荷和味的数量。 $\alpha = \pi/12$ ， $\sigma = 0.2 \text{ GeV}^2$ 这两个参数来自真空康奈尔势，它们的取值可以通过拟合真空底夸克偶素不同本征态的质量来确定下来。而重夸克偶素的

内能可以通过自由能和熵来确定下来， $U(r, T) = F + T(-\partial F/\partial T)$ 。在下面的计算中，我们将把相互作用势的实部取成 F 和 U ，或者它们的组合，这样分别带入到薛定谔方程中进行计算，得到最终的 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 的核修正因子，并且与实验数据进行比较。在 QGP 介质中，重夸克偶素束缚态受到色屏蔽效应而使得重夸克势的实部发生改变。除此以外，由于受到部分子的碰撞过程以及介质的朗道阻尼效应，重夸克偶素束缚态在介质中会发生衰变或者解离。这使得重夸克势包含虚部。格点 QCD 理论对相互作用势的虚部进行了一些计算。我们基于格点 QCD 的计算结果，采用以下的形式拟合重夸克势的虚部^[11]。采用两个曲线来考虑虚部势的不确定性，

$$\begin{aligned} V_i^{\text{upper}}(\bar{r}, T) &= -iT(a_1 \bar{r}^3 + a_2 \bar{r}^2 + a_3 \bar{r}), \\ V_i^{\text{lower}}(\bar{r}, T) &= -iT(b_1 \bar{r}^3 + b_2 \bar{r}^2 + b_3 \bar{r}), \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\bar{r} = r/\text{fm}$ 是无量纲的变量。方程中的参数取值为 $a_1 = 0.2096$ ， $a_2 = 0.1486$ ， $a_3 = 0.0854$ ， $b_1 = 0.3605$ ， $b_2 = 0.2536$ ， $b_3 = 0.0909$ 。这里 i 是虚数。这两条曲线对应图 1 的条带 1(Band 1) 的上限和下限。为了更多的考虑数据点的误差，更大的条带(Band 2) 也将带入到薛定谔方程中进行计算。

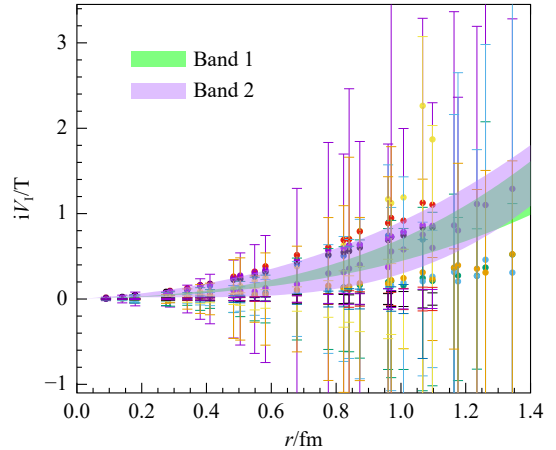


图 1 虚部相互作用势的拟合(在线彩图) 其中较小的区域的上限和下限分别对应方程(3)。而更大的一个条带(Band 2) 也将带入薛定谔方程中计算。图引自文献[9]。

在相对论重离子对撞中，会产生高温的夸克胶子等离子体物质和重夸克偶素。底夸克偶素在 QGP 物质中运动时，它的波函数演化就会受到高温介质的影响。一个 $b\bar{b}$ 波包中，不同底夸克偶素束缚态的比例会随时间变化，比如当中的径向和角向量子数为 n 和 l 的本征态的比例定义为 $|c_{nl}(t)|^2$ ，其中系数可以通过波包往相应的本征态波函数 $|R_{nl}(r)\rangle$ 上投影得到， $c_{nl} = \langle R_{nl} | \psi \rangle$ 。而在原子核-原子核对撞中，可能会在空间不同的地方产生多个底夸克偶素，这些底夸克偶素会从不同点出发，向

