



## 丰中子A~100质量区内的扁椭球高K同核异能态

吴雨桥 许甫荣

## Oblate High-K Isomers in the Neutron-rich A~100 Region

WU Yuqiao, XU Furong

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021081>

引用格式:

吴雨桥, 许甫荣. 丰中子A~100质量区内的扁椭球高K同核异能态[J]. 原子核物理评论, 2022, 39(1):23–29. doi: 10.11804/NuclPhysRev.39.2021081

WU Yuqiao, XU Furong. Oblate High-K Isomers in the Neutron-rich A~100 Region[J]. Nuclear Physics Review, 2022, 39(1):23–29. doi: 10.11804/NuclPhysRev.39.2021081

## 您可能感兴趣的其他文章

## Articles you may be interested in

## 一些近期发现的同核异能态的壳模型解释

Shell-Model Explanation on Some Newly Discovered Isomers

原子核物理评论. 2020, 37(3): 447–454 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC18>缺中子核素<sup>101</sup>In低位同核异能态的首次观测First Observation of the Low-lying Isomer State of <sup>101</sup>In原子核物理评论. 2018, 35(4): 439–444 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.35.04.439>

## 丰中子Zn核素奇特核结构讨论和展望

Exotic Nuclear Structure of Neutron-rich Zn Isotopes

原子核物理评论. 2020, 37(3): 291–300 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2019CNPC34>

## 基于HIRFL-CSR测量丰中子重核质量的建议

A Proposal for Mass Measurements of Heavy Neutron-rich Ions at HIRFL-CSR

原子核物理评论. 2020, 37(1): 18–25 <https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.37.2020009>

文章编号: 1007-4627(2022)01-0023-07

# 丰中子 $A \sim 100$ 质量区内的扁椭球高 $K$ 同核异能态

吴雨桥, 许甫荣<sup>†</sup>

(北京大学物理学院, 北京 100871)

**摘要:** 远离核素图上“稳定谷”的丰中子核一直是核物理学研究的热点。作为形变丰中子核的一种特殊的亚稳定激发态, 高  $K$  同核异能态的形状大多数为长椭球, 扁椭球的高  $K$  同核异能态非常少见。近期的一项实验认为丰中子核  $^{94}\text{Se}$  上的  $K^\pi = 7^-$  两准粒子态为扁椭球。这是形变原子核上存在扁椭球高  $K$  同核异能态的第一个实验证据。结合相关实验, 我们猜测可能有其它尚未发现的扁椭球高  $K$  同核异能态存在于丰中子  $A \sim 100$  质量区。利用组态限制势能面计算方法, 本文对丰中子  $A \sim 100$  质量区内的  $K^\pi = 9^-$  和  $K^\pi = 7^-$  两准粒子态进行了研究, 并预言了此质量区内扁椭球高  $K$  同核异能态的可能位置。根据 Nilsson 模型, 扁椭球高  $K$  同核异能态的存在与费米能级附近的高  $\Omega$  单粒子轨道有关。这些高  $\Omega$  单粒子轨道来源于高  $j$  闭壳入态在扁椭球形变时的退简并。扁椭球高  $K$  同核异能态是研究丰中子核形变参数、激发能等物理性质的理想对象, 有助于加深我们对于形变原子核能级结构的理解。

**关键词:** 扁椭球; 高  $K$  同核异能态; 两准粒子态; 组态限制势能面计算

中图分类号: O571.24

文献标志码: A

DOI: [10.11804/NuclPhysRev.39.2021081](https://doi.org/10.11804/NuclPhysRev.39.2021081)

## 1 引言

原子核是由核子(质子与中子)组成的量子多体系统, 带正电的质子间的电磁排斥作用拉近了核素图上质子滴线与稳定谷的距离, 而电中性的中子提供的吸引性核力可以将中子滴线推到离稳定谷较远的位置, 由此产生了大量不稳定的丰中子核。自 20 世纪 90 年代起, 具有较大的  $N/Z$  比( $N$  为中子数,  $Z$  为质子数)、远离核素图上稳定谷的丰中子核成为核物理学研究的热点之一。丰中子核的形变参数会沿一条链(同位素链或同中子链)演化, 对其过程的研究有助于我们认识核子数的增减如何改变原子核性质, 从而加深我们对于核结构及核力基本性质的理解。根据 Mayer 等<sup>[1]</sup> 提出的自旋-轨道耦合壳模型, 在原子核的内部, 核子所处的平均场可以被粗略近似为一个中心力场, 原子核的形状不一定是液滴模型中所描述的球形核。在原子核壳模型理论中, 核子数为幻数的满壳核, 特别是如  $^{16}_8\text{O}$ ,  $^{40}_{20}\text{Ca}$  之类的双满壳核是球形核。大多数丰中子核在满壳外还有一定量的核子, 并且可能存在稳定的形变。对原子核电四极矩的实验测量表明<sup>[1]</sup>, 在轴对称变形的原子核中, 形状为长椭球(对称轴为椭球长轴)的占大多数, 而扁椭球的基态核与激发

态核都比较少见<sup>[2]</sup>。在形变核的情况下, 单核子态可以用 Nilsson 组态  $\Omega[N, n_z, \Sigma]$  和字称  $\pi$  来标记, 其中只有总角动量在原子核对称轴上的投影值  $\Omega$  和字称  $\pi$  是好量子数<sup>[3]</sup>。每个 Nilsson 能级均为双重简并态, 当原子核形变参数为零时, 形变 Nilsson 能级将退化为球形核能级。对于 Nilsson 组态, 其量子数随形变参数的变化非常缓慢, 在一定的形变区域内可以基本保持为近似的好量子数, 所以可以用来在理论计算中鉴别和跟踪单粒子轨道。

