

文章编号: 1007-4627(2014)03-0339-05

# 原子核质量中的奇偶性

赵玉民

(上海交通大学物理与天文系, 上海 200240)

**摘要:** 原子核质量的描述和预言是原子核结构理论中的基础问题之一。相邻原子核质量存在奇偶性, 这些奇偶性对于构造局域质量关系和研究核子对力相互作用有参考意义。本文回顾了我们在近年来注意到的相邻原子核质量之间的奇偶性方面研究的主要结果, 包括最后一个质子与中子相互作用 [标记为  $\delta V_{1p-1n}$ ] 的奇偶性及其起源、 $\delta V_{1p-1n}$  奇偶性导致的 Garvey-Kelson 质量关系的奇偶性、单核子分离能与原子核的质子和中子数奇偶相关性等。

**关键词:** 原子核结合能, 奇偶性, 对力

**中图分类号:** O571.2      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.31.03.339

## 1 引言

原子核质量、结合能和分离能反映了核力的多体关联, 对这些物理量的描述和预言很重要。近年来人们认识到, 不稳定原子核的质量不仅是研究宇宙重元素起源的关键参数之一, 还是原子核壳结构和低激发集体运动演化中很敏感的物理量。原子核质量测量是中国科学院近代物理研究所重要的物理研究目标之一。

原子核的质量有许多理论研究, 比如 Duflo-Zuker 模型、液滴模型、平均场理论等<sup>[1]</sup>, 总的来说对于已知的原子核质量不同理论模型给出的结果基本相互符合, 但是未知部分不同模型预言结果之间的差异很大。对在核素图中距离已知质量不太远的原子核质量的各种预言中, 可靠度最高的是利用局域质量关系的外推方法, 例如 Audi 等的结果<sup>[2]</sup>。

我们对于原子核质量问题的研究始于 2010 年夏天。美国特拉华大学的 Stuart Pittel 教授访问上海交通大学原子核结构理论教研组一个月, 他在离开之前简要介绍了他和 Barea, Frank, Isacker, Velazquez 等关于 Garvey-Kelson 质量关系的研究结果<sup>[3-4]</sup>。Garvey-Kelson 质量关系是相邻的 6 个原子核质量之间的半经验关系<sup>[5]</sup>, 如果假定邻近的原子核内核子之间的相互作用在局域范围内变化平缓,

那么相邻几个原子核质量通过加减运算可以全部抵消。可以证明, 精确到二体力情况下的局域质量关系至少需要用到 6 个原子核。在 Garvey-Kelson 质量关系中常见的是两个关系: 一个关系中相邻原子核的分布沿着  $\beta$  稳定线的走向, 称为纵向关系 (GKL), 另外一个关系中原子核的分布基本垂直于  $\beta$  稳定线的走向, 称为横向关系 (GKT)。对于给定的原子核, 如果周围的原子核质量全部已知, 那么由 GKL 和 GKT 可以给出 12 种方式预言同一个原子核的质量。Barea 等<sup>[3-4]</sup>发现, 如果把平均值作为最终预言结果, 那么预言结果与实验结果差异随着方程数增加而大幅减小。从 2010 年 5 月起, 我们研究质子-中子相互作用的系统性, 由此想到: 利用质子-中子相互作用的系统规律, 能否预言质量问题? 假如事先知道质子-中子相互作用, 那么就可以构造出类似的局部质量关系。数值计算表明, 利用质子-中子相互作用构造的局部质量关系给出的质量描述精度与 Garvey-Kelson 质量关系的精度相差无几<sup>[6-7]</sup>。这毫不奇怪, 因为如果我们假定某些相邻核的质子-中子相互作用相等, 在考虑某些奇偶性后就可以得到 Garvey-Kelson 质量关系。

在原子核质量和相关物理量中的一个明显特征是奇偶性, 主要由对力 (pairing interaction) 给出。有关

收稿日期: 2013-09-21;      修改日期: 2013-10-10

基金项目: 国家自然科学基金(11225524); 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(2013CB834401)

