文章编号：1007-4627(2013) 04-0407-06

Manohar-Georgi 模型的 QCD 分析及核子的一种有效手征夸克模型

贾多杰[1, 2]，万瑞斌[1, 2]

(1. 西北师范大学物理与电子工程学院，甘肃 兰州 730070；
2. 甘肃省原子分子物理与功能材料重点实验室，甘肃 兰州 730070)

摘要： Manohar 和 Georgi 提出了一种基于 QCD 的有效组份夸克模型 (MG 模型)，用于解释唯象夸克模型成功的原因。最近 Weinberg 指出，该模型在大 N_c (夸克颜色数目) 极限下是可重整化的。从 QCD 配分泛函出发，对 MG 模型的有效理论进行了分析，并通过将胶子-夸克耦合做唯象的 Skyrme 作用近似，提出了核子的一种有效手征夸克模型，它包括了夸克和 pion 云以及 pion 云的非线性自耦合。利用有效手征夸克模型计算的核子静态性质的结果与实验值相符很好。

关键词： QCD 配分泛函；组份夸克；MG 模型；手征夸克模型

中图分类号： O572.34; O413.3　　**文献标志码：** A　　**DOI：** 10.11804/NuclPhysRev.30.04.407

1 引言

尽管量子色动力学 (QCD) 是描述夸克和胶子的强相互作用理论，即描述核力的标准理论，但由于 QCD 非微扰本性和真空的复杂性，使得通过原始的 QCD 来理解强子的性质极具挑战性。鉴于在强子尺度 (1 fm), 微扰 QCD 不再有效，各种低能有效理论，如 QCD 求和规则、大 N_cQCD、手征微扰论等被提出[1]。QCD 之前建立的夸克模型，随着 QCD 理论的建立，也获得较大发展，逐渐将 QCD 的特征(渐进自由、夸克禁闭和手征对称性自发破缺)唯象地考虑进来并获得较大成功[2]。1980 年代，Manohar 和 Georgi 提出了一种基于 QCD 的有效组份夸克模型[3]，即 Manohar-Georgi 模型 (简称 MG 模型)，用于解释唯象组份夸克模型成功的原因，其中由于赝标量介子承担了夸克间的一部分相互作用，所以作者假设夸克-胶子耦合常数 α 取小的固定值 ($\alpha \approx 0.28$)，不再跑动；于是在原则上，MG 模型成为关于夸克、介子和胶子的可微扰理论。Weinberg 指出 MG 模型在大 N_c (夸克颜色数目) 极限下时可重整化的[4]。同时，人们发现[5]模型需要的组份夸克质量较普通组份夸克模型小：$M \approx 190$ MeV。基于 MG 模型的手征夸克模型已被用于核子的自旋结构问题和核子性质研究[6−7]。最近的格点 QCD 计算也表明，手征凝聚 $\langle\bar{q}q\rangle$ 的主要贡献来自胶子的低动量模式[8]。

本文从 QCD 的配分泛函出发，通过手征转动和手征对称性自发破缺机制得到一种有效拉氏量，它在计入非线性赝标量介子的动能项 (非线性 σ 项) 后成为 MG 模型。通过将 MG 模型中胶子-夸克间的胶子耦合近似为唯象的 Skyrme 作用，我们提出核子的一种有效手征夸克模型，并给出核子质谱的计算方案。

2 手征转动与组份夸克

人们已知，QCD 的低能理论由手征对称性自发破缺所统辖，其中反映内禀真空长波性质的轻赝标介子扮演着核心的角色。仿照文献[9]对类 Skyrme 模型的分析方法，我们从联系真空幅的 QCD 生成泛函开始：

$$Z_{\rm QCD} = \int [\mathrm{d}G_\mu]\,[\mathrm{d}q\mathrm{d}\bar{q}]\exp\left[\mathrm{i}\int \mathrm{d}^4x\,\bar{q}(\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu - m)q - \frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} - J^a_\mu G^{a\mu}\right], \tag{1}$$

收稿日期： 2013-01-10;　**修改日期：** 2013-03-19

基金项目： 国家自然科学基金资助项目(10965005, 11265014)；甘肃省原子分子物理与功能材料重点实验室项目

作者简介： 贾多杰(1969–)，男(藏族)，青海互助人，博士，教授，从事粒子物理与核物理研究；E-mail: jiadj@nwnu.edu.cn.