形变原子核中存在着一种特殊的激发态: 费米能级附近的双重简并 Nilsson 能级上的配对粒子拆对, 组成新的两准粒子态或多准粒子态。由于对相互作用的存在, 核子倾向于两两配对, 故而偶偶核基态的角动量为零。当原子核处于激发态时, 配对核子可能发生拆对, 不成对的破对核子导致角动量非零态的形成, 即  $K^\pi = |\Omega_1 \pm \Omega_2|_{\pi_1, \pi_2}^{\pi_1, \pi_2}$  的两准粒子态或多准粒子态, 其中  $\Omega_i$  是单个准粒子的角动量在形变原子核对称轴上的投影值, 而  $\pi_i$  是单个准粒子的字称。准粒子态的角动量与字称由破对粒子所占据的准粒子轨道决定, 故准粒子态的结构信息是检验形变原子核性质的重要实验指征之一。作为一种原子核激发态, 多数准粒子态会在皮秒( $10^{-12}$  s)尺度内通过

收稿日期: 2021-11-01; 修改日期: 2021-12-03

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2018YFA0404401); 国家自然科学基金资助项目(11835001, 12035001, 11921006)

作者简介: 吴雨桥(1994-), 男, 河北张家口人, 从事粒子物理与原子核物理研究; E-mail: [wyq@pku.edu.cn](mailto:wyq@pku.edu.cn)

<sup>†</sup>通信作者: 许甫荣, E-mail: [frxu@pku.edu.cn](mailto:frxu@pku.edu.cn)。

电磁衰变过程( $\gamma$ 光子发射或电子内转化)迅速退激, 而少数衰变过程 $K$ 禁戒的准粒子态可能具有纳秒( $10^{-9}$  s)量级以上的半衰期, 成为亚稳定激发态<sup>[4]</sup>。根据电磁跃迁选择定则,  $\lambda$ 价电磁跃迁要求满足关系式 $\Delta K < \lambda$ ( $\Delta K$ 为跃迁前后原子核态投影角动量的变化值)。根据核理论,  $\Delta K > \lambda$ 电磁跃迁应该是不能发生的, 这被称为 $K$ 禁戒的过程<sup>[1]</sup>。当激发态的 $K$ 量子数较大时, 在其向基态的跃迁过程中,  $\Delta K$ 很可能大于 $\lambda$ , 此时跃迁速率将显著降低, 这样的特殊激发态我们称之为高 $K$ 激发态。在实际情况中, 高 $K$ 激发态往往存在组态混合现象, 并非严格稳定的椭球形变, 所以, 高 $K$ 激发态的电磁跃迁过程并非严格禁戒, 而是被显著抑制。理论上, 我们可以定义一个 $K$ 禁戒度 $\nu = \Delta K - \lambda$ , 激发态寿命随着 $K$ 禁戒度的增大而指数增加。

$K$ 禁戒机制简称 $K$ 机制, 是同核异能态的三种典型形成机制之一。与迅速衰变的大多数原子核激发态不同, 同核异能态是一种亚稳定的激发态, 其半衰期可以长至数纳秒( $10^{-9}$  s)乃至数年<sup>[1]</sup>。除能量上的不同外, 原子核激发态与基态之间的各项物理参数差异越大, 两者之间的跃迁过程就越难以发生。从而有同核异能态的三种典型形成机制, 分别被称作形状机制、高自旋机制和高 $K$ 机制。形状机制是指跃迁前后的两态的形状参数(如四极形变参数 $\beta_2$ 、八极形变参数 $\beta_3$ 等)有明显的不同。形状机制的典型代表是由Polikanov实验组于1962年发现的半衰期 $T_{1/2} = 14$  ms的裂变同核异能态<sup>242m</sup>Am(m代表亚稳定态)<sup>[1]</sup>。除此之外, 在一般的电磁衰变过程中, 忽略其它参数的影响, 出射 $\gamma$ 光子的角动量 $L$ 与激发态半衰期 $T_{1/2}$ 间的关系近似为

$$T_{1/2} \sim 1/(E_\gamma)^{2L+1}, \quad (1)$$

此处 $E_\gamma$ 代表出射 $\gamma$ 光子的能量, 单位为MeV。由此可见, 衰变过程前后两态的自旋值相差越大, 能量差距越小, 则其寿命越长, 此即为同核异能态的高自旋形成机制, 最早由Bethe<sup>[5]</sup>提出详细的理论阐述。最后, 高 $K$ 同核异能态的最早实例是1950年发现的<sup>190m</sup>Os<sup>[6]</sup>和1951年发现的<sup>180m</sup>Hf<sup>[7]</sup>, 其产生机制为前述所述的高 $K$ 机制。在同一核素上, 这三种同核异能态典型产生机制往往会发生混合。特别是在形变原子核上, 形状机制的影响难以与高自旋、高 $K$ 机制的区别开来。最典型的三种机制共存的实例发生在核素<sup>188</sup>Pb上, 其能谱上分别存在一个2 577 keV处的 $T_{1/2} = 14$   $\mu$ s、 $K^\pi = 8^-$ 的长椭球同核异能态, 一个2 702 keV处的 $T_{1/2} = 38$  ns、 $K^\pi = 11^-$ 的扁椭球同核异能态, 和一个2 710 keV处的 $T_{1/2} = 136$  ns、 $I^\pi = 12^+$ 的球形同核异能态<sup>[8]</sup>。