作者简介: 赵玉民(1967-), 男, 河北抚宁人, 教授, 博士, 从事原子核结构研究; E-mail: ymzhao@sjtu.edu.cn。

<http://www.npr.ac.cn>

对力在原子核中效应的早期文献见文献[8], 近年的综述见文献[9]。在本文中, 我们讨论最近在研究质量问题中注意到的几个有趣的奇偶性。

## 2 最后一个质子和中子相互作用

我们定义原子核内最后  $i$  个质子和  $j$  个中子之间的相互作用

$$\delta V_{ip-jn}(Z, N) = B(Z, N-j) + B(Z-i, N) - B(Z, N) - B(Z-i, N-j)。 \quad (1)$$

这里  $B(Z, N)$  是质子数为  $Z$ 、中子数为  $N$  的原子核的结合能。容易看到

$$\delta V_{1p-2n}(Z, N) = \delta V_{1p-1n}(Z, N) + \delta V_{1p-1n}(Z, N-1),$$

$$\delta V_{2p-1n}(Z, N) = \delta V_{1p-1n}(Z, N) + \delta V_{1p-1n}(Z-1, N)。 \quad (2)$$

即最后 2 个质子与一个中子、最后一个质子与 2 个中子之间的相互作用力可以分解为最后一个质子与最后一个中子之间的相互作用。在以往的研究中被广泛关注的质子-中子相互作用主要是  $\delta V_{2p-2n}(Z, N)$ , 这是因为  $\delta V_{2p-2n}(Z, N)$  的系统性比较简单。

图 1 给出利用现有的原子核质量数据库得到的最后一个质子与最后一个中子之间相互作用。四十多年来, 文献中很少见到关于这个相互作用的讨论, 我们只在 Basu 和 Banerjee 于 1971 年发表的论文<sup>[10]</sup>中见过。尽管当时数据匮乏, 但他们还是指出质量数  $A$  为偶数的  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  与  $A$  为奇数的  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  有差异。

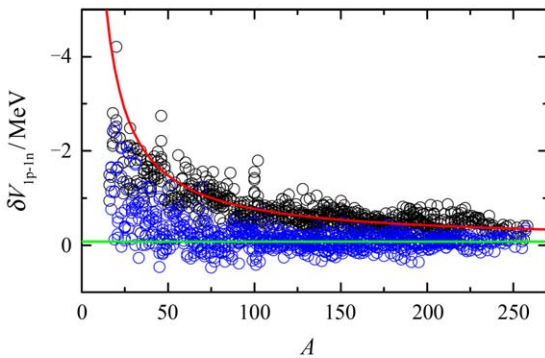


图 1 (在线彩图)  $A \geq 16$  区域原子核内的最后一个质子与最后一个中子之间的相互作用 ( $\delta V_{1p-1n}$ )

黑色和蓝色的圆圈分别代表偶  $A$  核和奇  $A$  核的  $\delta V_{1p-1n}$ 。红色曲线所代表的公式是:  $\delta V_{1p-1n} = -74 - 69861/A$  keV, 绿色曲线所代表的公式是:  $\delta V_{1p-1n} = -74$  keV (取自文献<sup>[11]</sup>)。

从图 1 可以看出, 奇  $A$  与偶  $A$  核的  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  很不一样, 其中奇  $A$  核的  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  变化平缓, 在  $A \geq 80$  之后的变化非常小, 可以用  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$

$= -74$  keV 近似。对于  $A \geq 100$ ,  $\delta V_{1p-1n}(Z, N) = -74$  keV 的精度在 132 keV, 对于同样区域的原子核 Garvey-Kelson 质量关系的精度在 170 keV。也就是说, 对于奇数  $A \geq 100$  的原子核,  $B(Z, N) + B(Z-i, N-j) - B(Z, N-j) - B(Z-i, N) = -74$  keV 质量关系的精度在 132 keV。这个关系的另一个很重要的特点是它仅仅涉及 4 个原子核质量, 这样在预言未知质量时, 实验数据带来的误差与 Garvey-Kelson 质量关系相比降低许多。