其中：q 和 $G_\mu = G_\mu^a \lambda^a/2$ 分别是夸克场和胶子场；$J_\mu^a = g\bar{q}\gamma^\mu(\lambda^a/2)q$ 表示夸克流。虽然式 (1) 包含所有的真空性质，但正如引言中所提及，它是极其复杂的。从 QCD 求和规则和格点 QCD[8] 可得知，QCD 的长波部分由标量夸克 $\langle\bar{\mathrm{q}}\mathrm{q}\rangle$ 和胶子凝聚 $\langle\mathrm{GG}\rangle$ 等所刻画。因此若按低能真空结构描述的类划分，式 (1) 中场自由度可以分为低能标夸克、中长程的集体介子场、短波胶子自由度和长波胶子自由度等。

虽然不能给出手征对称性自发破缺的严格 QCD 证明，但 Nambu-Jona-Lasino 微观模型[10]，手征有效理论[11] 和夸克模型暗示，可将组份夸克看成一个近似的等效自由度。仿照文献 [9]，假设组份夸克和流夸克之间相差一个 (局域的) 么正转动 V：

$$\mathrm{q_L} = V^\dagger(x) q_\mathrm{L}^U\,,\quad q_\mathrm{R} = V(x) q_\mathrm{R}^U\,。\tag{2}$$

若 QCD 手征对称性是严格的，则么正转动 V 只是一种规范(味)对称性，在时空点 x 没有特定的内部优先方向。众所周知，临界温度以上时超导体的 $U(1)$ 对称性是严格的电磁规范对称性，它对应体系物理性质在电子相位因子变换下不变；在临界温度以下，超导体内 $U(1)$ 电磁对称性发生自发破缺，其中构成 Cooper 对的两电子的相位因子之积在时空点 x 选出一个优先的内部方向，给出 Ginzburg-Laudau 有序参数。如前言所述，大量证据表明 QCD 手征对称性是破缺的，因此类比于超导体内 $U(1)$ 电磁对称性自发破缺，可认为 V 在时空点 x 将选择一个优先的内部方向，$V \to V(x)$，从而使其成为味空间的局域相位因子，$V(x)V(x) = U(x)$ 构成有序参数。于是，式 (2) 代表一种自由度代换，用有效自由度 (组份夸克场) q^U 和手征场 $V(x)$ 代替了流夸克场 q。

将式 (2) 代入式 (1) 的夸克部分 $\bar{q}[\mathrm{i}\partial\!\!\!/ - m]q = (\bar{q}_\mathrm{L} + \bar{q}_\mathrm{R})[\mathrm{i}\partial\!\!\!/ - m](q_\mathrm{L} + q_\mathrm{R})$，其中左右夸克为 $q_\mathrm{L} = Lq$，$q_\mathrm{R} = Rq$，$L = (1-\gamma^5)/2$，$R = (1+\gamma^5)/2$，则得到

