

文章编号: 1007-4627(2013)03-0241-19

## 推广的液滴模型及其应用

张海飞<sup>1</sup>, 包小军<sup>1</sup>, 王佳眉<sup>1</sup>, 黄银<sup>1</sup>, 李君清<sup>1,2</sup>, 张鸿飞<sup>1</sup>

(1. 兰州大学核科学与技术学院, 甘肃 兰州 730000;  
2. 中国科学院近代物理研究所, 甘肃 兰州 730000)

**摘要:** 简单介绍了近年来在研究重核和超重核衰变性质及熔合反应方面取得的理论成果和面临的挑战, 着重阐述推广的液滴模型 (GLDM) 理论框架及其应用。基于原子核的质量数、质子数以及反应  $Q$  值, GLDM 考虑了质量和电荷的不对称性、形状演化、亲近势和温度等, 很好地描述了重核和超重核的质子放射性、 $\alpha$  衰变、重离子放射性、自发裂变的半衰期和重离子熔合反应截面, 同时也研究了原子核的粒子 (质子、 $\alpha$ 、重离子) 放射性与自发裂变的竞争。

**关键词:** 重核和超重核; 推广的液滴模型; 粒子放射性; 自发裂变; 熔合反应

**中图分类号:** 0571.6      **文献标志码:** A      **DOI:** 10.11804/NuclPhysRev.30.03.241

### 1 引言

自 20 世纪 60 年代理论预言了超重核岛<sup>[1-3]</sup>以来, 人们就试图通过合成和研究超重核来探究原子核电荷数和质量数的上限。因为对原子核电荷数和质量数的上限的研究不但对深入理解原子核内核子-核子相互作用及核结构和性质, 而且对理解宇宙的组成都有十分重要的意义。人们在不断探讨超重元素形成和衰变机制及各种因素对它的影响, 希望得到具有最大的超重元素产生截面和存活几率的最佳弹-靶组合及轰击能量, 以便为实验上达到超重元素稳定岛的宏伟目标提供可靠依据。目前实验上已经合成到  $Z = 118$  号元素, 合成最重的质量数的核素是  $^{294}117$  和  $^{294}118$ <sup>[4]</sup>, 而且实验证实了 Pb 后的下一个形变双幻核是  $Z = 108$ ,  $N = 162$ <sup>[5-6]</sup>, 现已基本被大家所接受。尽管在研究超重核方面取得了一些成就, 对原子核的认识也逐渐在加深, 但是仍然面临着严峻的挑战。早期理论预言  $Z = 114$ ,  $N = 184$  是超重核岛的中心, 但是, 到目前为止, 无论是相对论的、非相对论的, 宏观的、微观的, 还是混合模型, 理论学家都做了大量的研究和计算, 对超重核岛的中心预言仍不能得到一致的结

果。在核反应方面, 可以用于描述超重核生成的理论应提供反应类型、生成截面、弹靶最佳组合和入射能量等。实际的情况是核反应理论仍然面临很多问题, 例如以完全熔合过程来说。完全熔合过程的主要问题是复合核形成机制, 对此存在两个实质上的困难: 第 1 个困难来自于完全熔合过程的封闭特性 (Closed character), 熔合后的复合核不会提供任何信息去揭示其形成机制; 第 2 个困难是理论上如何描述两个多核子系统跃迁到一个新的核这样一个非常复杂的过程<sup>[7]</sup>。

在研究超重核结构及衰变性质方面, 微观理论建立在微观基础上, 但是目前还不完全预知原子核系统的所有性质。宏观模型虽然有其缺点, 但在研究原子核的大块性质有时描述得更好, 例如结合能、粒子发射和自发裂变等, 也能为了解原子核提供很多有用的信息。早期原子核被当作理想化的接近于不可压缩的带电液滴, 具有均匀的电荷体密度和近似常数的比结合能。Bohr 等<sup>[8]</sup>在此基础引入两个修正即静电能和表面能。自从观察到原子核的裂变现象后, 最初, Meitner 和 Frisch 认识到可以用原子核液滴模型来经典

收稿日期: 2012-10-16; 修改日期: 2013-03-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11105035, 10975064, 11175074, 11120101005); 兰州大学中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(lzujbky-2012-5); 中国科学院知识创新工程重点方向项目(KJ CX-SYW-N02)

作者简介: 张海飞(1986-), 男, 湖北蕲春人, 博士研究生, 从事核结构理论研究; E-mail: zhanghf10@lzu.edu.cn.

通信作者: 张鸿飞, E-mail: zhanghongfei@lzu.edu.cn

<http://www.npr.ac.cn>

地解释这个现象<sup>[9]</sup>。如果把原子核看作是带电液滴,那么重核的稳定性归因于库仑排斥相互作用和原子核的表面短程核力表现出来的表面张力的相互抗衡。对于重核,如果在球形情况下库仑排斥相互作用足够大不能被表面张力所抗衡,那么其就会发生形变,甚至发生大的形变,以至于断裂。接着, Bohr 和 Wheeler 等详细地研究了定体积均匀带电液滴从球形到长椭球形变的演变过程中的稳定性,得出的结论是,当原子核的库仑排斥相互作用是表面张力的 2 倍,原子核的任何形变都是不稳定的<sup>[10]</sup>。之后,早期的裂变研究基本是沿着 Bohr 和 Wheeler 的方法,即基于排斥的库仑能和吸引的表面能的平衡来控制原子核的形状演化的假设<sup>[11-12]</sup>,利用拉盖尔多项式来表示径向长度的演化,从而描述原子核的一体形态拉长过程。尽管这样做能够解释对原子核裂变的粗块性质的认识,但是,这种描述方式不能再现大形变(有深而窄的脖子)时原子核形态<sup>[13]</sup>,进而很难把一体形态的和两个分离碎片状态的这两部分势能面连接起来<sup>[14]</sup>,即无法连续描述裂变过程中原子核是如何从一体变为两体的。

后来,对于裂变的研究,人们探索着怎样用一系列的形状簇来统一完整地描述原子核一体形态和分离的两体形态的转变过程,而且所需的形状参数要尽可能地少。到目前为止,能用一个参数的形状簇从几何上描述从一体连续过渡到出现光滑脖子,最后分成接触的两体这个复杂形变过程,除了 Stavinskii 等<sup>[15]</sup>提出的卵形线,还有推广的液滴模型(GLDM)中的准分子机制<sup>[16]</sup>。

图 1 形象地给出了卵形线和准分子双纽线描述原子核的一体和两体形态之间的形状演化过程。其中,图 1(a) 是卵形线的,图 1(b) 是准分子双纽线的形状演化的过程。在断裂点处,卵形线对应的是伯努利双纽线,准分子双纽线对应的是两个相切的球。从图中可以看出,在一体和两体转变的断裂点处,卵形线描述的演化过程没有出现深而窄的脖子,而准分子双纽线在断点处是两个相切的球,断点之前给出深而窄的脖子。在中能重核裂变的实验中,发射出来的轻的核碎片是偏向通过深而窄的脖子的形变途径得到的<sup>[17]</sup>。当然这篇文献还表达一个观点,原子核真实的裂变途径可能是这两种形变途径的结合。众所周知,原子核真实的裂变路径应该是沿着多维势能面的谷底演化。理论上比较接近真实的是大约会在多维势能面的鞍点处

由卵形线途径向准分子双纽线途径的跃变,详细的内容见文献 [17]。动力学研究也指出,最有可能的裂变过程是通过深而窄的脖子形变途径完成的,至少对结团放射性和冷的不对称裂变是这样的<sup>[18]</sup>。另外,熔合反应不能当做是裂变反应的时间反演过程。原因是在熔合反应中反应时间太短而不容许两个碰撞核有初始形变,这两个核在接触点处必须是两个相切的球体,这已经被一系列基于两个球形原子核相互作用的静态熔合位垒计算<sup>[19-21]</sup>所支持。而在接触点处卵形线所描述的两个核并不是两个相切的球,这和准分子双纽线是很不同的。

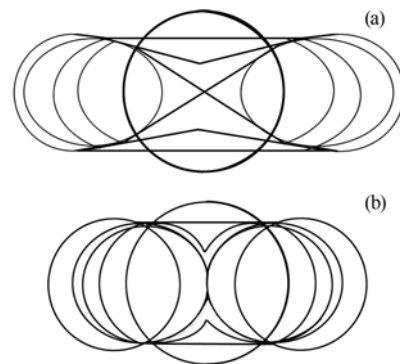


图 1 卵形线(a)和准分子双纽线(b)分别描述的原子核的形状演化过程

在研究形状演化的过程中发现纯粹的库仑位垒不能再现熔合反应截面,必须引入亲近势<sup>[22-23]</sup>。为了描述原子核在两体形态和一体形态的转化过程中平滑的过渡,应该恰当地考虑过渡形变情形下由于两半部分靠得比较近而形成的空隙或凹缝所带来的核力的短程效应。例如,铜系原子核裂变时在断点附近的亲近能会达到大约  $-40$  MeV, 库仑位垒达  $50$  MeV 左右,而真实的裂变位垒高度的实验值只有  $5 \sim 10$  MeV。因此,在模型中考虑亲近势是很重要的。