通过研究  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$ 、 $\delta V_{1p-2n}(Z, N)$  和  $\delta V_{2p-1n}(Z, N)$  的系统性以及某些修正, 可以构造局部质量公式, 这些公式有很高的精度。 $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  中的系统性可以用某些对力公式进行部分的解释, 但是并不完整<sup>[11]</sup>。如果换一个思路, 取目前精度很高的液滴模型质量公式 (例如文献<sup>[12]</sup>中的公式) 的参数, 从实验上得到的结合能中去掉体积能、表面能、对力、库仑力、Wigner 能, 剩下对称能项, 由四个相邻核的对称能叠加, 可以得到对称能系数的公式。然而这样给出的对称能的差分中存在奇偶性, 而这一奇偶性当然是不合理的。所以目前的质量公式中关于对力的形式和参数都需要改进<sup>[13]</sup>。

有趣的是,  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  不仅表现出对于质量数  $A$  的奇偶性, 也表现出对于质子数、中子数的奇偶性。 $A$  为奇数时,  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  还有很微弱但是明确的关于  $Z$  (或  $N$ ) 的奇偶依赖性: 在  $N = 40 \sim 140$  之间的、偶数  $Z$  奇数  $N$  的  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  的关于  $N$  的平均值强度略低 (仅仅  $20 \sim 100$  keV), 而  $N > 140$  区域则相反, 见文献<sup>[14]</sup>的图 4。由于 GKT 等价于  $\delta V_{1p-1n}(Z, N+1) - \delta V_{1p-1n}(Z+1, N) \cong 0$ , GKL 等

价于  $\delta V_{1p-1n}(Z, N) - \delta V_{1p-1n}(Z+1, N+1) \cong 0$ , 上述  $\delta V_{1p-1n}$  微弱的奇偶性导致了 GK 关系的奇偶性<sup>[15]</sup>。这说明了 GK 关系对零的偏离不是随机的, 而是彼此关联的<sup>[16]</sup>。我们用类似于 Barea 的方法<sup>[3-4]</sup>即组合的  $n$  个 GK 关系去预言质量, 当  $n = 2$  时, 预言的质量相对于实验值的均方根误差等于  $[\delta V_{1p-1n}(Z_1, N_1) - \delta V_{1p-1n}(Z_2, N_2) + \delta V_{1p-1n}(Z_3, N_3) - \delta V_{1p-1n}(Z_4, N_4)]/2$  相对于零的均方根误差, 我们把由 2 个 GK 关系构成的  $12 \times 11/2 \times 1 = 66$  种组合分为 3 类, 在第 1 类中, 若一个 GK 等于  $\delta V_{1p-1n}(eo) - \delta V_{1p-1n}(oe)$ , 则另一个 GK 等于  $\delta V_{1p-1n}(oe) - \delta V_{1p-1n}(eo)$ , 在这种情况下两个 GK 关系的奇偶性偏离相互抵消, 误差最小。在第 3 类中, 若 1 个 GK 等于  $\delta V_{1p-1n}(eo) - \delta V_{1p-1n}(oe)$ , 则另一个 GK 也等于  $\delta V_{1p-1n}(eo) - \delta V_{1p-1n}(oe)$ , 此时两个 GK 关系奇偶性偏差相互加强, 所以误差最大。在第 2 类中  $(Z, N)$  的四种奇偶性各出现一次, 不存在同种奇偶性的抵消或加强, 所以给出的误差介于第 1 类和第 3 类中间。

$$V_{pn}(Z, N) = \sum_{x=9}^Z \sum_{y=9}^N \delta V_{1p-1n}(x, y) = B(Z, 8) + B(8, N) - B(Z, N) - B(8, 8)。 \quad (3)$$