$$\begin{aligned}
&(\bar{q}_\mathrm{L}^U V + \bar{q}_\mathrm{R}^U V^\dagger)\left[\mathrm{i}\partial\!\!\!/ - m\right](V^\dagger q_\mathrm{L}^U + V q_\mathrm{R}^U) \\
&= (\bar{q}_\mathrm{L}^U V + \bar{q}_\mathrm{R}^U V^\dagger)\left[\mathrm{i}(\partial\!\!\!/ V^\dagger) q_\mathrm{L}^U + \mathrm{i}V^\dagger \partial\!\!\!/ q_\mathrm{L}^U + \right. \\
&\quad \left. \mathrm{i}(\partial\!\!\!/ V) q_\mathrm{R}^U + \mathrm{i}V\partial\!\!\!/ q_\mathrm{R}^U - mV^\dagger q_\mathrm{L}^U - mVq_\mathrm{R}^U\right] \\
&= \bar{q}^U(RV\mathrm{i}\partial\!\!\!/ V^\dagger L + R\mathrm{i}\partial\!\!\!/ L - mRU + LV^\dagger \mathrm{i}\partial\!\!\!/ VR + \\
&\quad L\mathrm{i}\partial\!\!\!/ R - mLU^\dagger)q^U \\
&= \bar{q}^U\left[\mathrm{i}\partial\!\!\!/ + \frac{\mathrm{i}}{2}(V\partial\!\!\!/ V^\dagger + V^\dagger \partial\!\!\!/ V) + \right. \\
&\quad \left. \frac{\mathrm{i}}{2}\gamma^5(V\partial\!\!\!/ V^\dagger - V^\dagger\partial\!\!\!/ V) - mU_5\right]q^U \\
&= \bar{q}^U\left[\mathrm{i}\partial\!\!\!/ + \mathrm{i}\gamma^\mu V_\mu + \mathrm{i}\gamma^\mu\gamma^5 A_\mu - mU_5^\dagger\right]q^U\,,
\end{aligned}\tag{3}$$

其中 $U = V^2$，

$$\{V_\mu, A_\mu\} = \frac{1}{2}\left(V^\dagger\partial_\mu V \pm V\partial_\mu V^\dagger\right)\,,\tag{4}$$

$$U_5^\dagger = \exp[\mathrm{i}\gamma^5 Q^a\pi^a] = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)U^\dagger + \frac{1}{2}(1+\gamma^5)U\,,\tag{5}$$

并且在式 (3) 的推导中利用了 R 和 L 的幂等性和正交性：

$$R^2 = R\,,\quad L^2 = L\,,\quad RL = LR = 0\,,\tag{6}$$

以及等式 $R\gamma^\mu = \gamma^\mu L$ 和 $\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$。于是 QCD 泛函表达式 (1) 变为

$$\begin{aligned}
Z_\mathrm{QCD} &= \int_{C[q^U]} [\mathrm{d}G_\mu][\mathrm{d}q^U \mathrm{d}\bar{q}^U \mathrm{d}V] \times \\
&\quad \exp\left[\mathrm{i}\int \mathrm{d}^4x \mathscr{L}_q - \frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} - J_\mu^{aU} G^{a\mu}\right] \\
\mathscr{L}_\mathrm{q} &= \bar{q}^U(D\!\!\!\!/(U) - mU_5^\dagger)q^U\,,
\end{aligned}\tag{7}$$

其中：$D\!\!\!\!/(U) = \mathrm{i}\gamma^\mu(\partial_\mu + V_\mu + \gamma^5 A_\mu)$；$V_\mu$ 和 A_μ 是由介子构成的集体味规范场；$C[q^U]$ 表示对 q^U 的约束。

很明显，比之于原始 QCD，夸克作用量式 (7) 中含有 8 个额外自由度 $V(x)$，它来自流夸克的味道空间相角的对角长程有序化。因此组份夸克取代了流夸克之后，自由度增加了 8 个，需要在式 (7) 中附加约束 $C[q^U]$。这种约束可以通过对手征对称性自发破缺产生标量凝聚的实现。

3 MG 模型的 QCD 分析

设 $q_i (i = 1,\ 2,\ 3)$ 代表 u, d, s 夸克，$q_{\mathrm{L}_i} = L\mathrm{q}_i$，$q_{\mathrm{R}_i} = Rq_i$ 代表其左右手征粒子。按照手征对称性自发破缺机制，标量手征凝聚 $\langle\bar{\mathrm{q}}\mathrm{q}\rangle$ 就是矩阵 $\bar{\mathrm{q}}_{\mathrm{L}_j} q_{\mathrm{R}_i} = (\bar{q}_\mathrm{L} q_\mathrm{R})_{ij}$ 的标量凝聚部分[1]，即

$$\langle\bar{q}_{\mathrm{L}_j} q_{\mathrm{R}_i}\rangle = \bar{q}_{\mathrm{L}_j}^U q_{\mathrm{R}_i}^U = \frac{1}{2}\langle\bar{\mathrm{q}}\mathrm{q}\rangle\delta_{ij}\,,\tag{8}$$