四周运动最终跑出火球。所以，我们需要考虑多个底夸克偶素的演化，每一个底夸克偶素沿着运动轨迹感受到不同的 QGP 局域温度，因此也会带入不同的重夸克势进行演化。当把大量的底夸克偶素在 QGP 中演化后，我们可以通过系综平均，得到平均一个 $b\bar{b}$ 波包在 QGP 中演化的结果：

$$\langle |c_{nl}(t)|^2 \rangle_{\text{en}} = \frac{\int d\mathbf{x}_T d\mathbf{p}_T |c_{nl}(t, \mathbf{x}_T, \mathbf{p}_T)|^2 \frac{dN_{AA}^r}{d\mathbf{x}_T d\mathbf{p}_T}}{\int d\mathbf{x}_T d\mathbf{p}_T \frac{dN_{AA}^r}{d\mathbf{x}_T d\mathbf{p}_T}}, \quad (4)$$

当一个 $b\bar{b}$ 波包在初始位置 \mathbf{x}_T 、初始动量 \mathbf{p}_T 产生，它在 QGP 中运动，并且波函数演化由薛定谔方程来描述，在 t 时刻，此波包中含有的本征态（径向和角向量子数为 n, l ）的比例为 $|c_{nl}(t, \mathbf{x}_T, \mathbf{p}_T)|^2$ 。在核核碰撞中，在各个相空间点 $(\mathbf{x}_T, \mathbf{p}_T)$ 都可能产生一定数量 $dN_{AA}^r/d(\mathbf{x}_T d\mathbf{p}_T)$ 的 $b\bar{b}$ 波包。 $\langle |c_{nl}(t)|^2 \rangle_{\text{en}}$ 表示系综平均后的结果，即平均一个底夸克偶素本征态 (n, l) 从 QGP 中产生之后，跑出火球时产额还剩余 $\langle |c_{nl}(t)|^2 \rangle_{\text{en}}$ 。

重夸克偶素主要是部分子的硬散射过程产生的，它的初始空间密度正比于两个原子核的厚度函数的乘积，

$$\frac{dN_{AA}^r}{d\mathbf{x}_T} \propto T_A(\mathbf{x}_T + \mathbf{b}/2) T_B(\mathbf{x}_T - \mathbf{b}/2) \mathcal{R}_S(\mathbf{x}_T), \quad (5)$$

表达式中 $T_A = \int dz_A \rho_A(\mathbf{x}_T, z_A)$ 是原子核的厚度函数； ρ_A 是原子核的密度，这里取为 Woods-Saxon 分布。 \mathbf{b} 是碰撞参数，代表着两个对撞的原子核的球心运动轨迹的垂直距离。原子核的碰撞被看成是多个核子碰撞的有效叠加，但同时原子核的冷核效应会影响重夸克偶素的产生。比如，核遮蔽效应中，周围核子的分布会影响某核子中的部分子分布，进而影响到硬过程产生的重夸克偶素。我们可以通过 EPS09 程序^[12] 计算出核遮蔽效应对底夸克偶素的影响，用一个比值 \mathcal{R}_S 表示。且核遮蔽效应在核子密度较大时会更强，所以 \mathcal{R}_S 依赖于具体的坐标位置。

在动量空间中，底夸克偶素 $\Upsilon(1S)$ 的分布已经被一些实验测量了。通过质子-质子碰撞的实验数据，我们可以拟合出 $\Upsilon(1S)$ 的初始动量分布情况。它的归一化分布，可以拟合成以下形式：

$$\frac{dN_{pp}^r}{d\phi p_T dp_T} = \frac{(n-1)}{\pi(n-2)\langle p_T^2 \rangle_{pp}} \left[1 + \frac{p_T^2}{(n-2)\langle p_T^2 \rangle_{pp}} \right]^n, \quad (6)$$

其中 ϕ 是横平面中的角度（定义原子核加速方向为纵向 z ）。 $\langle p_T^2 \rangle_{pp} = (80, 55, 28)$ (GeV/c)² 是在 5.02 TeV, 2.76 TeV, 200 GeV 碰撞能量下 $\Upsilon(1S)$ 态的平均横动量平方， $n =$