我们还在壳模型框架下采用 USDB 相互作用<sup>[23]</sup>计算 F, Ne, Na 和 Mg 基态中价质子和价中子之间的总相互作用, 把它记为  $\langle V_{pn} \rangle$  (同类核子的相互作用对于  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  没有贡献, 所以不考虑)。 $\langle V_{pn} \rangle$  可以分为同位旋标量部分  $\langle V^{T=0} \rangle$  和同位旋矢量部分  $\langle V^{T=1} \rangle$ , 前者较强, 后者较弱。我们发现, 对于  $sd$  壳而言经验的质子-中子相互作用  $V_{pn}$  和壳模型计算得到的质子-中子相互作用的同位旋标量部分  $\langle V^{T=0} \rangle$  很一致, 这说明利用相邻几个原子核的结合能提取的经验质子-中子相互作用, 能够较好地再现原子核中质子-中子相互作用的同位旋标量部分。因此我们系统考察  $\langle V_{pn} \rangle$  和  $V_{pn}$  这两个量的变化规律: 如果偶偶核和(或)奇奇核的  $\langle V_{pn} \rangle$  和  $V_{pn}$  表现出额外的吸引, 则对应的原子核结合能有一份额外的能量。

文献[24-25]指出原子核基态中价质子和价中子之间的总相互作用与  $N_p N_n$  (价质子数与价中子数的乘积) 近似成正比。所以对于同位素链上的原子核,

我们还注意到单核子分离能与质子和中子的奇偶性相关<sup>[17]</sup>: 单中子分离能对于中子数的奇偶性源于同种核子的配对相互作用, 对于质子数的奇偶性与  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  对于质量数的奇偶性一致。目前许多质量模型都没有包括这种奇偶性, 数值计算表明考虑这种奇偶性能够提高这些模型的精度<sup>[18]</sup>。

### 3 偶偶核与奇奇核的“额外”结合能

文献[19]提出奇奇核中的质子中子的对力因为组态混合给出一个额外的结合能。这种奇奇核额外结合能可以导致  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  对于质量数  $A$  表现出奇偶性。在文献[20]中也考虑了这类奇奇核的额外结合能。但是如果我们的假定偶偶核的质量也有一个类似的额外结合能, 那么也可以给出  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  的奇偶性。文献[21-22]指出了这种可能性。那么  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  表现出的奇偶性到底是由哪种额外的结合能给出的呢? 是偶偶核还是奇奇核? 还是两者兼而有之?

为了回答这个问题, 我们利用公式(1)提取原子核基态中价质子和价中子之间的经验相互作用:

$\langle V_{pn} \rangle$  和  $V_{pn}$  可以用线性方程  $a_Z N + b_Z$  来描述。这里  $a_Z$  取负号, 因为对于给定质子数的原子核来说中子数越多质子-中子相互作用就越强。假如  $\langle V_{pn} \rangle$  和  $V_{pn}$  严格满足该线性关系, 则  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  没有奇偶性。

我们通过计算  $\langle V_{pn} \rangle - a_Z N - b_Z$  和  $V_{pn} - a_Z N - b_Z$  的值来研究  $\langle V_{pn} \rangle$  和  $V_{pn}$  偏离线性的情况, 把它们分别记为  $\langle V_{pn} \rangle'$  和  $V_{pn}'$ 。F, Ne, Na 和 Mg 同位素的计算结果如图 2 所示。发现 F 和 Na 同位素奇奇核的  $\langle V_{pn} \rangle'$  小于相邻的奇  $A$  核; Ne 和 Mg 同位素偶偶核的  $\langle V_{pn} \rangle'$  小于相邻的奇  $A$  核。类似地, 偶偶核和奇奇核的  $V_{pn}'$  小于相邻的奇  $A$  核。上述现象表明质子-中子相互作用对于偶偶核和奇奇核都贡献一份“额外”的结合能, 这份额外的结合能导致了  $\delta V_{1p-1n}(Z, N)$  对质量数的奇偶性以及单中子(质子)分离能对质子(中子)数的奇偶性。最后, 为了验证这个结论是否与特定的质量相关, 我们在  $A \sim 60$  和  $A \sim 210$  区域分别计