记 $\sigma = \langle\bar{\mathrm{q}}\mathrm{q}\rangle/2$，则在味道空间，$\bar{q}_\mathrm{L}^U \mathrm{q}_\mathrm{R}^U = \sigma$。据此可以证明，$\sigma$ 是厄米的，且

$$\bar{q}_{\mathrm{L}_j} q_{\mathrm{R}_i} = (V\sigma V)_{ij}\,,\quad \bar{q}_{\mathrm{R}_j} q_{\mathrm{L}_i} = (V^\dagger\sigma V^\dagger)_{ij}\,,\tag{9}$$

即在味道空间 $\bar{q}_\mathrm{L} q_\mathrm{R} = V\sigma V$，$\bar{q}_\mathrm{R} q_\mathrm{L} = V^\dagger\sigma V^\dagger$。所以，类比超导体中的两个电子耦合成自旋空间单态准粒子

——Cooper 对，手征凝聚导致正反组份夸克场 q^U 与 $\bar{q}^U$ 形成味道空间单态 $\bar{q}_L^U q_R^U=\sigma$，从而原始的流夸克场代之以等效的、期望值非零的 $\bar{q}_L q_R$ 的相角 (赝标介子) 自由度 V 和振幅自由度 (σ 介子)：

$$\bar{q}_{L_j} q_{R_i}=V\sigma V\approx\sigma e^{i2\pi/f_\pi} ,\tag{10}$$

其中相位 π 是味道空间的矩阵，代表无质量的 Goldstone 玻色子 (Goldstone 定理)。可以看出，式 (8) 对组份夸克 q^U 附加了 $3\times3-1=8$ 个约束，其中减去的 1 来自 σ 自由度的引入。

于是，用 δ 函数

$$\delta(\bar{q}_L^U q_R^U-\sigma)=\int d\left[S+iP\right]\times$$
$$\exp\left\{-i\mathrm{Tr}\int d^4x\left[\bar{q}_L^U(S+iP)q_R^U-(S+iP)\sigma\right]\right\} ,$$
$$\delta(\bar{q}_R^U q_L^U-\sigma)=\int d\left[S-iP\right]\times$$
$$\exp\left\{-i\mathrm{Tr}\int d^4x\left[\bar{q}_R^U(S-iP)q_L^U-(S-iP)\sigma\right]\right\} ,$$

引进约束式 (8)，两式相乘得，右边成为

$$\int\left[dSdP\right]\exp\left\{-i\int d^4x\left[\bar{q}^U(S+i\gamma^5P)q^U+2\mathrm{Tr}(S\sigma)\right]\right\} 。\tag{11}$$

将式 (11) 作为约束代入泛函式 (7)，并写出 σ 自由度的积分，得到

$$Z_{QCD}=\int\left[d\bar{q}^U dq^U dV d\sigma\right]\left[dSdPdG_\mu\right]\times$$
$$\exp\left[i\int d^4x\left\{\bar{q}^U\left[\not{D}(U)-(mU_5^\dagger+S+i\gamma P)\right]q^U\times\right.\right.$$
$$\left.\left.-i\ln J(U)+2\mathrm{Tr}S\sigma-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}-J_\mu^a G^{a\mu}\right\}\right] ,\tag{12}$$

其中 $J(U)$ 是变量代换式 (2) 引起的 Jacobi 测度。辅助场 S, P 在式 (11) 中以组份夸克的共轭量出现，故它们应是长波 (慢) 变量，利用经典近似 (S, P 在低能极限下不被激发，故此场算符仅取其真空值) $S\to\langle S\rangle=\bar{S}$, $P\to\langle P\rangle=0$，其中 QCD 宇称守恒要求赝标量 P 的真空期望值为零，因此泛函式 (12) 近似等于

$$Z_{QCD}^L=\int[d\bar{q}^U dq^U dG_\mu][dV]\times$$
$$\exp\left[i\int d^4x\left\{\bar{q}^U[\not{D}(U)-(mU_5^\dagger+\bar{S})]q^U-\right.\right.$$
$$\left.\left.i\ln J(U)-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}-J_\mu^a G^{a\mu}\right\}\right] ,\tag{13}$$