得益于其与形变丰中子核的紧密联系, 高 $K$ 同核异能态得到了理论核物理学家的深入研究。2017年, Wu等<sup>[9]</sup>使用延展投影壳模型(extended projected shell model)对钨同位素链上的多准粒子高 $K$ 同核异能转动带进行了系统性研究。2018年, He等<sup>[10]</sup>与在丰中子的Sm和Ga同位素上新发现的长椭球高 $K$ 同核异能态进行了理论计算, 计算方法涉及到推转壳模型(cranking shell model), 并使用了曾谨言教授提出的粒子数守恒(PNC)方法来处理对相互作用。同年, Zhang等<sup>[11]</sup>在结合PNC方法的推转壳模型框架下, 对在丰中子的Nd和Sm同位素上发现的长椭球高 $K$ 同核异能态及其高自旋转动带进行了计算。2020年, Konstantinos等<sup>[12]</sup>在协变密度泛函框架下研究了中质量区的稳定轴对称形变原子核的两准粒子激发态, 并使用自治的相对论性Hartree-Bogoliubov计算方法分析了其中的高 $K$ 同核异能态。

## 2 高 $K$ 激发态的组态限制势能面计算方法

在组态限制势能面计算方法中, 对于指定的准粒子态, 由破对核子占据的单粒子轨道在原子核形变参数改变时保持不变, 我们需要识别和跟踪定义组态的单粒子轨道。虽然在发生 $\gamma$ 形变时, Nilsson量子数不再是严格的守恒量, 但它们的平均值 $\langle N \rangle, \langle n_z \rangle, \langle \Lambda \rangle, \langle |\Omega| \rangle$ 在一定的形变区域内变化足够缓慢, 所以依然可以用来标记和跟踪组态轨道。对于本文计算所涉及的轻核 $A \sim 100$ 质量区内的 $K^\pi = 9^-$ 组态和 $K^\pi = 7^-$ 组态, 在计算所涉及的形变区域内, 单粒子轨道Nilsson量子数的平均值保持稳定, 故而可以使用Nilsson平均量子数标定轨道。组态限制势能面计算中, 单粒子能级由采用universal参数<sup>[13]</sup>的非轴对称形变Woods-Saxon势得到<sup>[14]</sup>, 对相互作用的处理采用近似粒子数守恒的Lipkin-Nogami方法<sup>[15]</sup>。

原子核中单粒子轨道的波函数和能量可以由Woods-Saxon哈密顿量 $H_{\text{WS}}$ 通过求解定态Schrodinger方程得到

$$H_{\text{WS}} \Psi = E_{\text{WS}} \Psi, \quad (2)$$

在其中哈密顿量的展开式为

$$H_{\text{WS}} = T + V(r, \hat{\beta}) + V_{l.s}(r, \hat{\beta}) + \frac{1}{2}(1 + \tau_3)V_c(r, \hat{\beta}), \quad (3)$$

此处:  $T$ 为动能项;  $r$ 为粒子到原子核中心的距离;  $\hat{\beta}$ 代表形变;  $\tau_3$ 为同位旋。中心势场 $V(r, \hat{\beta})$ 的表达式为

$$V(r, \hat{\beta}) = \frac{-V_{00} \left[ 1 \pm \kappa \frac{N-Z}{N+Z} \right]}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}, \quad (4)$$

式中的正负号分别对应质子和中子;  $R$ 为原子核半径,

是形变参数的函数。自旋轨道耦合势  $V_{l+s}(r, \hat{\beta})$  的展开式为

$$V_{l+s}(r, \hat{\beta}) = \lambda \left( \frac{\hbar}{2M_C} \right)^2 [\nabla V(r, \hat{\beta}) \times p] \cdot \sigma, \quad (5)$$

其中:  $p$  为线性动量;  $\sigma$  为 Pauli 算符;  $M_C^2$  为粒子质量。 $V_c(r, \hat{\beta})$  代表库仑势, 它可由电荷  $(Z-1)e$  在原子核内均匀分布得到, 即关系式:

$$V_c(r, \hat{\beta}) = \frac{Z-1}{\frac{4}{3}\pi R^3} \int \frac{1}{|r' - r|} d^3 r'. \quad (6)$$

原子核多准粒子态的组态限制计算采用标准参数组, 这套标准参数组包括 9 个参数, 中心势和自旋轨道耦合势的深度和表面弥散参数相同。这 9 个参数分别是:

势深度  $V_{00} = 49.6$  MeV;

归一化系数  $\kappa = 0.86$ ;

表面弥散参数  $\alpha = 0.7$  fm;

自旋轨道耦合势强度  $\lambda_n = 35.0$  MeV,  $\lambda_p = 36.0$  MeV;

中心势半径参数  $r_{0,n} = 1.347$  fm,  $r_{0,p} = 1.275$  fm;

自旋轨道耦合势半径参数  $r_{0,ls,n} = 1.31$  fm;  $r_{0,ls,p} = 1.32$  fm。原子核哈密顿量 HWS 在轴对称谐振子基中对角化后可以得到单粒子本征值和本征函数。