2.5。这两个参数的值是通过拟合质子-质子碰撞中 $\Upsilon(1S)$ 的横动量分布来确定的。而底夸克偶素的产生截面，也在表 1 中给出了。 σ_{exp} 是底夸克偶素的产生截面，里面包含了不同态之间的衰变过程对底夸克偶素产额的修正，比如 $\chi_b(1P) \rightarrow \Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S) \rightarrow \Upsilon(1S)$, $\chi_b(2P) \rightarrow \Upsilon(1S)$, $\Upsilon(3S) \rightarrow \Upsilon(1S)$ 。这些过程会增大 $\Upsilon(1S)$ 的产额并减小激发态的产额。由于这个衰变过程一般是底夸克偶素跑出火球之后才发生的，即是在薛定谔方程演化结束之后进行的，在薛定谔方程开始演化时，不同底夸克偶素态的产额之比满足表格 1 中的 σ_{direct} 比值，这个截面去除了以上衰变过程的影响。不同态之间的衰变比例比如 (n, l) 态向 $1S$ 态衰变的比例 $\mathcal{B}_{nl \rightarrow 1S}$ 可以通过查粒子表 (particle data group) 得到。这样，在重离子碰撞早期，在 QGP 介质中将产生不同的底夸克偶素态，它们的产额满足 σ_{exp} 的比值。这些底夸克偶素态的内部演化就可以通过含时薛定谔方程描述。

表 1 在质子-质子碰撞中不同底夸克偶素的产生截面值

State	$\Upsilon(1s)$	$\chi_b(1p)$	$\Upsilon(2s)$	$\chi_b(2p)$	$\Upsilon(3s)$
$\sigma_{\text{exp}}/\text{nb}$	57.60	33.51	19.00	29.42	6.80
$\sigma_{\text{direct}}/\text{nb}$	37.97	44.20	18.27	37.68	8.21

注： σ_{exp} 和 σ_{direct} 分别代表考虑衰变过程和没有考虑衰变过程的不同态的产生截面。

1.2 核修正因子

一个底夸克偶素在 QGP 中演化结果，可以通过 $\langle |c_{nl}(t)|^2 \rangle_{\text{en}}$ 表达式给出。当大量的底夸克偶素在 QGP 中演化时，它们的运动路线不同，感受到的 QGP 局域温度也不同，这使得它们跑出 QGP 之后的末态波函数也不一样。对大量底夸克偶素做平均，并且考虑不同底夸克偶素本征态之间的衰变贡献，原子核-原子核碰撞中 $\Upsilon(1S)$ 的核修正因子可以写为

$$R_{AA}(1S) = \frac{\sum_{nl} \langle |c_{nl}(t)|^2 \rangle_{\text{en}} f_{pp}^{nl} \mathcal{B}_{nl \rightarrow 1S}}{\sum_{nl} \langle |c_{nl}(t_0)|^2 \rangle_{\text{en}} f_{pp}^{nl} \mathcal{B}_{nl \rightarrow 1S}}, \quad (7)$$

其中： f_{pp}^{nl} 是质子-质子碰撞中底夸克本征态 (n, l) 的分布； \mathcal{B} 是不同本征态之间的衰变分之比。这个核修正因子的含义与实验测量的数据一致，可以和实验数据进行对比。

1.3 介质温度演化

薛定谔方程中，重夸克势还依赖于介质的温度。QGP 的温度演化可以通过求解流体力学方程来得到。清华大学研究组建立了 (2+1) 维的理想流体力学方程，其中在纵向方向采用 Bjorken 膨胀来描述流体演化，而横平面的加速膨胀可以由流体力学方程给出。随着

QGP 的膨胀, 温度降低, 并在某个温度 $T_c \sim 165$ MeV 发生相变, 变成强子气体。QGP 的初始能量密度可以通过分析实验测量的末态强子密度来确定。实验测量的末态轻强子越多, 则表示 QGP 的初始能量密度越高。QGP 初始能量密度在坐标空间的分布可以认为是正比于二元碰撞数 $N_{\text{coll}}(\mathbf{x}_T)$ 和参与碰撞核子数 $N_p(\mathbf{x}_T)$ 。在 5.02 TeV Pb-Pb 碰撞中, QGP 经过 $\tau_0 = 0.6$ fm/c 的时间达到预平衡状态, 此时 QGP 中心点的最高温度约为 510 MeV。在 2.76 TeV Pb-Pb 和 200 GeV Au-Au 碰撞中, τ_0 时刻火球中心的最高温度分别为 484 MeV 和 390 MeV。流体力学方程从 $\tau \geq \tau_0$ 时刻开始演化。