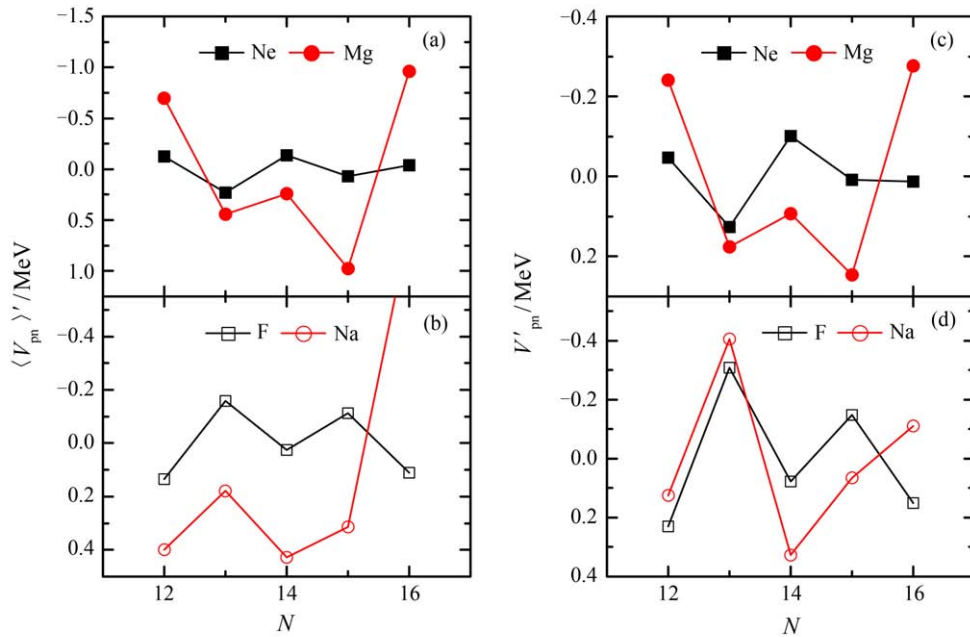


图 2 (在线彩图)F, Ne, Na, Mg 同位素的  $\langle V_{pn} \rangle'$  和  $V'_{pn}$ , 横坐标是中子数  $N$ 。对于奇  $Z$  同位素 (F 和 Na), 奇奇核的  $\langle V_{pn} \rangle'$  和  $V'_{pn}$  比相邻的奇  $A$  核小; 对于偶  $Z$  同位素 (Ne 和 Mg), 偶偶核的  $\langle V_{pn} \rangle'$  和  $V'_{pn}$  比相邻的奇  $A$  核小 (有个别例外)。这意味着质子-中子相互作用在偶偶核和奇奇核内贡献一份额外的结合能 (取自文献<sup>[26]</sup>)

算了  $V'_{pn}$ , 在这两个区域得到了类似的结果<sup>[26]</sup>。

### 4 讨论和总结

对力相互作用来源于核子-核子相互作用的短程吸引, 但是细节并不太清楚。在原子核质量中的奇偶性很多, 这些奇偶性的表现有些比较明显, 有些则比较微弱。

奇  $A$  核与偶  $A$  核最后一个质子和最后一个中子的相互作用  $\delta V_{1p-1n}$  呈现出明显的奇偶性, 偶偶核和奇奇核的质子中子相互作用都有一个“额外”的结合能。对于奇  $A$  核, 偶奇核与奇偶核的  $\delta V_{1p-1n}$  有比较弱的奇偶性; 对于偶  $A$  核, 偶偶核与奇奇核  $\delta V_{1p-1n}$  有极其微弱的奇偶性。这些奇偶性在质量中混合在一起, 导致目前绝大多数质量模型给出的理论计算结果与实验数据之差仍然存在许多微妙的奇偶性, 局部质量关系如 Garvey-Kelson 质量关系也表现出多种奇偶性质。考虑这些奇偶性可以改进质量关系的精度, 我们可以构造精度更高的、适用性更好的局部质量关系<sup>[27]</sup>。