当对相互作用比较微弱时, 例如原子核能级位于闭壳附近或者发生配对粒子拆对时, BCS 方法 (由 Bardeen、Cooper 和 Schrieffer 提出, 最早用于解释超导现象, 后来被运用到核物理领域) 只能给出对能为 0 的结果, 这种结果被称为假的对崩溃现象。为了避免这种假的对崩溃, 我们需要引入对粒子数的高阶约束, 即在原有的变分哈密顿量里加入一项  $-\lambda_1 \hat{N} - \lambda_2 \hat{N}^2$ 。这种对相互作用的处理方法被称为 Lipkin-Nogami 方法。在 Lipkin-Nogami 方法中, 几个物理量: 对隙  $\Delta$ 、费米能  $\lambda$ 、粒子数浮动常数  $\lambda_2$  和占有几率  $v_k^2$  由自洽求解对隙方程来确定:

$$\frac{2}{G} = \sum_k \frac{1}{\sqrt{(\epsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}}, \quad (7)$$

其中

$$\epsilon_k = e_k + (4\lambda_2 - G)v_k^2, \quad (8)$$

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\epsilon_k - \lambda}{\sqrt{(\epsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right], \quad (9)$$

$$\lambda_2 = \frac{G}{4} \left[ \frac{(\sum_k u_k^2 v_k)(\sum_k u_k v_k^3) - (\sum_k u_k^4 v_k^4)}{(\sum_k u_k^2 v_k^2)^2 - (\sum_k u_k^4 v_k^4)} \right]. \quad (10)$$

其中:  $G$  为对相互作用强度;  $k$  为轨道标记;  $\epsilon_k$  为包含对相互作用影响的单粒子能量;  $e_k$  为不考虑对关联时的单粒子能量;  $u_k^2$  和  $v_k^2$  分别代表两个粒子的占据几率。对于  $S$  个不成对的核子, 可以把它们所占据的轨道标记为  $k_j$  ( $j = 1, 2, \dots, S$ ), 则在上述计算中可以使用  $k \neq k_j$  来实现对这些轨道的阻塞。最后我们得到的考虑了对相互作用的原子核能量为

$$E_{LN} = \sum_{j=1}^S e_{k_j} + \sum_{k \neq k_j} 2v_k^2 e_k - \frac{\Delta^2}{G} - G \sum_{k \neq k_j} v_k^4 + G \frac{N-S}{2} - 4\lambda_2 \sum_{k \neq k_j} (u_k v_k)^2. \quad (11)$$

本文计算中的哈密顿量包括对相互作用中最重要的单极对力, 其强度  $G$  是常数。四极对相互作用对原子核集体角动量有重要影响, 然而其对能量的影响可以忽略 [16]。本文的计算范围不包括原子核的转动, 故而在哈密顿量中不包括四极对力。对相互作用强度  $G$  的确定对原子核组态激发能的计算非常关键, 而对形状计算的影响比较小 [17]。在计算中, 我们使用五点拟合公式 [18] 对实验与理论上的奇偶质量差数据进行拟合, 从而更准确地确定了对相互作用强度  $G$  [17]。为了在计算过程中保持参数选取的一致性, 根据拟合结果, 我们在本文的计算中采取  $G=1.2$  的对相互作用强度。原子核势能面的具体计算使用了标准液滴模型参数 [19] 的 Strutinsky 方法 [15], 在四极形变空间  $(\beta_2, \gamma)$  中进行, 并在每个形变点都考虑了  $\beta_4$  的影响。这里的  $\beta_2$  值代表四极形变参数, 而  $\beta_4$  值代表十六极形变参数。 $\gamma$  值代表三轴形变参数,  $\gamma=0^\circ$  时原子核形状为长椭球,  $\gamma=60^\circ$  时为扁椭球。原子核势能面关于  $\gamma=0^\circ$  线呈镜面反射对称。组态限制势能面计算方法可以实现原子核形变与对相互作用的自洽处理。本文使用组态限制势能面计算方法, 对此质量区内的典型两准粒子态:  $K^\pi = 9^-$  和  $K^\pi = 7^-$  态进行沿同中子链的理论计算, 从而对扁椭球高  $K$  同核异能态的可能位置与激发能作出预言, 望能有助于此质量区未来的相关实验工作。

### 3 A~100 质量区扁椭球高 $K$ 同核异能态的计算与分析

正如扁椭球基态核的数量少于长椭球基态核 [2], 扁椭球高  $K$  同核异能态的实例也非常少, 对其实例的寻找是实验核物理学的一个重要工作方向。目前比较典型的扁椭球高  $K$  同核异能态的实例是在  $^{188-196}\text{Pb}$  上存在的  $K^\pi = 11^-$  的扁椭球高  $K$  同核异能态, 其基态为球形 [20]。对于重核  $A \sim 180$  质量区内的高  $K$  同核异能态, 前人已经

发现了大量的实例<sup>[21]</sup>。对于轻核  $A \sim 100$  质量区的扁椭球高  $K$  同核异能态的相关研究还是很少，特别是实验工作尚处于起步阶段。2009年，Rzaca-Urban等<sup>[22]</sup>实验组通过核  $^{248}\text{Cm}$  的自发裂变实验研究 Sr 同位素链的核结构，在丰中子核  $^{96}\text{Sr}$  能谱上发现了一个  $T_{1/2} = 40\text{ ns}$ ,  $K^\pi = 9^-$  的同核异能态，当时并未确定其形状，本文通过理论计算认为这是一个扁椭球高  $K$  同核异能态。2020年，Lizarazo等<sup>[23]</sup>实验组对丰中子核  $^{92,94}\text{Se}$  进行了同核异能态衰变光谱实验，在能谱上发现了  $^{94}\text{Se}$  的  $T_{1/2} = 0.68\text{ }\mu\text{s}$ ,  $K^\pi = 7^-$  的扁椭球高  $K$  同核异能态，这是形变原子核上存在扁椭球高  $K$  同核异能态的第一个明确的实验证据。同年，Gerst实验组对丰中子核  $^{94}\text{Kr}$  进行了  $\gamma$  射线光谱学研究，在能谱上发现了  $T_{1/2} = 32\text{ ns}$ ,  $K^\pi = 9^-$  的高  $K$  同核异能态<sup>[24]</sup>，并推测其形状为扁椭球。此质量区内的相关实验工作尚处于起步阶段，结合已有的实验数据，我们猜测可能有其它未发现的扁椭球高  $K$  同核异能态存在于丰中子  $A \sim 100$  质量区。