2 在重离子碰撞中的计算结果

重夸克偶素的波函数演化和热密介质的演化分别由薛定谔方程和流体力学方程描述。在 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5.02$ TeV Pb-Pb 碰撞中, 底夸克偶素的核修正因子 R_{AA} 随着参与碰撞核子数 N_p 的分布如图 2 所示。图中的三个条带是理论计算得出的 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 的结果, 条带宽度反映了重夸克势虚部的不确定性。两个子图分别对应实部的势取成 $V_R = U$ 和 $V_R = F$ 。值得注意的是, 当采用较强的相互作用势 ($V_R = U$) 时, 理论计算结果满足 $R_{\text{AA}}(1S) > R_{\text{AA}}(2S) > R_{\text{AA}}(3S)$ 这种关系。这表明在有限温度下, 重夸克势更接近内能。而当 $V_R = F$ 时, 重夸克势偏弱, 使得波函数倾向于向外扩散, 这在物理上表示基态向高激发态转变。这最终会增加 $R_{\text{AA}}(3S)$ 的值, 明显降低 $R_{\text{AA}}(1S)$ 的值, 这些都与实验结果不吻合。当重夸克势的实部取介于 F 和 U 之间的形式时, R_{AA} 的计算结果介于图 2 的两种情形之间。

在横动量分布的核修正因子中, 当重夸克势的实部取成 $V_R = U$ 时, 同样能够观察到不同底夸克偶素的连续压低现象, 即 $R_{\text{AA}}^{1S}(p_T) > R_{\text{AA}}^{2S}(p_T) > R_{\text{AA}}^{3S}(p_T)$ 。这种理论计算能够很好地吻合实验数据。当采用自由能时, 这种连续压低的现象就消失了。因此, 理论研究表明, 不同底夸克偶素的连续压低现象可以用来测量有限温度下的重夸克势的实部。这种现象在不同的碰撞能量下都能够观测到。例如, 在图 3 中, 薛定谔模型计算了 2.76 TeV Pb-Pb 和 200 GeV Au-Au 碰撞下, 底夸克偶素不同态的核修正因子。可以发现, 在不同碰撞能量下, 环境的温度变化较大, 但理论计算依然能够反映出 $V_R = U$ 的情形能够较好地解释底夸克偶素不同态的连续压低现象。因此, 我们可以根据底夸克偶素的连续压低现象来确定有限温度下的重夸克势的实部。但由于核修正因子还依赖于重夸克势的虚部, 而虚部势存在非常大的不确定性,