致谢 作者感谢中国科学院近代物理研究所靳根明教

授和王素芳教授二十多年对作者科研工作的关心和帮助。

### 参考文献:

- [1] LUNNEY D, PEARSON J M, THIBAULT C. Rev Mod Phys 2003, **75**: 1021; BLAUM K. Phys Rep, 2006, **425**: 1.
- [2] AUDI G, WAPSTRA A H, THIBAULT C. Nucl Phys A, 2003, **729**: 337.
- [3] BAREA J, FRANK A, HIRSCH J G, *et al.* Phys Rev Lett 2005, **94**: 102501.
- [4] BAREA J, FRANK A, HIRSCH J G, *et al.* Phys Rev C, 2008, **77**: 041304.
- [5] GARVEY G T, KELSON I. Phys Rev Lett, 1966, **16**: 197; GARVEY G T, GERACE W J, JAFFE R L, *et al.* Rev Mod Phys 1969, **41**: S1.
- [6] FU G J, JIANG H, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 034304.
- [7] JIANG H, FU G J, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 054317.
- [8] BARDEEN J, COOPER L N, SCHRIEFFER J R. Phys Rev, 1957, **108**: 1175; BOHR A, MOTTELSON B, PINES D. Phys Rev, 1958, **110**: 936.
- [9] DEAN D J, HJORTH-JENSEN M. Rev Mod Phys 2003,

- 75: 607; ZHAO Y M, ARIMA A. Phys Rep, in press.
- [10] BASU M K, BANERJEE D. Phys Rev C, 1971, **3**: 992; Phys Rev C, 1971, **4**: 652.
- [11] FU G J, LEI Y, JIANG H, *et al.* Arima Phys Rev C, 2011, **84**: 034311; JIANG H, FU G J, SUN B H, *et al.* Phys Rev C, 2012, **85**: 054303.
- [12] WANG N, LIU M, WU X Z. Phys Rev C, 2010, **81**: 044322.
- [13] JIANG H, FU G J, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2012, **85**: 024301.
- [14] BAO M, HE Z, LU Y, *et al.* Phys Rev C, 2013, **88**: 064325.
- [15] HE Z, BAO M, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2013, **87**: 057304.
- [16] CHENG Y Y, ZHAO Y M, ARIMA A. Phys Rev C, 2014, **89**: 061304(R).
- [17] JIANG H, FU G J, BAO M, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 014327; BAO M, HE Z, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2013, **87**: 044313.
- [18] LU Y, ZHAO Y M, ARIMA A. Phys Rev C, 2014, **89**: 017301.
- [19] ZELDES N. Phys Rev C, 1997, **56**: R2938; GAO Z.C, CHEN Y S. Phys Rev C, 1999, **59**: 735.
- [20] FU G J, BAO M, HE Z, *et al.* Phys Rev C, 2012, **86**: 054303.
- [21] FRIEDMAN W A, BERTSCH G F. Phys Rev C, 2007, **76**: 057301.
- [22] REN Z Z, XU G O. Phys Rev C, 1988, **38**: 1078.
- [23] BROWN B A, RICHTER W A. Phys Rev C, 2006, **74**: 034315.
- [24] ZHANG J Y, CASTEN R F, BRENNER D S. Phys Lett B, 1989, **227**: 1.
- [25] FU G J, JIANG H, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2010, **82**: 014307.
- [26] FU G J, SHEN J J, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2013, **87**: 044309.
- [27] BAO M, HE Z, ZHAO Y M, *et al.* Phys Rev C, 2014, **90**: 024314; CHENG Y Y, ZHAO Y M, ARIMA A. Preprint (to be published).

## Odd-even Staggerings Exhibited in Nuclear Masses

ZHAO Yumin<sup>1)</sup>

(*Department of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, 200240, China*)

**Abstract:** The description of nuclear masses is one fundamental issue in nuclear structure theory. A number of odd-even staggerings of masses have been observed in double differences of neighboring nuclei. These odd-even staggerings are very useful to study local mass relations and nucleon-pair correlations. In this paper we discuss the odd-even features that we discerned in recent years, such as the odd-even staggering of the interaction between the last proton and the last neutron (denoted by  $\delta V_{1p-1n}$ ), the odd-even feature of the Garvey-Kelson mass relations, the odd-even feature of one-nucleon separation energies, and so on, exhibited in masses of neighboring nuclei and related quantities.

**Key words:** nuclear binding energy; odd-even staggering; pairing force

**Received date:** 21 Sep. 2013; **Revised date:** 10 Oct. 2013

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (11225524, 11145005), National Basic Research Program of China(973 Program)(2013CB834401)

1) E-mail: ymzhao@sjtu.edu.cn.

<http://www.npr.ac.cn>