本文第 2 节介绍了 GLDM 理论框架,主要包括准分子形状、相应的能量表示、亲近势、微观修正、势垒的量子穿透计算和数值细节。第 3 节介绍了 GLDM 的简单应用,分为质子放射性、 $\alpha$  衰变、重离子放射性、自发裂以及重离子熔合反应等几个部分。第 4 节是总结和展望。

## 2 GLDM 的理论框架

原子核作为一个复杂的核多体系统,除基本的核力未完全清楚,还有多体计算方面的技术困难,使得

目前能够对原子核精确地求解是不现实的。另外, 如果考虑的问题是原子核的粗块性质, 可以从一个宏观液滴模型包括本文的 GLDM 出发, 把原子核近似为均匀带电液滴, 来考虑原子核的性质。GLDM 的优点是考虑了质量和电荷的不对称性、形状演化、亲近势以及温度等, 而且一些基本参数(如亲近势和壳修正的参数等)取定后就没有可调参数, 输入量少, 所描述的原子核的形状演化是由一个形状参数变量控制的(即所谓的准分子近似)。但是, 同时原子核形状的准分子近似, 会使得这个形状参数变量是非动力学量, 因此, 目前的 GLDM 是静态过程的理论。

GLDM 在处理具体问题时, 在结构上分为两个大的部分: 位能曲线的描述和半经典的势能位垒的量子穿透。本节中除了介绍理论模型的结构框架外, 还简单地陈述了一下其数值细节, 以便对这个理论的具体计算有一个大概的认识。

### 2.1 形状演化路径中的位能曲线

GLDM 的准分子近似, 假设了原子核是关于裂变轴(拉长方向)轴对称的, 使得形状演化路径中的位能曲线的横轴变量仅是预想的两个碎片间的质心距离的函数曲线。

#### 2.1.1 准分子机制和形状参数化

GLDM 的最特别之处在于能用两个参数(下面将会给出这两个参数是关联的)定义的形状序列来完整统一地描述原子核从一个初始球形的核连续演变成两个相切的球形碎片的形状演化过程, 这样的形状系列就是准分子双纽线系列, 是通过转置轴对称椭圆得到的<sup>[16]</sup>。这样的形状演化被称为准分子形状(quasi-molecular)机制。准分子形状参数方程为

$$R^2(\theta) = \begin{cases} a^2 \sin^2(\theta) + c_1^2 \cos^2(\theta), & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \\ a^2 \sin^2(\theta) + c_2^2 \cos^2(\theta), & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $c_1$  和  $c_2$  是原子核演化过程中准分子形态的两部分的径向  $Z$  拉长长度;  $a$  是脖子半径, 如图 2 所示。在体积守恒的假设下, 只需这两个参数  $s_1 = \frac{a}{c_1}$ ,  $s_2 = \frac{a}{c_2}$  就可以把原子核的形状完全确定下来。

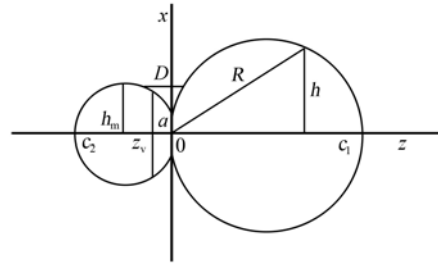


图 2 通过一个半径为  $a$  的脖子连接起来的准分子双纽线

对于一个确定的衰变道, 最终的两个分离的球形碎片半径之比  $\beta = \frac{R_2}{R_1}$ , 这样就可以通过以下的简单方程(考虑其渐进性, 即在接触点处  $a = 0$ ,  $c_1 = R_1$ ,  $c_2 = R_2$ ):

$$\frac{c_2^2 - a^2}{c_1^2 - a^2} = \beta^2 \quad (2)$$

可以得到:

$$s_2^2 = \frac{s_1^2}{s_1^2 + (1 - s_1^2)\beta^2}, \quad 0 \leq s_1, s_2, \beta \leq 1. \quad (3)$$

在 GLDM 理论框架下, 假设密度是常数, 而且原子核液滴在演化过程中体积是守恒的, 那么在原子核形状演化过程中的体系的总能量定义为

$$E(r) = E_V + E_S + E_C + E_N + E_{rot} + E_{mic}, \quad (4)$$

是预想的两个碎片间的质心距离  $r$  的函数(亦或是形状参数  $s_1$  和  $s_2$  的函数, 因为  $r$  是  $s_1$  和  $s_2$  的单值函数)。不至于混淆, 特别指出这里的总能量是系统势能面, 或结合能的概念。式中,  $E_V$  体积能, 表面能  $E_S$ , 库仑能  $E_C$ , 亲近能  $E_N$ , 转动能  $E_{rot}$ , 微观修正能  $E_{mic}$ 。其中转动能为

$$E_{rot} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I}. \quad (5)$$

上式中各部分能量虽然是预想的两个碎片间的质心距离  $r$  的函数, 但是它们的具体形式还与原子核是一体的形态或两体的形态有关。下面分别介绍这两种形态下系统总能量的函数形式。

#### 2.1.2 一体形态系统的形状依赖能量函数

对于一体形态的系统,  $E_V$ ,  $E_S$ ,  $E_C$ ,  $E_N$ ,  $E_{rot}$  和  $E_{mic}$  都是形状依赖的函数。其中,  $E_{mic}$  将在下面以一个小节的形式具体说明。

$$E_V = -a_v(1 - k_v I^2)A, \quad (6)$$

$$E_S = a_s(1 - k_s I^2)A^{2/3} \frac{S}{4\pi R_0^2}, \quad (7)$$

$$E_C = 0.6e^2 \frac{Z^2}{R_0} \times 0.5 \int \frac{V(\theta)}{V_0} \left( \frac{R(\theta)}{R_0} \right)^3 \sin \theta d\theta, \quad (8)$$

式中： $A$ 、 $Z$ 和 $I = (N - Z)/A$ 是复合核的质量数，电荷数和相对中子过剩，其中 $I$ 则包含了原子核质量和电荷的不对称性信息。 $S$ 是原子核的表面积， $V(\theta)$ 是核表面的静电势， $V_0$ 是球形核的表面势。在考虑温度效应的情况下，体积系数 $a_v$ 、表面系数 $a_s$ 和有效半径 $R_0$ 分别定义为

$$a_v = 15.494(1 + 0.00337T^2) \text{ MeV}, \quad (9)$$

$$a_s = 17.9439 \left( 1 + \frac{1.5T}{17} \right) \left( 1 - \frac{T}{17} \right)^{3/2} \text{ MeV}, \quad (10)$$

$$R_0 = (1.28A^{1/3} - 0.76 + 0.8A^{-1/3}) \times (1 + 0.0007T^2) \text{ fm}. \quad (11)$$

体积不对称系数 $k_v$ 和表面不对称系数 $k_s$ 分别为

$$k_v = 1.8, \quad (12)$$

$$k_s = 2.6. \quad (13)$$

在原子核形状演化的过程中体积守恒，因此通过附录 5.1 节中式 (41) 可以把径向拉长长度  $c_1$ 、 $c_2$  约束为  $s_1$  或  $s_2$  的单值函数，使得完整描述整个形状演化过程只需一个自由参数  $s_1$  或  $s_2$  (因为式(3))。其他的一些形状依赖的能量函数如转动惯量  $I$ 、四极矩  $Q$ ，两个预想碎片间的质心距离  $r$ ，参见附录 5.1 节。

### 2.1.3 两体形态的系统及其椭球形变修正

断裂之后，两个分离的碎片(或者两个碰撞的核，都称之为两体形态的系统)情形，体积能、表面能、库仑能表示为

$$E_V = -a_v[(1 - k_v I_1^2)A_1 + (1 - k_v I_2^2)A_2], \quad (14)$$

$$E_S = a_s[(1 - k_s I_1^2)A_1^{2/3} + (1 - k_s I_2^2)A_2^{2/3}], \quad (15)$$

$$E_C = \frac{0.6e^2 Z_1^2}{R_1} + \frac{0.6e^2 Z_2^2}{R_2} + \frac{e^2 Z_1 Z_2}{r}, \quad (16)$$

其中： $A_i$ 、 $Z_i$ 、 $R_i$ 和 $I_i$ 分别是两碎片的质量、电荷、半径和相对中子过剩； $r$ 是两碎片的质心距离。

这里值得提到的是，当  $\frac{Z_1}{A_1}$  和  $\frac{Z_2}{A_2}$  很不同的时候，在一体和两体相互转变的接触点处位能曲线会出现

几 MeV 的不连续性，这是由于原子核在演化过程中核内核子的逐渐重新排布。

在重离子垒下熔合和重核的不对称裂变的情况下，有时还得考虑两体形态系统的椭球修正。对于垒下熔合，一维势垒穿透方法计算的结果能很好地再现轻、中重离子的实验值，却总是低估了重离子的实验值达几个数量级，大量研究表明解释这个须考虑形变自由度的激发，或动力学形变，因此在 GLDM 中考虑入射道中两体的椭球修正，见附录 5.2 节。对于重核的不对称裂变，在某些裂变出射道，引入的椭球形变会导致裂变位垒出现第 3 个峰<sup>[24-26]</sup>。