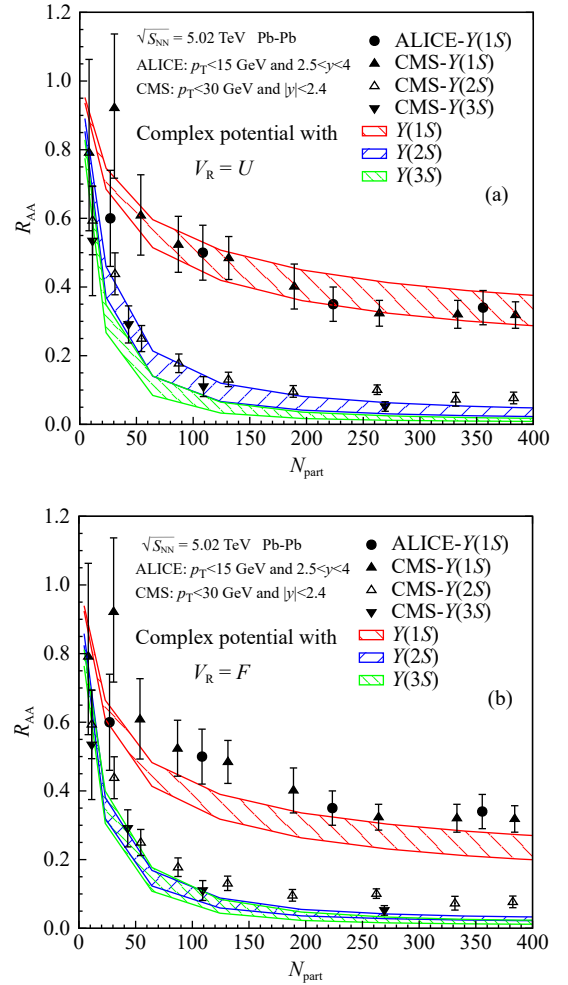


图 2 在 5.02 TeV Pb-Pb 碰撞中, 底夸克偶素 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 的核修正因子随着参与碰撞核子数 N_p 的分布 (在线彩图) 图 (a) 和图 (b) 分别代表重夸克势的实部取成内能 U 和自由能 F 。理论计算的不确定性来自重夸克势的 V_I 的不确定性。图引自文献 [9]。

为了研究不同的虚部势对结果的影响, 验证它是否会改变“连续压低”现象, 我们采用不确定度更大的 V_I (图 1 的 band 2), 带入薛定谔方程进行计算, 相关结果展示在图 4 中。

在图 4 中, 两个图分别把重夸克势的实部取成内能 U 和自由能 F 。而重夸克势的虚部取成图 1 的 band 2 情形, 即 V_I 具有更大的不确定性, 这会使得计算得到的 R_{AA} 也具有很大的不确定性, 如图 4 所示。值得一提的是, 即使在图 4 中, 计算结果依然没有把图 1 中数据点的全部误差都考虑进来, 只是考虑了一部分误差。所以, 可以发现, 底夸克偶素的核修正因子对 V_I 的取值较为敏感。由于实验的底夸克偶素实验点的误差远比我们理论计算的误差小, 这也使得我们可以通过底夸克偶素的核修正因子来拟合有限温度下的重夸克势的虚部, 给出误差较小的 V_I 表达式。而在图 4 中, 采用 $V_R = U$ 的理论

计算依然体现底夸克偶素 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 连续压低的现象, 在取不同 V_I 时依然存在。所以, 我们可以认为, 连续