近期实验观测到了存在于  $N = 58$  同中子链上的偶偶核  $^{92}\text{Se}$ 、 $^{94}\text{Kr}$ 、 $^{96}\text{Sr}$  上的  $K^\pi = 9^-$  同核异能态<sup>[22–24]</sup>。在轻核  $A \sim 100$  质量区， $K^\pi = 9^-$  态是基于两准中子  $11/2^- [505] \otimes 7/2^+ [404]$  组态的高  $K$  激发态，主要存在于  $N = 58$  的同中子链上。这两条准中子轨道均靠近  $N = 58$  的中子费米能级，其中  $11/2^- [505]$  轨道是高  $j$  闯入态  $1h_{11/2}$  在大形变条件下退简并而产生的轨道中  $\Omega$  值最高的。根据 Nilsson 模型，这样的高  $\Omega$  轨道在扁椭球形变时能量下降最快，从而能够与  $7/2^+ [404]$  轨道靠近。本文对  $N = 58$  同中子链上的  $Z = 30 \sim 48$  的偶偶核进行了组态限制势能面计算，结果表明， $K^\pi = 9^-$  两准中子态的形成可以导致原子核形状相比基态的显著变化，特别是在那些质子数接近  $Z = 28$  和  $Z = 50$  主壳层中间位置的同中子核上(参见图1)。最值得注意的变化发生在核  $^{90}\text{Ge}$ 、 $^{92}\text{Se}$ 、 $^{94}\text{Kr}$ 、 $^{96}\text{Sr}$ 、 $^{98}\text{Zr}$  上，这些原子核基态为常见的长椭球形变，而  $K^\pi = 9^-$  态变成了扁椭球形变(参见表1)，即在三轴形变参数  $\gamma$  自由度上从一个极端跳跃到另一个极端。

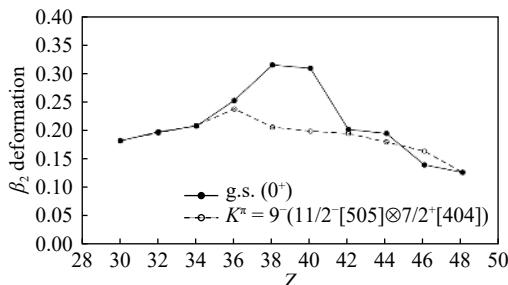


图 1  $N = 58$  同中子链中  $K^\pi = 9^-$  态与基态的四极形变参数计算结果

黑点实线代表基态，白点虚线代表  $K^\pi = 9^-$  两准粒子态。

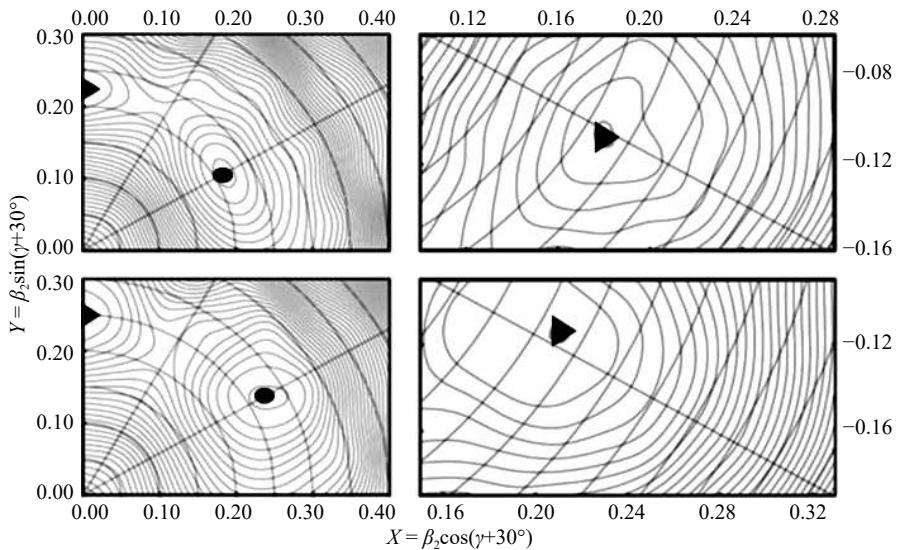
表 1  $N=58$  同中子链中  $K^\pi = 9^-$  态激发能与形变参数的计算结果\*

核素	$\beta_2(\text{基态})$	$\beta_2(\text{激发态})$	$\gamma(\text{基态})$ $/(^{\circ})$	$\gamma(\text{激发态})$ $/(^{\circ})$	$E_{\text{cal}}$ $/\text{keV}$	$E_{\text{exp}}$ $/\text{keV}$
$^{88}\text{Zn}$	0.182	0.183	0	45	6 026	
$^{90}\text{Ge}$	0.198	0.196	1	58	3 286	
$^{92}\text{Se}$	0.208	0.209	0	60	3 255	3 072
$^{94}\text{Kr}$	0.253	0.238	0	58	3 322	3 444
$^{96}\text{Sr}$	0.315	0.206	0	60	3 853	3 524
$^{98}\text{Zr}$	0.309	0.199	0	57	3 522	
$^{100}\text{Mo}$	0.202	0.195	35	54	3 362	
$^{102}\text{Ru}$	0.195	0.180	24	0	3 353	
$^{104}\text{Pd}$	0.140	0.164	0	20	4 987	
$^{106}\text{Cd}$	0.127	0.127	0	15	5 809	