#### 2.1.4 亲近势

以上的表面能项  $E_S$  仅仅是考虑了表面张力效应，而没有包含脖子或两初始碎片靠得较近时所造成间隙或凹缝处两边的半空间表面的核子间的相互吸引核力，即如图 3 所示的脖子处连线的部分。研究形变时，库仑力和亲和力之间的平衡控制着位垒的高度和位置。在图 4 中，可以看出亲近势对  $^{238}\text{Pu}$  的  $\alpha$  衰变位垒的影响，只有库仑位垒时会在接触点处是一个窄而尖锐的峰，加上亲近能项，亲和力会降低位垒的高度约 4.9 MeV 并向外移动位垒的位置。对于重粒子放射性，亲近势对库仑位垒修正会更明显，例如  $^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{32}\text{Si} + ^{206}\text{Hg}$  反应系统的亲近势会将库仑位垒降低 24.4 MeV。

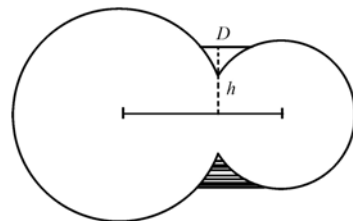


图 3  $D$ 和 $h$ 两参数所定义的亲近力起作用区域

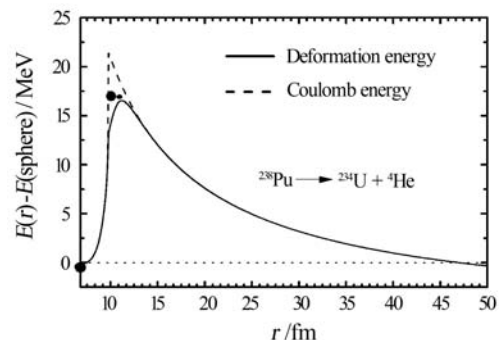


图 4  $^{238}\text{Pu}$  放射出  $\alpha$  粒子的势垒

实线代表考虑亲近势，划线是没有考虑亲近势。

因此, 必须引入原子核亲近能项  $E_N$  来考虑当在形变演化路径过程中出现间隙时的额外表面效应修正<sup>[22-23]</sup>:

$$E_N = 2\gamma \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} \phi \left[ \frac{D(r)}{b} \right] 2\pi r dh, \quad (17)$$

其中:  $h$  是垂直于裂变轴的圆面半径, 即  $h = R(\theta) \sin \theta$ ;  $D$  是间隙处两个相对半空间的两个无限小表面距离 (见附录 5.3 节);  $b$  是表面宽度取确定的值 0.99 fm; 表面参数  $\gamma$  是两碎片表面参数的几何平均;  $\phi$  是亲近势函数<sup>[23]</sup>:

$$\gamma = 0.9517 \sqrt{(1 - k_s I_1^2)(1 - k_s I_2^2)} \text{ MeV/fm}^2, \quad (18)$$

$$h_{\min} = a, \quad (19)$$

$$h_{\max} = \min \left( \frac{c_1}{2\sqrt{1 - s_1^2}}, \frac{c_2}{2\sqrt{1 - s_2^2}} \right). \quad (20)$$

### 2.1.5 微观修正

GLDM 如其他宏观模型一样对原子核的大块 (粗块) 性质总体上描述得很好, 但是与实验值比较, 在原子核的中子或质子数为幻数 (如 20, 28, 50, 82 和 126) 时有较大的偏差, 必须考虑核的微观结构效应。纯粹宏观模型的局限性在于不能描述微观结构, 而在重核系统中微观修正对裂变位垒等性质有很重要的影响, 如图 5 所示, 其中, 点线表示两体形态是两个球形的情况, 而划线代表两体形态是椭球形变的情况, 实线表示同时考虑椭球形变和微观修正的情况。 $^{230}\text{Th} \rightarrow ^{132}\text{Sn} + ^{98}\text{Zr}$  裂变系统, 在考虑微观修正和没考虑时的情况下该系统的裂变位垒形状有很大的不同, 而且出现第 2 和第 3 个峰, 因此描述原子核裂变时, 需考虑微观修正。就目前来说, 主要的微观修正包括壳修正、对能和 Wigner 修正。

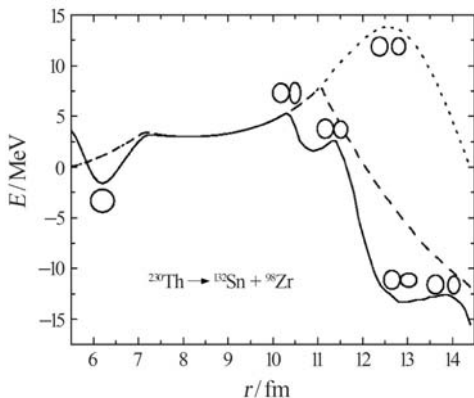


图 5  $^{230}\text{Th}$  裂变为双幻核  $^{132}\text{Sn}$  的裂变位垒图

<http://www.npr.ac.cn>

在 GLDM 下, 对于母核和子核的壳修正计算, 采用两种不同的类型: 经验壳修正和 Strutinsky 壳修正, 详细的表达式见附录 5.4 节。在形状演化过程中原子核壳修正也随着演化, 一体情形的壳修正, 可以定义为<sup>[27-29]</sup>:

$$E_{\text{shell}} = E_{\text{shell}}^{\text{sphere}} (1 - 2.6\alpha^2) \exp(-\alpha^2), \quad (21)$$

其中:  $E_{\text{shell}}^{\text{sphere}}$  是母核 (复合核) 的壳修正,  $\alpha^2 = \frac{(\overline{\delta R})^2}{a^2}$  表征准分子形状演化过程中的原子核偏离球形的平均程度,  $a = 0.32r_0$ ,  $r_0 = 1.2$ , 其中

$$\overline{(\delta R)^2} = \frac{\int d\Omega (R - R_0)^2}{\int d\Omega}. \quad (22)$$

即在形状演化的过程中原子核的任意形状对应的壳修正是母核壳修正乘上一个形状相关的衰减因子。经过这样的处理之后, 一体情形下壳修正仅仅在母核的附近形态起作用, 在还没有到达鞍点处之前基本已经衰减为 0。另外, 在两体情形下, 两个碎片的壳修正, 在考虑椭球形变修正时也得乘上这个形状相关的因子。

在 GLDM 模型中对能的形式是经验的, 采用 Thomas-Fermi 模型中的对能形式<sup>[30]</sup>。在形状演化过程中, 对能取值也是形状相关的, 见附录 5.4 节。

### 2.2 势垒的半经典量子穿透计算: WKB 近似, 分区间微元方势垒数值计算

基于上一节中已经确定好的位能曲线, 而且是一维的位能曲线  $E(r)$ , 可以简单计算位垒的穿透几率, 运用半经典的 WKB 近似:

$$P = \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_{R_{\text{in}}}^{R_{\text{out}}} \sqrt{2B(r)[E(r) - E(\text{parent})]} dr \right], \quad (23)$$

式中:  $E(R_{\text{in}}) = E(R_{\text{out}}) = Q$ , 此处  $Q$  是系统的反应能;  $E(\text{parent})$  是母核基态能量。在具体计算中, 因为在出射点  $R_{\text{out}}$  处位垒纯粹只是库仑力的贡献, 所以  $R_{\text{out}} = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{Q}$ 。质量惯量  $B(r)$  采用两种经验形式, 其一为<sup>[31]</sup>

$$B(r) = \mu \left\{ 1 + f(r) \frac{272}{15} \exp \left[ -\frac{128}{51} \frac{r - R_{\text{in}}}{R_0} \right] \right\}, \quad (24)$$

其中,

$$f(r) = \begin{cases} \left( \frac{R_{\text{cont}} - r}{R_{\text{cont}} - R_{\text{in}}} \right)^2, & r \leq R_{\text{cont}}; \\ 0, & r \geq R_{\text{cont}}; \end{cases} \quad (25)$$

其二为<sup>[32]</sup>

$$B(r) = \mu \{ 1 + 1.3f(r) \}, \quad (26)$$

其中,

$$f(r) = \begin{cases} \sqrt{\frac{R_{\text{cont}} - r}{R_{\text{cont}} - R_{\text{in}}}}, & r \leq R_{\text{cont}} \\ 0, & r \geq R_{\text{cont}}. \end{cases}$$

以上的  $R_{\text{cont}}$  都是指接触点处两碎片的质心距离,  $R_{\text{cont}} = R_1 + R_2$ 。

在文献[33]中, 作者提出沿质心距离  $r$  把位能曲线(以无穷远为零势能点)分成很多个很小的区间, 每个区间当作一个个小的方势垒, 如图6以  $^{238}\text{Pu}$  的  $\alpha$  衰变位垒为例,  $^{238}\text{Pu} \rightarrow ^{234}\text{U} + \alpha$  的势垒(相对于两个分离碎片在无限远处的能量)被分成一系列小的方势垒。对于每个小方势垒都进行薛定谔方程求解, 考虑每个相邻小区间之间的波函数连接条件以及入射和出射的边条件, 运用简单的量子穿透理论, 可以数值计算位垒穿透几率  $P$ 。