其中 σ 被看成是很重粒子，从而退耦合了。格点 QCD 计算表明，手征凝聚的主要贡献来自胶子低动量模式[8]，所以将胶子分为短波高动量模式 (硬胶子 G_h) 和长波低动量模式 (软胶子 G_s)，并将软胶子部分积分等效地用位势来近似：

$$\int\left[dG_\mu\right]\exp\left\{i\int d^3x\left[-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}-J_\mu^a G^{a\mu}\right]\right\}$$
$$\approx\int\left[dG_\mu^h\right]\exp\left[i\int d^3x\left[-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}^h G_h^{\mu\nu}-\right.\right.$$
$$\left.\left.J_\mu^a G_h^{a\mu}-V_c(\bar{q}q)+\cdots\right]\right] ,$$

则泛函式 (13) 给出如下等效拉氏量：

$$L^{\mathrm{eff}}=\bar{q}^U\left[i\gamma^\mu(\partial_\mu+V_\mu+\gamma^5A_\mu)-g\not{G}_h-(mU_5^\dagger+\bar{S})\right]q^U-$$
$$i\ln J(U)-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{h\mu\nu}G_h^{\mu\nu}+V_c(\bar{q}q) ,\tag{14}$$

将它与 Manohar 和 Georgi 提出的如下模型 (简称 MG 模型) 相比较

$$L^{\mathrm{MG}}=\bar{q}\left[i\not{\partial}-g\gamma^\mu G_\mu+i\not{V}+ig_A\not{A}\gamma^5-M\right]q+$$
$$\frac{f^2}{4}\mathrm{Tr}_F(\partial_\mu U^\dagger\overset{\mu}{\partial}U)-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} 。\tag{15}$$

可以看出，等效模型式 (14) 与 MG 模型式 (15) 非常相似，如果夸克的组份质量之间有如下对应：

$$m\langle U_5^\dagger\rangle+\bar{S}\to M ,$$

且 MG 模型中的胶子 G_μ 代表硬胶子。但是，两者的主要区别在于，MG模型中的胶子耦合较弱，大约 $\alpha s\approx 0.3$，不能提供夸克间的禁闭力。如 Manohar 和 Georgi[3] 提到，MG 模型存在重复计算问题：介子独立于胶子在式 (15) 中以基本场出现。按照 Wilson 重正化群的观点，将胶子的长波模式 (软胶子) 积分，原来的拉氏量可以出现新的耦合 (原来为零的耦合变为非零)，且原来的耦合强度会发生改变。但由于QCD手征对称破缺和禁闭机制的复杂性，我们尚不能明了 Goldstone 玻色子是如何出现的以及软胶子积分提供的有效势的具体形式。因此，在式 (12) 中仍然将胶子作用形式上写成原来的表达形式 (实际有些未知的胶子模式已被积分掉了，对应组份质量的产生和赝标介子的引入)。

4 核子的一种有效手征夸克模型

虽然模型式 (14) 可以用微扰场论处理了，但仍然不利于唯象强子谱学和衰变等物理的研究。在QCD长波等效配分泛函式 (13) 的基础上，积分出胶子场剩余分量后，可以写成

$$Z_{\mathrm{QCD}}^L=\int\left[\mathrm{d}\bar{q}^U\mathrm{d}q^U\right][\mathrm{d}V]\exp\left[\mathrm{i}\int\mathrm{d}^4x\left\{\bar{q}^U\left[\not{D}(U)-\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.(mU_5^\dagger+\bar{S})\right]q^U-\mathrm{i}\ln J(U)+2\mathrm{Tr}S\sigma\exp\left[\mathrm{i}G\left(j^U\right)\right]\right\}\right]。\tag{16}$$