压低的现象主要由重夸克势的实部来决定; 而重夸克势的虚部主要影响核修正因子的大小。

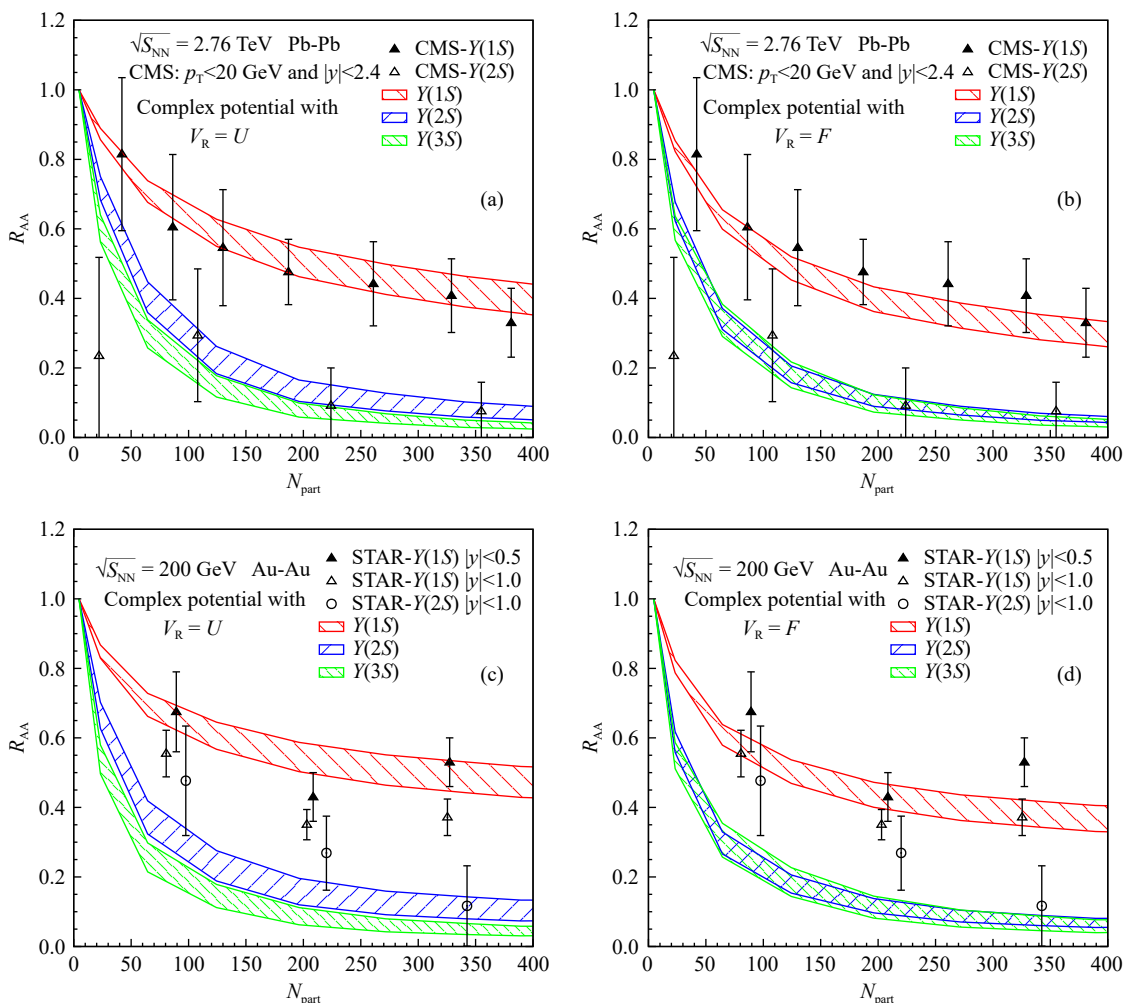


图 3 上面两个图: 在 2.76 TeV Pb-Pb 碰撞中, 底夸克偶素 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 的核修正因子随着参与碰撞核子数 N_p 的分布; 下面两个图: 在 200 GeV Au-Au 碰撞中的底夸克偶素核修正因子 (在线彩图) 左图和右图分别代表重夸克势的实部取成内能 $V_R = U$ 和自由能 F 。理论计算的不确定性来自重夸克势的 V_I 的不确定性。图引自文献 [9]。

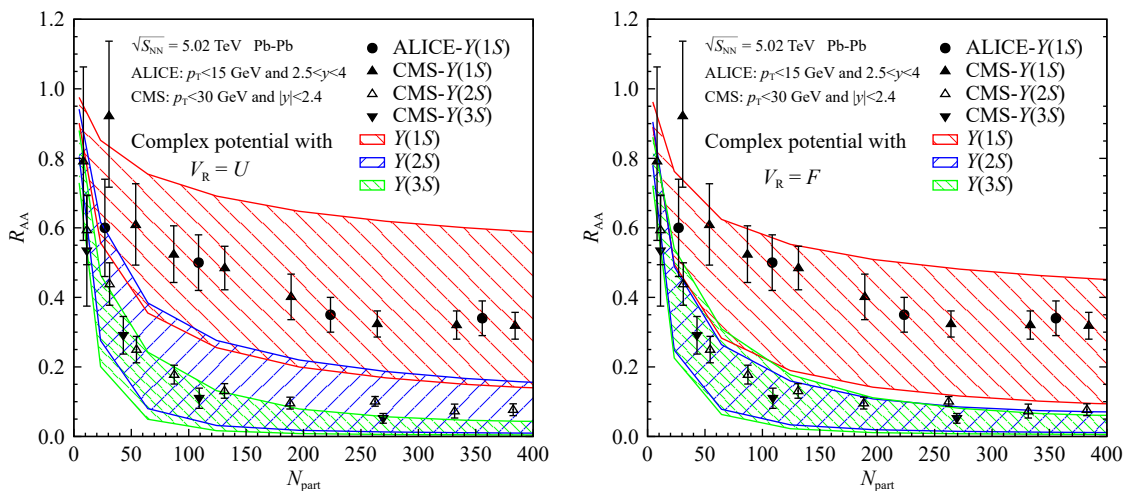


图 4 在 5.02 TeV Pb-Pb 碰撞中, 底夸克偶素 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 的核修正因子随着参与碰撞核子数 N_p 的分布 (在线彩图) 当中的重夸克势的虚部 V_I 采用不确定度更大的表达式, 即图 1 中的 band 2 情形。图引自文献 [9]。