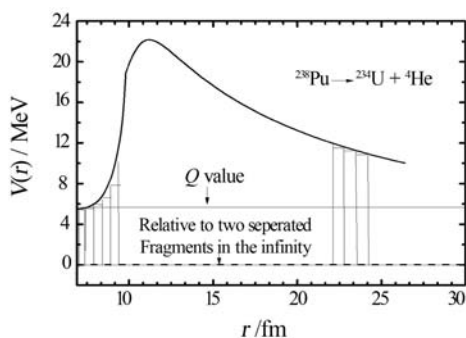


图6 分区间微元方势垒数值计算示意图

### 2.3 在GLDM理论框架下计算衰变常数

GLDM能统一描述原子核从质子放射性、结团发射和到裂变的整个大跨度衰变模式以及轻重离子熔合。作为一个较统一的理论, 所有的衰变模式的衰变常数、半衰期定义为

$$\lambda = P_0 v_0 P, \quad (27)$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \quad (28)$$

式中:  $P$  是上一节提到的位垒穿透几率,  $P_0$  是预形成几率; 其意义在不同的衰变模式中还有所差别;  $v_0$  是碰撞频率, 也就是预形成的粒子在母核内具有的零点振动频率, 可由以下方法描述: (1) 作谐振子近似, 可以取为常数  $v_0 = 2.5 \times 10^{20} \text{ s}^{-1}$ <sup>[27]</sup>; (2) 用经典的方法, 假设预形成的粒子在原子核内往返的运动, 运动速度为  $v = \sqrt{\frac{2E}{\mu}}$ , 其中  $\mu$  为约化质量,  $E$  为预形成的粒子的动能, 那么零点振动频率  $v_0 = \left( \frac{1}{2R} \sqrt{\frac{2E}{\mu}} \right)$ ; (3) 量子力学方法<sup>[34-35]</sup>, 假设预形成粒子在母核内感受到一个谐振子势  $V(r) = -V_0 + \frac{1}{2} \mu \omega^2 r^2$ , 在振动到接近于母核表面处时有一定的几率发射出来,  $\mu$  为约化质量,  $\omega$  为经典振动频率, 由维里定理可得

$$\mu \omega^2 \bar{r}^2 = (2n_r + l + \frac{3}{2}) \hbar \omega, \quad (29)$$

其中:  $n_r$  和  $l$  分别是径向量子数和轨道角动量量子数;  $\sqrt{\bar{r}^2} = \langle \psi | r^2 | \psi \rangle$  是最外层质子分布的方均根半径, 这里假定它等于母核的方均根半径  $R_n$  即,  $R_n^2 = \frac{3}{5} R^2$ , 则有:

$$v_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{(2n_r + l + \frac{3}{2}) \hbar}{2\pi \mu R_n^2} = \frac{(G + \frac{3}{2}) \hbar}{1.2\pi \mu R^2}, \quad (30)$$

$G = 2n_r + l$  是主量子数, 通过 Wildermuth 规则<sup>[36]</sup>确定<sup>[34-35]</sup>。

## 3 应用

GLDM 能很好地统一描述和预言包括质子放射性、 $\alpha$  衰变、重离子放射性和自发裂变 4 种衰变模式的半衰期以及重离子熔合反应的截面。下面将介绍 GLDM 在这些方面的应用。

### 3.1 质子放射性

1970 年, 人们首次在  $^{53}\text{Co}$  同核异能态上观测到质子放射性<sup>[37]</sup>。随着实验条件的改进, 非常丰质子的或接近质子滴线的奇特原子核 ( $Z = 51 \sim 83$ ) 有望会被观测到质子放射性<sup>[38]</sup>。质子放射性能够提供有关原子核结构的重要信息, 如壳结构和束缚态与非束缚态的耦合等<sup>[39]</sup>。质子放射性可以看作是一个简单的势垒穿透的量子力学过程, 可以在 GLDM 理论框架下来进行研究<sup>[35, 40]</sup>。

质子放射性和其他几种衰变模式很不相同, 伴随着质子的放出会带走原本它在母核中所处的轨道角

动量。因此, 在计算质子放射性时, 除输入母核的质量数、质子数以及反应  $Q$  值外, 需要输入质子所带走的轨道角动量。另外, 对于质子放射性, 系统的总能量  $E$  中必须考虑来自轨道角动量的离心势的贡献:

$$E_l(r) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \quad (31)$$

对质子放射性, 式(27)中的  $P_0$  称为谱因子  $S$  (spectroscopic factor), 是原子核结构的一个重要物理量, 其定义为 [41-42]

$$S = \mu_j^2, \quad (32)$$

$\mu_j^2$  是放射质子态在子核的对应轨道上的空缺几率。由于质子发射后的子核基本都处在基态, 这样, 就相对容易地用相对论平均场理论结合 BCS 方法来确定  $\mu_j^2$ 。在相对论平均场结合 BCS 方法的框架下, 采用如下的对力强度, 分别对应中子和质子的对力强度 [43]:

$$G_n = \frac{21}{A} \left( 1 - \frac{I}{2} \right), \quad (33)$$

$$G_p = \frac{27}{A} \left( 1 + \frac{I}{2} \right), \quad (34)$$

$$I = \frac{N-Z}{A} \quad (35)$$

由相对论平均场结合 BCS 计算的谱因子  $S$  和质子带走的轨道角动量  $l$ , 作为 GLDM 输入量可以计算质子放射性的半衰期。我们在文献 [35, 40] 中大量计算了  $Z = 51 \sim 83$  原子核的质子放射性, 并把文献 [40] 的结果列在表 1 和表 2 中。表 1 中的  $^{155}\text{Ta}$  和  $^{159}\text{Re}$  的实验值分别来自文献 [44] 和 [45], 并且它们的  $Q$  值是通过测量发射质子的能量算得的, 其他的实验值来自文献 [38]。计算的结果与实验符合得很好, 而且结果的偏差比第 8 列 DDM3Y(a) [46]、第 9 列 DDM3Y(b) [47]、第 10 列 JLM [47] 的要小。虽然 DDM3Y 和 JLM 包含了原子核的微观信息, 但是 GLDM 通过考虑谱因子得到比这两个有微观基础的理论预言好的多的结果, 说明对于质子放射性考虑谱因子是很重要且有必要的。进一步分析可以看出, 子核 (比如  $^{105}\text{Sb}$  放出一个质子后) 是一个质子满壳核时对应谱因子  $S \approx 1$ , 随着子核的质子数向下一个满壳靠近, 谱因子  $S$  逐渐减小, 在接近下一个满壳时谱因子  $S$  已经变得很小了, 说明壳效应和质子的谱因子有着重要的关联。表 2 中也有类似的结果。

表 1 球形核质子放射性半衰期的实验值和理论值的比较\*

Parent	$l$	$Q^{\text{Exp.}}/\text{MeV}$	Penetrability	$S_p$	$\log_{10} T_p^{\text{Exp.}}/s$	$\log_{10} T_p/s$ GLDM	$\log_{10} T_p/s$ DDM3Y(a)	$\log_{10} T_p/s$ DDM3Y(b)	$\log_{10} T_p/s$ JLM	$RD(\%)$ GLDM
$^{105}\text{Sb}$	2	0.491	$1.280 \times 10^{-23}$	0.999	2.049	1.831	1.97	2.27	1.69	39
$^{145}\text{Tm}$	5	1.753	$6.759 \times 10^{-16}$	0.580	-5.409	-5.656	-5.14	-5.20	-5.10	43
$^{147}\text{Tm}$	5	1.071	$3.931 \times 10^{-22}$	0.581	0.591	0.572	0.98	0.98	1.07	4
$^{147}\text{Tm}^*$	2	1.139	$2.504 \times 10^{-18}$	0.953	-3.444	-3.440	-3.39	-3.26	-3.27	1
$^{150}\text{Lu}$	5	1.283	$3.554 \times 10^{-20}$	0.497	-1.180	-1.309	-0.58	-0.59	-0.49	26
$^{150}\text{Lu}^*$	2	1.317	$5.734 \times 10^{-17}$	0.859	-4.523	-4.755	-4.38	-4.24	-4.24	41
$^{151}\text{Lu}$	5	1.255	$1.839 \times 10^{-20}$	0.490	-0.896	-1.017	-0.67	-0.65	-0.55	24
$^{151}\text{Lu}^*$	2	1.332	$8.262 \times 10^{-17}$	0.858	-4.796	-4.913	-4.88	-4.72	-4.73	24
$^{155}\text{Ta}$	5	1.453	$5.280 \times 10^{-19}$	0.422	-2.538	-2.410	-4.65	-4.67	-4.57	34
$^{156}\text{Ta}$	2	1.028	$4.994 \times 10^{-21}$	0.761	-0.620	-0.642	-0.38	-0.22	-0.23	5
$^{156}\text{Ta}^*$	5	1.130	$1.793 \times 10^{-22}$	0.493	0.949	0.991	1.66	1.66	1.76	10
$^{157}\text{Ta}$	0	0.947	$1.608 \times 10^{-21}$	0.797	-0.523	-0.170	-0.43	-0.21	-0.23	125
$^{159}\text{Re}$	5	1.816	$1.216 \times 10^{-16}$	0.308	-4.678	-4.636	-	-	-	10
$^{160}\text{Re}$	2	1.284	$2.204 \times 10^{-18}$	0.507	-3.046	-3.111	-3.00	-2.86	-2.87	14
$^{161}\text{Re}$	0	1.214	$2.024 \times 10^{-18}$	0.892	-3.432	-3.319	-3.46	-3.28	-3.29	30
$^{161}\text{Re}^*$	5	1.338	$1.419 \times 10^{-20}$	0.290	-0.488	-0.677	-0.60	-0.57	-0.49	35
$^{164}\text{Ir}$	5	1.844	$7.542 \times 10^{-17}$	0.188	-3.959	-4.214	-3.92	-3.95	-3.86	44
$^{165}\text{Ir}^*$	5	1.733	$1.335 \times 10^{-17}$	0.187	-3.469	-3.460	-3.51	-3.52	-3.44	2
$^{166}\text{Ir}$	2	1.168	$2.624 \times 10^{-20}$	0.415	-0.824	-1.099	-1.11	-0.96	-0.96	47
$^{166}\text{Ir}^*$	5	1.340	$4.887 \times 10^{-21}$	0.188	-0.076	-0.025	0.21	0.22	0.30	12
$^{167}\text{Ir}$	0	1.086	$1.126 \times 10^{-20}$	0.912	-0.959	-1.074	-1.27	-1.05	-1.07	23
$^{167}\text{Ir}^*$	5	1.261	$6.559 \times 10^{-22}$	0.183	0.875	0.858	0.69	0.74	0.81	4