将夸克间的胶子相互作用用等效势 V_{cc} 近似替代，则有

$$\exp(\mathrm{i}G[J])=\int[\mathrm{d}G_\mu]\exp\left[\mathrm{i}\left(-\frac{1}{2}\mathrm{Tr}G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}-J_\mu^{aU}G^{a\mu}\right)\right]$$
$$\approx\exp\left[-\mathrm{i}\int\mathrm{d}^3x[V_{\mathrm{cc}}(\bar{q}^Uq^U)+\cdots]\right]，\tag{17}$$

于是得到一种描述强子的手征夸克模型

$$L=\bar{q}^U\left[\mathrm{i}\not{\partial}+i\not{V}+\mathrm{i}g_A\not{A}\gamma_5-(mU_5+\bar{S})\right]q^U-$$
$$V_{\mathrm{cc}}(\bar{q}^Uq^U)。\tag{18}$$

若在展开式 $\bar{q}^Uq^U=\sigma\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\pi/f_\pi}\approx\sigma[1+2\mathrm{i}\pi/f_\pi]$ 中取领头阶近似 ($\bar{q}^Uq^U\to\sigma$)，并从式 (18) 进一步积分掉夸克，QCD泛函化为

$$Z_{\mathrm{QCD}}^L\approx\int[\mathrm{d}U\mathrm{d}\sigma]\exp\left[\mathrm{i}W_{\mathrm{eff}}(U,\sigma)\right]，$$

其中

$$\exp\left[\mathrm{i}W_{\mathrm{eff}}(U,\sigma)\right]=\int[\mathrm{d}S]\exp\left\{N_{\mathrm{c}}\mathrm{Tr}\ln\left[\not{D}(U)-\right.\right.$$
$$\left.\left.(mU_5^\dagger+S)\right]+\mathrm{i}\int\mathrm{d}^3x[2\mathrm{Tr}S\sigma-V_{\mathrm{c}}(\sigma)]\right\}。\tag{19}$$

下面考察式 (19) 辅助场 S 的处理。如文献 [9] 所提议，在大 N_{c} 情形下该积分将由稳定的相所支配。需要用到鞍点近似下的运动方程

$$S_{\mathrm{cl}}=\bar{S}(\sigma)=\frac{1}{2}\frac{\partial V_{\mathrm{c}}}{\partial\sigma}+\cdots\cdots。\tag{20}$$

它可通过沿 σ 方向微分式 (18) 的作用量得到：

$$\frac{\delta W_{\mathrm{eff}}}{\delta\sigma(x)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}W_{\mathrm{eff}}}=\int[\mathrm{d}S]\left[2S(x)-\frac{\partial V_{\mathrm{gluon}}}{\partial\sigma(x)}\right]\times$$
$$\exp\left\{N_{\mathrm{c}}\mathrm{Tr}\ln\left[(D(U)\right]-(mU_5^\dagger+S)+\right.$$
$$\left.\ln J(U)+\mathrm{i}\int\mathrm{d}^3x[2\mathrm{Tr}S\sigma-V_{\mathrm{cc}}(\sigma)]\right\}。\tag{21}$$

由此得出

$$2S_{\mathrm{cl}}(x,\sigma)=\frac{\partial V_{\mathrm{cc}}}{\partial\sigma(x)}+\frac{\delta W_{\mathrm{eff}}}{\delta\sigma(x)}，$$

其中上式右边当 $\sigma(x)$ 满足经典运动方程时为零。这样就获得方程式 (20)，因此在大 N_{c} 极限下，通过路径积分与经典轨迹的关系我们可以在式 (19) 中将 S 和 P 取经典近似，$S\to S_{\mathrm{cl}}=\bar{S}$，于是核子的低能动力学可由如下泛函描述：

$$\exp[\mathrm{i}W_{\mathrm{eff}}(U,\sigma)=\int[\mathrm{d}S]\exp\left\{N_{\mathrm{c}}\mathrm{Tr}\ln\left[\not{D}(U)-\right.\right.$$
$$\left.\left.(mU_5^\dagger+\bar{S})\right]+\mathrm{i}\int\mathrm{d}^3x\left[2\mathrm{Tr}S\sigma-V_{\mathrm{cc}}(\sigma)\right]\right\}。\tag{22}$$