3 结论

本研究采用含时薛定谔方程来研究底夸克偶素在高温高密度的夸克胶子等离子体中的波函数演化。通过采用不同的有限温度下的重夸克势，我们计算出 5.02 TeV Pb-Pb, 2.76 TeV Pb-Pb, 200 GeV Au-Au 碰撞下，底夸克偶素的核修正因子。理论计算与实验数据对比表明，不同底夸克偶素 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 的连续压低现象，主要受到重夸克势的实部影响，且支持重夸克势的实部接近内能, $V_R = U$ 。当取较弱的重夸克势时，重夸克偶素的波函数会向外明显扩散，这使得基态向激发态发生转变并增加末态激发态的产额和核修正因子。这种 $\Upsilon(1S, 2S, 3S)$ 连续压低的现象，不会因为采用不同的虚部势而发生改变。重夸克势的虚部存在较大的不确定性，当采用较大不确定性的 V_I 时，底夸克偶素的核修正因子变化很大。这表明底夸克偶素的 R_{AA} 对 V_I 的取值较为敏感。考虑到

实验上测量的 R_{AA} 误差较小，因此可以从此出发来给出误差较小的 V_I 表达式。

参考文献：

- [1] BAZAVOV A, BHATTACHARYA T, CHENG M, et al. *Phys Rev D*, 2012, 85: 054503.
- [2] MATSUI T, SATZ H. *Phys Lett B*, 1986, 178: 416.
- [3] YE Z. *Nucl Phys A*, 2017, 967: 600.
- [4] KHACHATRYAN V, SIRUNYAN A M, TUMASYANET A, et al. *Phys Lett B*, 2017, 770: 357.
- [5] YAN L, ZHUANG P, XU N. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 232301.
- [6] DU X, RAPP R. *Nucl Phys A*, 2015, 943: 147.
- [7] YAO X, KE W, XU Y, et al. *JHEP*, 2021, 01: 046.
- [8] ISLAM A, STRICKLAND M. *JHEP*, 2020, 21: 235.
- [9] WEN L, CHEN B. *Phys Lett B*, 2023, 839: 137774.
- [10] WEN L, DU X, SHI S, et al. *Chin Phys C*, 2022, 46(11): 114102.
- [11] SHI S, ZHOU K, ZHAO J, et al. *Phys Rev D*, 2022, 105(1): 014017.
- [12] ESKOLA K J, PAUKKUNEN H, SALGADO C A. *JHEP*, 2009, 04: 065.

Heavy Quark Potential in the Relativistic Heavy-ion Collisions

CHEN Baoyi^{1,1)}, WEN Liuyuan², SHI Shuzhe³

(1. College of Science, Tianjin University, Tianjin 300354, China;

2. Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

3. Department of Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In a high-temperature and high-density quark-gluon plasma (QGP), the thermal partons modify the heavy quark potential. It is widely accepted that the real part of the heavy quark potential should fall within the range of the free energy F and the internal energy U of heavy quarkonium, depending on the temperature. The imaginary part of the interaction potential of heavy quarkonium is derived from the Landau damping effect. In this study, we investigate the evolution of the wave function of heavy quarkonium in the QGP and calculate the nuclear modification factor of heavy quarkonium using the time-dependent Schrödinger equation model and different interaction potentials for heavy quarks. We simultaneously consider both the cold nuclear effects and the hot nuclear effects, and compare the theoretical calculations of the nuclear modification factor of bottomonium with experimental data. Our findings reveal that when the real part of the interaction potential of heavy quarkonium approaches the internal energy U , it can better explain the experimental phenomena. Additionally, we observe the phenomenon of sequential suppression of different bottomonium states, indicating that higher excited states of bottomonium are more easily dissociated due to their smaller binding energies. The Schrödinger equation model is a valuable tool for establishing a direct connection between the finite-temperature heavy quark potential and experimental observables, and for determining the form of the interaction potential.

Key words: quark-gluon plasma; relativistic heavy-ion collisions; heavy quarkonium; heavy quark potential; Schrödinger equation

Received date: 13 Jun. 2023; Revised date: 10 Jan. 2024

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (12175165)

1) E-mail: baoyi.chen@tju.edu.cn