续表 1

Parent	$l$	$Q^{\text{Exp.}}/\text{MeV}$	Penetrability	$S_p$	$\log_{10} T_p^{\text{Exp.}}/s$	$\log_{10} T_p/s$	$\log_{10} T_p/s$	$\log_{10} T_p/s$	$\log_{10} T_p/s$	$RD(\%)$
						GLDM	DDM3Y(a)	DDM3Y(b)	JLM	
$^{171}\text{Au}$	0	1.469	$7.608 \times 10^{-17}$	0.848	-4.770	-4.872	-5.02	-4.84	-4.86	21
$^{171}\text{Au}^*$	5	1.718	$4.101 \times 10^{-18}$	0.087	-2.654	-2.613	-3.03	-3.03	-2.96	10
$^{177}\text{Tl}$	0	1.180	$1.324 \times 10^{-20}$	0.733	-1.174	-1.049	-1.36	-1.17	-1.20	33
$^{177}\text{Tl}^*$	5	1.986	$1.166 \times 10^{-16}$	0.022	-3.347	-3.471	-4.49	-4.52	-4.46	25
$^{185}\text{Bi}$	0	1.624	$1.942 \times 10^{-16}$	0.011	-4.229	-3.392	-5.44	-5.33	-5.36	587

\* 表示母核的同核异能态。

表 2 球形质子放射性实验谱因子和理论计算的谱因子的比较

Parent	$l$	$Q^{\text{Exp.}}/\text{MeV}$	$\log_{10} T_p^{\text{Exp.}}/s$	$\log_{10} T_p^{\text{Cal.}}/s$	$v_0(\times 10^{20})$	$P^{\text{WKB}}$	$S_p^{\text{RMF}}$	$S_p^{\text{Exp.}}$	$RD(\%)$
$^{105}\text{Sb}$	2	0.491	2.049	1.740	9.853	$1.280 \times 10^{-23}$	0.999	0.491	51
$^{155}\text{Ta}$	5	1.791	-2.538	-2.452	8.816	$5.280 \times 10^{-19}$	0.422	0.514	22
$^{156}\text{Ta}$	2	1.028	-0.620	-0.682	8.776	$4.994 \times 10^{-21}$	0.761	0.660	13
$^{156}\text{Ta}^*$	5	1.130	0.949	0.951	8.776	$1.793 \times 10^{-22}$	0.493	0.495	4.6
$^{157}\text{Ta}$	0	0.947	-0.523	-0.208	8.736	$1.608 \times 10^{-21}$	0.797	1.644	107
$^{159}\text{Re}$	5	1.816	-4.678	-4.670	8.657	$1.216 \times 10^{-16}$	0.308	0.314	1.9
$^{160}\text{Re}$	2	1.284	-3.046	-3.143	8.619	$2.204 \times 10^{-18}$	0.507	0.406	20
$^{161}\text{Re}$	0	1.214	-3.432	-3.349	8.581	$2.024 \times 10^{-18}$	0.892	1.079	21
$^{161}\text{Re}^*$	5	1.338	-0.488	-0.707	8.581	$1.419 \times 10^{-20}$	0.290	0.175	40
$^{164}\text{Ir}$	5	1.844	-3.959	-4.239	8.468	$7.542 \times 10^{-17}$	0.188	0.099	48
$^{165}\text{Ir}^*$	5	1.733	-3.469	-3.482	8.432	$1.335 \times 10^{-17}$	0.187	0.181	2.9
$^{166}\text{Ir}$	2	1.168	-0.824	-1.120	8.395	$2.624 \times 10^{-20}$	0.415	0.210	49
$^{166}\text{Ir}^*$	5	1.340	-0.076	-0.046	8.395	$4.887 \times 10^{-21}$	0.188	0.201	7.2
$^{167}\text{Ir}$	0	1.086	-0.959	-1.093	8.359	$1.126 \times 10^{-20}$	0.912	0.670	27
$^{167}\text{Ir}^*$	5	1.261	0.875	0.839	8.359	$6.559 \times 10^{-22}$	0.183	0.168	8.0
$^{171}\text{Au}$	0	1.469	-4.770	-4.884	8.219	$7.608 \times 10^{-17}$	0.848	0.652	23
$^{171}\text{Au}^*$	5	1.718	-2.654	-2.626	8.219	$4.101 \times 10^{-18}$	0.087	0.093	6.7
$^{177}\text{Tl}$	0	1.180	-1.174	-1.050	8.020	$1.324 \times 10^{-20}$	0.733	0.975	33
$^{177}\text{Tl}^*$	5	1.986	-3.347	-3.472	8.020	$1.166 \times 10^{-16}$	0.022	0.016	25
$^{185}\text{Bi}$	0	1.624	-4.229	-3.379	7.771	$1.942 \times 10^{-16}$	0.011	0.078	608

\* 表示母核的同质异能态，它们的  $Q$  值是通过测得的放射出来的质子能量计算得到的；表中第 6 列由文献 [35] 中的式 (6) 计算得到。

### 3.2 $\alpha$ 衰变

$\alpha$ 衰变是重核和超重核的主要衰变模式。目前实验上观测到的超重核都是通过探测  $\alpha$ 衰变来确定的<sup>[4]</sup>。通过测量  $\alpha$ 衰变能够得到关于原子核的很多可靠的结构信息，如原子核的自旋宇称、壳效应等<sup>[48-55]</sup>，因此，理论研究超重核的  $\alpha$ 衰变的性质具有很重要的实验指导意义。

在 GLDM 理论框架下，在超重核区，例如最近新合成的  $Z = 112, 114, 116$  和  $118$  等的同位素，对它们的  $\alpha$ 衰变的半衰期预言结果可以和其他模型如密度依赖的 M3Y(DDM3Y) 有效相互作用、及公式如 Viola-Seaborg-Sobiczewski(VSS) 方程等的结果相比较，并且

能很好地符合实验值<sup>[51, 56]</sup>。我们在文献 [51-56] 中都指出 GLDM 的计算结果和密度依赖的 M3Y(DDM3Y) 有效相互作用的结果接近，且都较接近于实验值，而 VSS 方程预言了这些超重核的  $\alpha$ 半衰期系统地比实验值偏大。其中文献 [51] 中也大量地计算了奇  $Z$  和奇  $A$  核的  $\alpha$ 半衰期，也得出和实验符合得很好的结果，见表 3。表中的实验值来自文献 [57-58]，M3Y(DDM3Y) 的结果见文献 [59]。说明 GLDM 在理论上预言原子核  $\alpha$ 衰变的大块性质是可靠的。值得指出的是，该模型不仅能计算母核基态到子核基态的  $\alpha$ 衰变的半衰期，而且能计算母核基态到子核激发态的  $\alpha$ 衰变的半衰期和分支比<sup>[53-55]</sup>。