这是Diakonov 等[12]提出的手征孤子夸克模型的一种推广形式，它比手征孤子夸克模型多了一个 σ 自由度。

对于轻味重子，由于质心能分离、quenching近似等问题，夸克势模型式 (18) 的求解存在困难。受Skyrme 模型[13−14]和模型式 (18) 的启发，我们提出核子的有效模型如下:

$$L^{\mathrm{eff}}=\bar{q}[\mathrm{i}\not{\partial}+\mathrm{i}\not{V}+\mathrm{i}g_A\not{A}\gamma^5-\bar{S}U_5^\dagger]q-$$
$$V_{\mathrm{cc}}(\bar{\mathrm{q}}\mathrm{q})+\frac{f^2}{4}\mathrm{Tr}_F(\partial_\mu U^\dagger\partial^\mu U)+$$
$$\frac{1}{32e^2}\mathrm{Tr}_F[U\partial_\mu U^\dagger,U\partial_\nu U^\dagger]^2，\tag{23}$$

其中 q 代表组份夸克 q^U (为简洁起见)。它对应如下的哈密顿量：

$$H^{\mathrm{N}}=\sum_{i=1,2,3}H_i+\sum_{i<j}V(q_iq_j)+H^{\mathrm{Skyrme}}，\tag{24}$$

其中

$$H_i=\mathrm{q}_i^\dagger\left[-\mathrm{i}\gamma^i\partial_i+\mathrm{i}\gamma^iV_i+\mathrm{i}g_A\gamma^iA_i\gamma_5+\right.$$
$$\left.\gamma^0(mU_5+\bar{S})\right]q_i+\sum_{i<j}V(\bar{q}_iq_j)，\tag{25a}$$

$$H^{\mathrm{Skyrme}}=\int\mathrm{d}^3x\left\{\frac{f_\pi^2}{4}\mathrm{Tr}_F(\partial_iU^\dagger\partial_iU)+\right.$$
$$\left.\frac{1}{16e^2}\mathrm{Tr}_F\left[(\partial_iU^\dagger\partial_iU)^2-(\partial_iU^\dagger\partial_jU)^2\right]\right\}。\tag{25b}$$

它是一个含位势的赝标介子与组份夸克相互作用模型，其中标量势 $\bar{S}$ 和矢量势 V_{cc} 可由唯象的夸克禁闭位势 (线性位势，或谐振子位势) 和单胶子交换位势近

似描述，而手征对称性由赝标介子耦合实现。

对式 (25) 的解做径部和角部分离之后，通过有限差分，可以将径向方程化为与 U 耦合的线性代数本征问题。利用 Skyrme 模型的近似解析解[15]作为初始的 U 位型输入,用迭代方法可原则上求解夸克的波函数。这为核子的质谱和衰变等性质研究提供基础。我们将核子静态性质的计算结果及其他相关模型的计算作为比较列在表 1 中，能量半径是指核子能量分布的平均半径，禁闭标度是指束缚态夸克波函数的特征尺度，它在我们的模型中代表禁闭位势的特征尺度；对手征袋模型[16−17]而言，禁闭尺度由袋常数 B 等价表征。在我们的模型中，核子质量和 pion 衰变常数的实验值作为输入来确定耦合常数 e。可以看出，我们的模型对核子性质的预言与实验值符合得很好。

表 1　各种模型计算结果与实验值的比较

物理量	Skyrme[13]	手征袋[15]	微扰手征夸克[16]	本工作	实验
能量半径/fm	1	0.6	0.55 ∼ 0.65	0.91	
e	5.45	4.5		2.8	
f_π/MeV	93	93	88	93	93
禁闭标度 a/fm		$B^{1/4} = 150$	0.52	0.296	
核子质量/MeV	939	1 425	938.3	938.27	938.27
电均方半径/fm	0.59	0.48	0.85	0.872 3	0.877
磁距/核子磁距	1.87	2.19	2.6	2.704	2.793

5　结论

本文分析了有效组份夸克模型——MG 模型的 QCD 基础，解释了唯象夸克模型中组份质量的 QCD 依据和引入赝标介子耦合的必要性。通过在 MG 模型基础上引入唯象的 Skyrme 作用和等效夸克间位势，我们提出核子的一种有效手征夸克模型，并给出核子性质的计算结果，与实验符合得很好。

参考文献(References)：

[1] GREINER W, Quantum Chromodynamics[M]. 3rd ed. Berlin: Springer, 2000: 439-528; GASSERAND J, LEUTWYLER H. Ann Phys, 1984, **158**(1): 142.