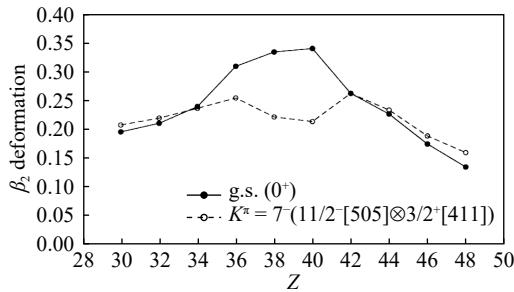
\*  $\gamma = 0^\circ$  时原子核形状为长椭球， $\gamma = 60^\circ$  时为扁椭球。

在  $N = 58$  同中子链上，目前  $^{92}\text{Se}$ 、 $^{94}\text{Kr}$  的  $K^\pi = 9^-$  两准粒子态被实验组认为是扁椭球同核异能态，其基态均为长椭球形变<sup>[23–24]</sup>。组态限制势能面计算方法对这两个核的计算结果(基态形变参数、激发态形变参数、激发能)与已有的实验数据相符。如图2所示，在  $^{92}\text{Se}$  和  $^{94}\text{Kr}$  的原子核势能图(左边两图)上共存着长椭球形变( $\gamma = 0^\circ$  处黑色圆点)和扁椭球形变( $\gamma = 60^\circ$  处黑色三角点)的极小点。计算结果显示，当这两个偶偶核中核子未破对时，长椭球极小点的能量更低，故而成为基态核呈长椭球形变。原子核势能面上的这种形状共存现象与当今超越平均场核理论的预言相符<sup>[25–26]</sup>。当  $K^\pi = 9^-$  两准粒子态形成时，原子核势能面的能量被整体抬高，两个极小点的能量顺序也发生了改变，此时扁椭球极小点的能量更低，故而原子核的形状实现了从长椭球形变到扁椭球形变的跳跃。

轻核  $A \sim 100$  质量区内的  $K^\pi = 7^-$  态基于两准中子  $11/2^- [505] \otimes 3/2^+ [411]$  组态，主要存在于  $N = 60$  的同中子链上。这两条准中子轨道靠近  $N = 60$  中子费米能级，其中来自于高  $j$  闯入态的  $11/2^- [505]$  轨道同样出现在前文提到的  $K^\pi = 9^-$  态中。当  $N = 58$  同中子链变为  $N = 60$  同中子链时， $3/2^+ [411]$  轨道代替了  $K^\pi = 9^-$  态中的  $7/2^+ [404]$  轨道，与在扁椭球形变时能量下降的  $11/2^- [505]$  轨道相交。目前，仅有  $N = 60$  同中子链上偶偶核  $^{94}\text{Se}$  的  $K^\pi = 7^-$  扁椭球同核异能态被实验观测到<sup>[23]</sup>。对  $N = 60$  同中子链上的  $Z = 30 \sim 48$  偶偶核的计算结果与  $N = 58$  同中子链的结论类似， $K^\pi = 7^-$  两准中子态的形成导致原子核形状的显著变化，特别是当质子数接近  $Z = 28$  和  $Z = 50$  主壳层中间位置时(参见图3)。此同中子链上的典型核  $^{96}\text{Kr}$ 、 $^{98}\text{Sr}$ 、 $^{100}\text{Zr}$  有长椭球形变的基态，而其  $K^\pi = 7^-$  态则变成扁椭球形变(参见表2)。

图2  $^{92}\text{Se}$ (上)和 $^{94}\text{Kr}$ (下)的势能面计算结果

左边两小图是原子核势能图, 黑色圆点为第一极小点, 黑色三角点为第二极小点。右边两小图是 $K^\pi = 9^-$ 态势能图, 使用了组态限制势能面计算方法以得到激发能。为了在计算中将组态点限制在一定范围内, 不同图的所选取形变参数范围有所不同。势能面图关于 $\gamma = 0^\circ$ 线呈镜面反射对称, 故而 $\gamma = 60^\circ$ 和 $\gamma = -60^\circ$ 是等价的。

图3  $N=60$ 同中子链中 $K^\pi = 7^-$ 态与基态的四极形变参数计算结果

黑点实线代表基态, 白点虚线代表 $K^\pi = 7^-$ 两准粒子态。

表2  $N=60$ 同中子链中 $K^\pi = 7^-$ 态激发能与形变参数的计算结果\*

核素	$\beta_2$ (基态)	$\beta_2$ (激发态)	$\gamma$ (基态)/ $^\circ$	$\gamma$ (激发态)/ $^\circ$	$E_{\text{cal}}$ /keV	$E_{\text{exp}}$ /keV
$^{90}\text{Zn}$	0.195	0.207	56	47	2 259	
$^{92}\text{Ge}$	0.210	0.219	1	41	2 353	
$^{94}\text{Se}$	0.239	0.236	58	58	2 431	2 400
$^{96}\text{Kr}$	0.309	0.254	0	59	2 837	
$^{98}\text{Sr}$	0.334	0.221	0	57	3 791	
$^{100}\text{Zr}$	0.340	0.213	1	50	3 511	
$^{102}\text{Mo}$	0.262	0.262	21	15	2 578	
$^{104}\text{Ru}$	0.226	0.233	31	20	2 621	
$^{106}\text{Pd}$	0.174	0.188	0	2	1 786	
$^{108}\text{Cd}$	0.134	0.159	0	1	2 043	