表 3 实验的  $\alpha$  衰变半衰期和 GLDM, DDM3Y 有效相互作用以及 VSS 方程计算得到的半衰期的比较

Parent Nuclei	$Q^{Exp.}/\text{MeV}$	$Q^{Audi}/\text{MeV}$	$T_{1/2}^{Exp.}$	DDM3Y $T_{1/2}(Q^{Exp.})$	GLDM $T_{1/2}(Q^{Exp.})$	GLDM $T_{1/2}(Q^{Audi})$	VSS $T_{1/2}(Q^{Exp.})$	VSS $T_{1/2}(Q^{Audi})$
$^{288}_{115}$	10.61 (6)		$87^{+105}_{-30}$ ms	409 ms	$94.7^{+41.9}_{-28.9}$ ms		$997^{+442}_{-303}$ ms	
$^{284}_{113}$	10.15 (6)	10.25	$0.48^{+0.58}_{-0.17}$ s	$1.55^{+0.72}_{-0.48}$ s	$0.43^{+0.21}_{-0.13}$ s	0.23 s	$4.13^{+1.94}_{-1.31}$ s	2.19 s
$^{280}_{111}$	9.87 (6)	9.98	$3.6^{+4.3}_{-1.3}$ s	$1.9^{+0.9}_{-0.6}$ s	$0.69^{+0.33}_{-0.23}$ s	0.34 s	$5.70^{+2.74}_{-1.84}$ s	2.79 s
$^{276}_{109}$	9.85 (6)	9.80	$0.72^{+0.87}_{-0.25}$ s	$0.45^{+0.23}_{-0.14}$ s	$0.19^{+0.08}_{-0.06}$ s	0.26 s	$1.44^{+0.68}_{-0.46}$ s	1.99 s
$^{272}_{107}$	9.15 (6)	9.30	$9.8^{+11.7}_{-3.5}$ s	$10.1^{+5.4}_{-3.4}$ s	$5.12^{+3.19}_{-1.58}$ s	1.89 s	$33.8^{+17.9}_{-11.6}$ s	11.91 s
$^{287}_{115}$	10.74 (9)		$32^{+155}_{-14}$ ms	49 ms	$46.0^{+33.1}_{-19.1}$ ms		$207^{+149}_{-85}$ ms	
$^{283}_{113}$	10.26 (9)	10.60	$100^{+490}_{-45}$ ms	$201.6^{+164.9}_{-84.7}$ ms	$222^{+172}_{-96}$ ms	27.1 ms	$937^{+719}_{-402}$ s	116.7 ms
$^{279}_{111}$	10.52(16)	10.45	$170^{+810}_{-80}$ ms	$9.6^{+14.8}_{-5.7}$ ms	$12.4^{+19.9}_{-7.6}$ ms	18.8 ms	$45.3^{+73.1}_{-27.6}$ ms	68.8 ms
$^{275}_{109}$	10.48 (9)	10.12	$9.7^{+46}_{-4.4}$ ms	$2.75^{+1.85}_{-1.09}$ ms	$4.0^{+2.8}_{-1.6}$ ms	35.2 ms	$13.7^{+9.6}_{-5.6}$ ms	119.5 ms

基于 GLDM 理论, 人们对大量重的和超重原子核的  $\alpha$  衰变做了许多的计算和分析<sup>[34, 51-56, 60-62]</sup>。  $\alpha$  衰变的  $Q$  值及半衰期可以反映壳结构信息<sup>[62]</sup>, 从而间接预测超重核稳定岛。通过对  $\alpha$  衰变的计算结果分析可以抽取原子核的微观特性, 比如预形成因子、中子质子闭壳<sup>[34, 52]</sup>。根据实验  $\alpha$  衰变半衰期  $T_{Exp.}$ , 即可得实验  $\alpha$  衰变常数  $\lambda_{Exp.}$ , 在 GLDM 框架下理论计算出碰撞频率  $\nu_0$  和位垒穿透几率  $P$  后, 可以提取原子核的预形成因子  $P_0$ , 其思路如下式:

$$\lambda_{Exp.} = \frac{\ln 2}{T_{Exp.}}, \quad (36)$$

$$P_0 = \frac{\lambda_{Exp.}}{\nu_0 P}. \quad (37)$$

图 7 给出了所提取的 U, Th, Ra, Rn, Po 和 Pb 同位素链原子核的  $\alpha$  粒子的预形成因子  $P_0$ 。从图中可以看出, 这些同位素链都存在一个规律, 即中子数越来越接近于满壳  $N = 126$  时, 在母核中预形成  $\alpha$  结团的几率愈来愈小。这被理解为满壳结构对原子核中  $\alpha$  粒子的预形成的抑制作用。

进一步探究原子核  $\alpha$  衰变发射出来的  $\alpha$  粒子是在原子核中早已形成, 还是类似于裂变, 即在形状演化到断裂时  $\alpha$  粒子在原子核的表面形成的问题。以偶偶

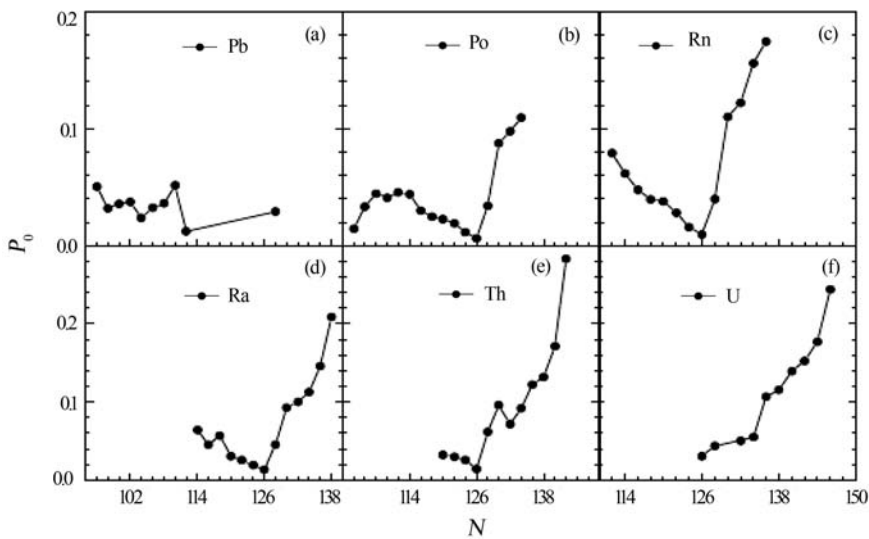


图 7 所提取的 Pb, Po, Rn, Ra, Th 和 U 同位素链的预形成因子  
<http://www.npr.ac.cn>

核 Po 同位素为例来解释这个问题, 如图 8 所示<sup>[34]</sup>。从图中可看出, 沿着偶偶核 Po 同位素链, 量子力学微观方法(即 3.3 节中的第 3 种计算碰撞频率的方法, 图中的空心倒三角所示)和经典的方法(即 3.3 节中的第 2 种计算碰撞频率的方法, 图中的实心圆所示)得到的碰撞频率差别不超过 2 倍。经典方法和量子力学微观方法都是假设  $\alpha$  在原子核内已预形成了。然而, 类裂变频率(图中的空心方块所示)是用实验衰变常数  $\lambda$  除以穿透几率  $P$  得到的, 没有考虑预形成的过程, 比上面两种方法得到的要小 2 个数量级, 从侧面反映这两个数量级差别应该是预形成几率造成的。因此偶偶核 Po 同位素的  $\alpha$  衰变是有预形成过程的, 这个预形成几率大约是  $10^{-1} \sim 10^{-2}$ 。这样小的预形成几率表明  $\alpha$  衰变是一个势垒穿透之前就已经形成  $\alpha$  粒子的过程, 而不是在偶偶核 Po 同位素的核表面形成的<sup>[34]</sup>。

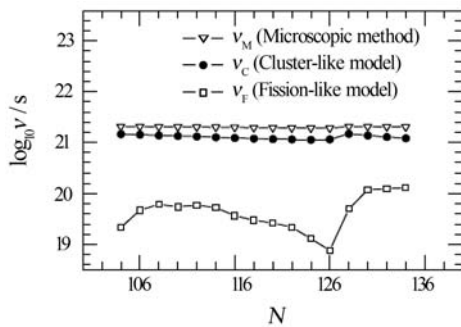


图 8 Po 同位素偶偶核的碰撞频率的对数

### 3.3 重离子放射性

Royer 等<sup>[63]</sup>基于 GLDM 研究重离子放射性, 将重离子放射性看作超不对称的自发裂变过程。首先计算重离子放射过程中的位垒曲线, 然后利用 WKB 近似估算穿透位垒的概率, 从而得出重离子放射性的半衰期, 理论计算很好地再现了实验值, 理论计算与实验结果的最大偏差是 3 个数量级。当考虑母核中重离子的预形成因子<sup>[64]</sup>, 理论计算结果很好地再现了实验值。众所周知, 壳修正在重离子放射性中起了很重要的作用。最近, 在 GLDM 中考虑了微观效应。加入微观壳修正和对关联修正<sup>[65]</sup>, 理论计算非常好地再现实验结果, 结果列在表 4。在表 4 中, 第 3 和第 4 列分别表示没有考虑微观壳修正  $T_{1/2}$  和考虑了微观壳修正和对能效应  $T'_{1/2}$  两种情形下 GLDM 计算的结果。从第 4 列和第 5 列(实验值)的比较结果, 可以看出对于大多数核半衰期的理论值与实验值的偏差不超过 2 个数量级。尽管结团放射性半衰期的数量级跨度为  $10^{11}$  到  $10^{29}$ , 但是计算的半衰期和实验半衰期如此精确地一致, 它们的比值近似为一个因子 10。最后一列还给出了双核系统(DNS)理论的计算结果<sup>[66]</sup>作为比较, 除了  $^{224, 226}\text{Ra}$  的  $^{14}\text{C}$  放射性以外, GLDM 模型和 DNS 模型的计算结果能很好地符合。同时, 对锕系区母核最可能放出的重离子半衰期做出了预测, 希望对将来的实验有所帮助。