[2] CLOSE F, Introduction to Quark and Parton[M], 3rd ed. Berlin: Springer, 2000: 39–167.

[3] MANOHAR A, GEORGI H. Nucl Phys B, 1984, **234**: 189; WEINBERG S, Physica A (Amsterdam), 1979, **96**: 327.

[4] WEINBERG S. Phys Rev Lett, 2010, **105**: 261601.

[5] de RAFAEL E. Phys Lett B, 2011, **703**: 60.

[6] ZHANG Xinyu, MA Boqiang. Phys Rev D, 2012, **85**: 114048.

[7] ZHANG Jinhu, JIA Duojie, WANG Xiaowei, *et al*. Nuclear Physics Review 2012, **29**(1): 57. (in Chinese)
(张金虎, 贾多杰, 王晓维, 等. 原子核物理评论, 2012, **29**(**1**): 57.)

[8] YAMAMOTO A, SUGANUMA H. Phys Rev D, 2010, **81**: 014506.

[9] SIMIC P. Phys Rev Lett, 1985, **55**: 40; JIA Duojie, ZHANG Jinhu. Chin Phys C, 2012, **36**(9): 797.

[10] NAMBU Y, LASINIO G J. Phys Rev, 1961, **122**: 345.

[11] WANG Qing, KUANG Yuping, *et al*. Phys Rev D, 2000, **61**: 054011.

[12] DIAKONON D, CHRISTOV C V, BLOTZ A, *et al*. Baryons as Solitons in Effective Chiral Quark-meson Theory[C]. 1st German-Polish Symposium on Particles and Fields, 1992, Rydzyna Castle, Poland, CNUM: C92-04-28.1.

[13] SKYRME T HR, Nucl Phys, 1962, **31**: 556; ZAHED I , BROWN G E. Phys Rept, 1986, **142**: 1.

[14] ADKINS G S, NAPPI C R, WITTEN E. Nucl Phys B, 1983, **228**: 552.

[15] JIA Duojie, WANG Xiaowei, LIU Feng. Chin Phys Lett, 2010, **27**: 121201.

[16] JOHNSON A D, RHO M. Phys Rev Lett, 1983, **51**: 751.

[17] LYUBOVITSKIJ V E, GUTSCHE T, FAESSLER A, Phys Rev C, 2001, **64**: 065203.

QCD Analysis of Manohar-Georgi Model and an Effective Chiral Model of Nucleons

JIA Duojie[1, 2, 1)], WAN Ruibin[1, 2]

(*1. College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China;*
2. Key Laboratory of Atomic Molecular Physics & Functional Materials of Gansu Province,Lanzhou 730070, China)

Abstract: Manohar-Georgi proposed an effective constituent quark model(MG model) based on QCD, explaining the success of quark models. Recently, Weinberg has shown that the MG model is renormalizable in the large N_c limit of the color number. In this paper, we present a functional QCD analysis of the MG model and propose an effective chiral quark model of the nucleons, which includes the nonlinear interaction between quark-pions and pions among themselves by approximating the quark-gluon coupling with the phenomenological Skyrme interaction. The calculation for the nucleon static properties is in good agreement with experimental data.

Key words: QCD functional; constituent quark; MG model; chiral quark model

Received date: 10 Jan. 2013； **Revised date:** 19 Mar. 2013

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (10965005, 11265014); Project of Key Laboratory of Atomic and Molecular Physics and Functional Materials of Gansu Province

1) E-mail: jiadj@nwnu.edu.cn