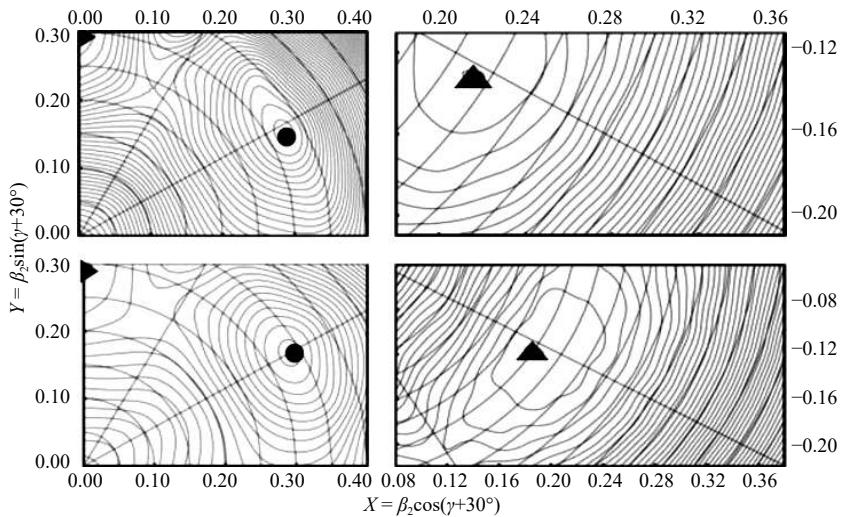
\* $\gamma = 0^\circ$ 时原子核形状为长椭球,  $\gamma = 60^\circ$ 时为扁椭球。

在 $N=60$ 同中子链上, 目前仅有 $^{98}\text{Sr}$ 的 $K^\pi = 7^-$ 两准粒子态被实验组认为是扁椭球同核异能态, 其基态为长椭球形变[22]。如图4所示, 在 $^{96}\text{Kr}$ 和 $^{98}\text{Sr}$ 的原子核

势能图上同样共存着长椭球形变( $\gamma = 0^\circ$ )和扁椭球形变( $\gamma = 60^\circ$ )的极小点, 当所有核子均已配对时, 基态点为长椭球形变点。而当 $K^\pi = 7^-$ 两准粒子态形成后, 扁椭球形变点成为能量最低的点, 从而实现了原子核形状从长椭球到扁椭球的跳跃。

除形变参数外, 表1和表2还列出了 $K^\pi = 9^-$ 与 $K^\pi = 7^-$ 两准中子态的激发能计算值, 与已有的实验值相符。对于 $K^\pi = 9^-$ 激发态, 目前有 $^{92}\text{Se}$ 、 $^{94}\text{Kr}$ 、 $^{96}\text{Sr}$ 核的激发能实验值, 计算值与实验值之差的绝对值在100~300 keV范围内, 误差率( $|E_{\text{cal}} - E_{\text{exp}}|/E_{\text{exp}}$ )小于10%。对于 $K^\pi = 7^-$ 激发态, 目前仅有 $^{94}\text{Se}$ 核的实验值, 计算值与实验值非常接近。理论上, 准粒子态激发能的影响因素还有准粒子间的剩余相互作用、零点转动能和可能的非正交性, 这些因素并未包括在本文的计算中。然而, 这些因素并不会显著影响激发能随核子数的变化规律, 也不会改变形变参数的计算值[27]。

本文使用的组态限制势能面计算方法尚无法计算激发态的跃迁速率, 然而我们依然可以对原子核形变参数的计算结果对高 $K$ 同核异能态寿命的影响做定性分析。大部分形变原子核的基态为长椭球, 而当原子核费米能级趋近于主壳层的中间位置时, 未成对核子对高 $K$ 轨道的占据可以极化原子核形状, 使其成为扁椭球形变。这种扁椭球两准粒子态与长椭球基态的形状差别, 使得前文所述另一个跃迁禁戒机制—形状机制发挥作用, 从而进一步降低了高 $K$ 激发态的跃迁速率。在高 $K$ 禁戒机制和形状机制的共同作用下, 扁椭球高 $K$ 同核异能态可以具有更长的寿命。

图 4 类似于图 2, 但计算对象为  $^{96}\text{Kr}$ (上) 和  $^{98}\text{Sr}$ (下) 的势能面

左边两小图是原子核势能图, 黑色圆点为第一极小点, 黑色三角点为第二极小点。右边两小图是  $K^\pi = 7^-$  态势能图, 使用了组态限制势能面计算方法以得到激发能。

## 4 总结

通过对原子核高  $K$  激发态的组态限制势能面计算, 我们在丰中子  $A \sim 100$  质量区系统性地研究了  $K^\pi = 9^-$  和  $K^\pi = 7^-$  两准粒子态, 其中一些为扁椭球高  $K$  同核异能态。这种静态稳定的扁椭球形变在原子核中是非常少见的, 对于研究扁椭球一侧的单粒子轨道随形变演化性质具有特殊的重要性。这些核的基本态具有长椭球形变, 因此在高  $K$  禁戒机制和长椭球至扁椭球的形状相变的共同作用下, 我们预言这种扁椭球高  $K$  同核异能态可以有更长的寿命。对于近期实验观察到的高  $K$  同核异能态的激发能量, 本文中的组态限制势能面计算可以很好地重现, 这证明了本计算方法的可靠性。相关的实验工作尚处于起步阶段。总而言之, 本文对轻核  $A \sim 100$  质量区内的扁椭球高  $K$  同核异能态的形状相变、激发能和跃迁性质做出理论计算和预言, 希望能够进一步促进相关的实验研究, 并有助于相关实验结果的理论分析。