表 4 重离子放射半衰期的理论计算结果和实验值的对比

母核与结团	$Q^{\text{Exp.}}/\text{MeV}$	$T_{1/2}^{\text{Cal.}}/\text{s}$	$T'_{1/2}{}^{\text{Cal.}}/\text{s}$	$T_{1/2}^{\text{Exp.}}/\text{s}$	$T_{1/2}^{\text{DNS}}/\text{s}$
$^{221}\text{Fr} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{207}\text{Tl}$	31.401	$4.1 \times 10^{13}$	$2.8 \times 10^{13}$	$3.3 \times 10^{14}$	$2.0 \times 10^{15}$
$^{221}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{207}\text{Pb}$	32.507	$1.0 \times 10^{12}$	$1.7 \times 10^{12}$	$2.4 \times 10^{13}$	$2.6 \times 10^{12}$
$^{222}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{208}\text{Pb}$	33.161	$2.4 \times 10^{10}$	$1.7 \times 10^{11}$	$1.2 \times 10^{11}$	$1.0 \times 10^{11}$
$^{223}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{209}\text{Pb}$	31.941	$2.5 \times 10^{13}$	$5.1 \times 10^{13}$	$2.0 \times 10^{15}$	$7.2 \times 10^{15}$
$^{224}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{210}\text{Pb}$	30.641	$7.1 \times 10^{16}$	$3.3 \times 10^{16}$	$7.4 \times 10^{15}$	$1.9 \times 10^{18}$
$^{226}\text{Ra} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{212}\text{Pb}$	28.313	$1.2 \times 10^{23}$	$5.6 \times 10^{21}$	$1.8 \times 10^{21}$	$4.3 \times 10^{24}$
$^{225}\text{Ac} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{211}\text{Bi}$	30.590	$1.4 \times 10^{18}$	$2.1 \times 10^{17}$	$1.4 \times 10^{17}$	$2.8 \times 10^{18}$
$^{226}\text{Th} \rightarrow ^{14}\text{C} + ^{212}\text{Po}$	30.662	$1.4 \times 10^{19}$	$2.0 \times 10^{18}$	$> 2.0 \times 10^{15}$	
$^{226}\text{Th} \rightarrow ^{18}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	45.879	$5.7 \times 10^{19}$	$1.5 \times 10^{18}$	$> 2.0 \times 10^{15}$	
$^{228}\text{Th} \rightarrow ^{20}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$	44.870	$2.3 \times 10^{22}$	$4.4 \times 10^{21}$	$7.5 \times 10^{20}$	$2.5 \times 10^{22}$
$^{230}\text{Th} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{206}\text{Hg}$	57.944	$8.3 \times 10^{26}$	$1.5 \times 10^{25}$	$4.4 \times 10^{24}$	$5.2 \times 10^{25}$
$^{232}\text{Th} \rightarrow ^{26}\text{Ne} + ^{206}\text{Hg}$	56.103	$2.4 \times 10^{31}$	$5.6 \times 10^{29}$	$> 1.6 \times 10^{29}$	
$^{231}\text{Pa} \rightarrow ^{23}\text{F} + ^{208}\text{Pb}$	52.036	$1.9 \times 10^{25}$	$1.8 \times 10^{24}$	$1.0 \times 10^{26}$	$7.6 \times 10^{23}$
$^{231}\text{Pa} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{207}\text{Tl}$	60.599	$1.4 \times 10^{23}$	$4.2 \times 10^{21}$	$1.7 \times 10^{23}$	$1.4 \times 10^{20}$
$^{230}\text{U} \rightarrow ^{22}\text{Ne} + ^{208}\text{Pb}$	61.579	$8.0 \times 10^{22}$	$2.3 \times 10^{20}$	$> 1.6 \times 10^{18}$	
$^{230}\text{U} \rightarrow ^{24}\text{Ne} + ^{206}\text{Pb}$	61.543	$1.5 \times 10^{23}$	$9.3 \times 10^{21}$	$> 1.6 \times 10^{18}$	
$^{232}\text{U} \rightarrow ^{28}\text{Mg} + ^{204}\text{Hg}$	74.537	$6.8 \times 10^{27}$	$7.9 \times 10^{24}$	$> 4.5 \times 10^{22}$	

续表 4

母核与结团	$Q^{Exp}/MeV$	$T_{1/2}^{Cal}/s$	$T_{1/2}^{Cal, \prime}/s$	$T_{1/2}^{Exp}/s$	$T_{1/2}^{DNS}/s$
$^{232}U \rightarrow ^{24}Ne + ^{208}Pb$	62.497	$1.1 \times 10^{21}$	$1.6 \times 10^{20}$	$2.5 \times 10^{20}$	$5.9 \times 10^{20}$
$^{233}U \rightarrow ^{24}Ne + ^{209}Pb$	60.679	$6.3 \times 10^{24}$	$1.4 \times 10^{23}$	$6.8 \times 10^{24}$	
$^{233}U \rightarrow ^{25}Ne + ^{208}Pb$	60.921	$2.4 \times 10^{24}$	$1.8 \times 10^{23}$	$2.0 \times 10^{23}$	$1.1 \times 10^{24}$
$^{233}U \rightarrow ^{28}Mg + ^{205}Hg$	74.451	$8.0 \times 10^{27}$	$1.5 \times 10^{25}$	$> 3.9 \times 10^{27}$	
$^{234}U \rightarrow ^{24}Ne + ^{210}Pb$	59.020	$1.8 \times 10^{28}$	$8.8 \times 10^{25}$	$1.6 \times 10^{25}$	
$^{234}U \rightarrow ^{26}Ne + ^{208}Pb$	59.609	$2.1 \times 10^{27}$	$9.3 \times 10^{25}$	$7.9 \times 10^{25}$	$4.8 \times 10^{26}$
$^{234}U \rightarrow ^{28}Mg + ^{206}Hg$	74.336	$6.6 \times 10^{27}$	$2.9 \times 10^{25}$	$3.5 \times 10^{25}$	$1.4 \times 10^{24}$
$^{235}U \rightarrow ^{24}Ne + ^{211}Pb$	57.555	$2.2 \times 10^{31}$	$3.2 \times 10^{28}$	$2.8 \times 10^{27}$	
$^{235}U \rightarrow ^{25}Ne + ^{210}Pb$	57.902	$7.3 \times 10^{30}$	$2.8 \times 10^{28}$	$2.8 \times 10^{27}$	
$^{235}U \rightarrow ^{28}Mg + ^{207}Hg$	72.382	$3.1 \times 10^{31}$	$3.3 \times 10^{28}$	$> 2.8 \times 10^{28}$	
$^{236}U \rightarrow ^{30}Mg + ^{206}Hg$	72.509	$8.1 \times 10^{31}$	$1.5 \times 10^{29}$	$3.8 \times 10^{27}$	$2.0 \times 10^{28}$
$^{237}Np \rightarrow ^{30}Mg + ^{207}Tl$	75.029	$5.5 \times 10^{28}$	$1.6 \times 10^{27}$	$> 3.7 \times 10^{27}$	
$^{236}Pu \rightarrow ^{28}Mg + ^{208}Pb$	79.897	$2.6 \times 10^{21}$	$2.9 \times 10^{20}$	$4.7 \times 10^{21}$	$5.5 \times 10^{20}$
$^{238}Pu \rightarrow ^{28}Mg + ^{210}Pb$	76.147	$2.9 \times 10^{28}$	$5.4 \times 10^{25}$	$5.0 \times 10^{25}$	
$^{238}Pu \rightarrow ^{30}Mg + ^{208}Pb$	77.039	$7.9 \times 10^{26}$	$1.4 \times 10^{25}$	$4.7 \times 10^{25}$	$6.7 \times 10^{25}$
$^{238}Pu \rightarrow ^{32}Si + ^{206}Hg$	91.455	$1.9 \times 10^{28}$	$3.0 \times 10^{25}$	$1.9 \times 10^{24}$	$5.6 \times 10^{27}$

### 3.4 自发裂变

GLDM 能很好地描述重核和超重核的裂变位垒<sup>[67-69]</sup>。Bonilla 等<sup>[70]</sup>在 GLDM 的基础上考虑了经验壳修正、对修正及其裂变子核的椭球形变, 研究了铀系原子核自发裂变位垒和半衰期, 理论计算结果很好地再现了实验值。最近, 我们在 GLDM 的基础上考虑微观壳修正、对修正、裂变子核的椭球形变, 计算重

核和超重核自发裂变的半衰期, 计算结果列在表 5, 理论计算很好地再现了实验值。从表中可以看出, 在这 47 个裂变反应中, 除了 7 个反应的理论半衰期与实验半衰期相差 3 ~ 5 数量级外, 其他的偏差都在 2 个数量级以内, 在  $10^{-3} \sim 10^{26}$  这样大的半衰期跨度上能预言得如此之好, 说明 GLDM 模型能很好地预言重核和超重核自发裂变半衰期。