## 参考文献:

- [1] WALKER P, PODOLYÁK Z. *Phys Scr*, 2020, 95: 044004.
- [2] TAJIMA N, SUZUKI N. *Phys Rev C*, 2001, 64: 037301.
- [3] NILSSON S G, TSANG C F, SOBICZEWSKI A, et al. *Nucl Phys A*, 1969, 131: 1.
- [4] WALKER P M, XU F R. *Phys Scr*, 2016, 91: 013010.
- [5] BETHE H A. *Rev Mod Phys*, 1937, 9: 69.
- [6] CHU T C. *Phys Rev*, 1950, 79: 582.
- [7] BURSON S B, BLAIR K W, KELLER H B, et al. *Phys Rev*, 1951, 83: 62.
- [8] DRACOULIS G D, WALKER P M, KONDEV F G. *Rep Prog Phys*, 2016, 79: 076301.
- [9] WU X Y, GHORUI S K, WANG L J, et al. *Phys Rev C*, 2017, 95: 064314.
- [10] HE X T, LI Y C. *Phys Rev C*, 2018, 98: 064314.
- [11] ZHANG Z H. *Phys Rev C*, 2018, 98: 034304.
- [12] KARAKATSANIS K E, LALAZISSIS G A, PRASSA V, et al. *Phys Rev C*, 2020, 102: 034311.
- [13] DUDEK J, SZYMAŃSKI Z, WERNER T. *Phys Rev C*, 1981, 23: 920.
- [14] NAZAREWICZ W, DUDEK J, BENGTSSON R, et al. *Nucl Phys A*, 1985, 435: 397.
- [15] NAZAREWICZ W, RILEY M A, GARRETT J D. *Nucl Phys A*, 1990, 512: 61.
- [16] SATULÁ W, WYSS R. *Phys Rev C*, 1994, 50: 2888.
- [17] XU F R, WALKER P M, SHEIKH J A, et al. *Phys Lett B*, 1998, 435: 257.
- [18] MÖLLER P, NIX J R. *Nucl Phys A*, 1992, 536: 20.
- [19] MYERS W D, SWIATECKI W J. *Ann Phys*, 1969, 84: 395.
- [20] DRACOULIS G D, LANE G J, PEATY T M, et al. *Phys Rev C*, 2005, 72: 064319.
- [21] KONDEV F G, DRACOULIS G D, KIBÉDI T. *At Data Nucl Data Tables*, 2015, 103-104: 50.
- [22] RZĄCA-URBAN T, SIEJA K, URBAN W, et al. *Phys Rev C*, 2009, 79: 024319.
- [23] LIZARAZO C, SÖDERSTRÖM P A, WERNER V, et al. *Phys Rev Lett*, 2020, 124: 222501.
- [24] GERST R B, BLAZHEV A, WARR N, et al. *Phys Rev C*, 2020, 102: 064323.
- [25] DELAROCHE J P, GIROD M, LIBERT J, et al. *Phys Rev C*, 2010, 81: 014303.
- [26] RODRÍGUEZ T R. *Phys Rev C*, 2014, 90: 034306.
- [27] XU F R, WALKER P M, WYSS R. *Phys Rev C*, 1999, 59: 731.

# Oblate High- $K$ Isomers in the Neutron-rich $A\sim 100$ Region

WU Yuqiao, XU Furong<sup>†</sup>

(School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** Neutron-rich nuclei which are far away from the “valley of stability” on the chart of nuclides have always been a hotspot of nuclear physics. As a special kind of metastable excited states of deformed neutron-rich nuclei, high- $K$  isomers usually are prolate, while oblate high- $K$  isomers are rare. A recent experiment suggested that the  $K^\pi = 7^-$  two-quasiparticle state of neutron-rich  $^{94}\text{Se}$  is oblate. This is the first experimental evidence that oblate high- $K$  isomers exist in deformed nuclei. In combination with relevant experiments, we made an assumption that there are other unobserved oblate high- $K$  isomers in the neutron-rich  $A\sim 100$  region. Theoretical investigations of  $K^\pi = 9^-$  and  $K^\pi = 7^-$  two-quasiparticle states in the neutron-rich  $A\sim 100$  region have been performed with the configuration-constrained potential energy calculation method, possible positions of oblate high- $K$  isomers in this region have been predicted. According to Nilsson model, the existence of oblate high- $K$  isomers relies on high- $\Omega$  single particle orbitals around the Fermi level. These high- $\Omega$  single particle orbitals origin from the breaking of degeneracy of high- $j$  intruder states when the nuclei are oblate. Oblate high- $K$  isomers are ideal subjects for the research of deformation parameters and excited energies of neutron-rich nuclei, and contribute to a better understanding of energy level structures of deformed nuclei.

**Key words:** oblate; high- $K$  isomers; two-quasiparticle states; constrained-configuration potential energy calculation

---

Received date: 01 Nov. 2021;    Revised date: 03 Dec. 2021

Foundation item: National Key R&D Program of China(2018YFA0404401); National Natural Science Foundation of China(11835001, 12035001, 11921006)

<sup>†</sup> Corresponding author: XU Furong, E-mail: [frxu@pku.edu.cn](mailto:frxu@pku.edu.cn).