表 5 重核与超重核自发裂变半衰期的理论计算结果和实验值的对比

Fission	Z	N	$T_{1/2}^{Exp.}$	$T_{1/2}^{Cal.}$	Fission	Z	N	$T_{1/2}^{Exp.}$	$T_{1/2}^{Cal.}$
$^{232}_{92}U$	92	140	$2.5 \times 10^{21}$	$3.3 \times 10^{20}$	$^{252}_{102}No$	102	150	$1.2 \times 10^1$	$2.2 \times 10^4$
$^{234}_{92}U$	92	142	$4.7 \times 10^{23}$	$2.9 \times 10^{22}$	$^{254}_{102}No$	102	152	$3.0 \times 10^4$	$5.1 \times 10^4$
$^{235}_{92}U$	92	143	$3.1 \times 10^{26}$	$1.0 \times 10^{24}$	$^{256}_{102}No$	102	154	$1.1 \times 10^2$	$2.1 \times 10^4$
$^{236}_{92}U$	92	144	$7.8 \times 10^{23}$	$5.5 \times 10^{21}$	$^{257}_{102}No$	102	155	$1.7 \times 10^3$	$2.0 \times 10^4$
$^{238}_{92}U$	92	146	$2.6 \times 10^{23}$	$1.1 \times 10^{21}$	$^{259}_{102}No$	102	157	$3.5 \times 10^4$	$2.0 \times 10^3$
$^{239}_{94}Pu$	94	145	$2.5 \times 10^{23}$	$2.7 \times 10^{22}$	$^{252}_{103}Lr$	103	149	$3.6 \times 10^1$	$2.0 \times 10^2$
$^{240}_{94}Pu$	94	146	$1.5 \times 10^{18}$	$5.1 \times 10^{22}$	$^{253}_{103}Lr$	103	150	$2.9 \times 10^1$	$9.2 \times 10^2$
$^{241}_{94}Pu$	94	147	$2.3 \times 10^{24}$	$6.6 \times 10^{22}$	$^{255}_{103}Lr$	103	152	$2.2 \times 10^4$	$1.0 \times 10^3$
$^{243}_{95}Am$	95	148	$6.3 \times 10^{21}$	$6.9 \times 10^{20}$	$^{256}_{103}Lr$	103	153	$9.0 \times 10^5$	$3.3 \times 10^3$
$^{243}_{96}Cm$	96	147	$1.7 \times 10^{19}$	$4.4 \times 10^{20}$	$^{257}_{103}Lr$	103	154	$2.2 \times 10^3$	$1.1 \times 10^3$
$^{245}_{96}Cm$	96	149	$4.4 \times 10^{19}$	$8.6 \times 10^{20}$	$^{259}_{103}Lr$	103	156	$5.8 \times 10^3$	$3.4 \times 10^2$
$^{248}_{96}Cm$	96	152	$1.3 \times 10^{14}$	$4.6 \times 10^{18}$	$^{255}_{104}Rf$	104	151	$3.2 \times 10^0$	$2.1 \times 10^1$
$^{249}_{97}Bk$	97	152	$6.1 \times 10^{16}$	$2.1 \times 10^{16}$	$^{256}_{104}Rf$	104	152	$6.4 \times 10^{-3}$	$4.0 \times 10^1$
$^{249}_{98}Cf$	98	151	$2.2 \times 10^{18}$	$2.5 \times 10^{16}$	$^{257}_{104}Rf$	104	153	$3.9 \times 10^2$	$8.7 \times 10^1$
$^{250}_{98}Cf$	98	152	$5.2 \times 10^{11}$	$4.1 \times 10^{16}$	$^{258}_{104}Rf$	104	154	$1.4 \times 10^{-2}$	$4.2 \times 10^1$
$^{253}_{99}Es$	99	154	$2.0 \times 10^{13}$	$2.6 \times 10^{12}$	$^{259}_{104}Rf$	104	155	$4.0 \times 10^1$	$2.4 \times 10^1$
$^{255}_{99}Es$	99	156	$8.4 \times 10^{10}$	$2.3 \times 10^8$	$^{260}_{104}Rf$	104	156	$5.1 \times 10^{-2}$	$3.6 \times 10^0$

续表 5

Fission	Z	N	$T_{1/2}^{Exp.}$	$T_{1/2}^{Cal.}$	Fission	Z	N	$T_{1/2}^{Exp.}$	$T_{1/2}^{Cal.}$
$^{250}_{100}\text{Fm}$	100	150	$2.6 \times 10^7$	$4.5 \times 10^7$	$^{255}_{105}\text{Db}$	105	150	$8.0 \times 10^{-1}$	$3.5 \times 10^{-1}$
$^{252}_{100}\text{Fm}$	100	152	$4.0 \times 10^9$	$1.6 \times 10^8$	$^{258}_{106}\text{Sg}$	106	152	$5.2 \times 10^{-3}$	$2.9 \times 10^{-2}$
$^{254}_{100}\text{Fm}$	100	154	$1.9 \times 10^7$	$5.2 \times 10^7$	$^{260}_{106}\text{Sg}$	106	154	$7.2 \times 10^{-3}$	$4.1 \times 10^{-3}$
$^{256}_{100}\text{Fm}$	100	156	$1.0 \times 10^4$	$1.7 \times 10^6$	$^{262}_{106}\text{Sg}$	106	156	$7.0 \times 10^{-3}$	$3.9 \times 10^{-5}$
$^{255}_{101}\text{Md}$	101	154	$1.1 \times 10^6$	$8.4 \times 10^5$	$^{264}_{108}\text{Hs}$	108	156	$1.6 \times 10^{-3}$	$5.1 \times 10^{-8}$
$^{257}_{101}\text{Md}$	101	156	$2.0 \times 10^6$	$1.8 \times 10^5$	$^{286}_{114}\text{114}$	114	172	$1.3 \times 10^{-1}$	$6.9 \times 10^{-2}$
$^{259}_{101}\text{Md}$	101	158	$5.8 \times 10^3$	$2.9 \times 10^3$					

### 3.5 $\alpha$ 衰变和自发裂变的竞争

在  $\alpha$  衰变、自发裂变被发现后，质子、重离子放射性也被实验上观测到了，这些衰变模式都是基本的量子隧穿现象。研究衰变模式的竞争关系，有助于回答这几种衰变模式在物理机制上是否统一的问题。例如， $\alpha$  衰变、质子、重离子放射性被看作是原子核液滴的非常不同的质量或电荷不对称度的裂变过程(即原子核液滴形变过大而断裂时在表面形成的)，还是这些粒子在母核内已经预形成，以一定的几率逃脱出母核的过程。另外，通过衰变模式的竞争关系，可以比较原子核相对于各种模式的稳定性强弱，为实验上探测和鉴定核素提供理论指导，在理论上以不同的角度(探求影响衰变模式的因素或机制)来研究原子核的结构信息。

基于 GLDM，计算了超重元素  $Z = 114$  同位素链的  $\alpha$  衰变和自发裂变的半衰期并作比较，如图 9 所示。从图中可以看出，计算出来的  $\alpha$  衰变及自发裂变的半衰期和实验测得的半衰期相近，有较好的预测能力。在这条同位素链上中子数  $N = 164 \sim 170$  和中子数  $N = 176 \sim 184$  两个区间  $Z = 114$  同位素自发裂变稳定性比  $\alpha$  衰变稳定性更强，理论上，这些同位素是  $\alpha$  衰变模式占优，是通过  $\alpha$  衰变而不是通过自发裂变衰

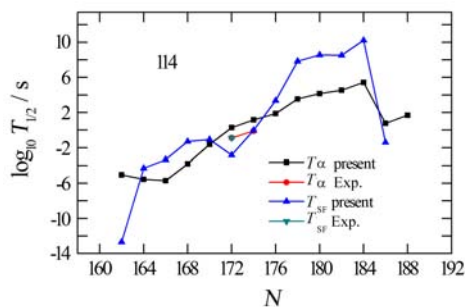


图 9 (在线彩图)  $Z = 114$  同位素链的  $\alpha$  衰变和自发裂变的竞争

减掉，因此实验上可以通过对  $\alpha$  衰变的探测，来反推和鉴别  $Z = 114$  同位素，而不去分析大量的复杂的衰变产物来鉴别。在这条链上， $N = 184$  的裂变半衰期和  $\alpha$  衰变半衰期都处在极大值且都比较大，大于  $N = 184$  的同位素  $\alpha$  衰变和自发裂变半衰期都急剧降低，暗示  $N = 184$  可能会是一个幻数结构。

### 3.6 重离子熔合

新元素的合成是核物理学的一个前沿问题。近年来，实验上用熔合蒸发反应的方法合成了一系列重元素(超重元素)。在德国重离子研究中心(GSI)，用  $^{208}\text{Pb}$  和  $^{209}\text{Bi}$  做靶，用冷熔合的方法合成了电荷数  $Z = 102 \sim 112$  的缺中子核<sup>[71]</sup>。用  $^{70}\text{Zn} + ^{209}\text{Bi}$  做反应系统，成功合成了  $Z = 113$  的元素<sup>[72]</sup>。目前，人工合成最重的元素是  $Z = 118$  的原子核，这一实验<sup>[4]</sup>是由美国劳伦斯·利弗莫尔国家实验室与俄罗斯杜布纳联合原子核研究所的科学家联合完成的，其研究报告发表在 2010 年美国《物理学评论》杂志上。

基于丰富的实验数据，目前提出了许多理论模型<sup>[73-74]</sup>。GLDM 假设，入射核与靶核形成一个由于它们自身相互作用产生的库仑位垒，对于较轻的重离子反应系统一旦越过这个位垒就自动地形成复合核。系统向着复合核演化过程中，入射核与靶核形成的势能面随着核-核之间的质心距离、系统的角动量和两个核的形状变化。系统的形状演化可以认为开始于可以区分的两体到不能区分出弹靶的复合核。从两体到一体的演化过程中，模型给出了一个脖子的演化<sup>[16]</sup>。熔合过程强烈地依赖于两个碰撞核在接触点形成的脖子<sup>[75-77]</sup>，因为位垒的大小与脖子的演化有很大的关系，可以参考[75]中的图 1。文献[78]中的图 6 也显示出，在考虑了脖子演化后，熔合几率下降了 1 个数量级。

文献[79]在液滴模型的理论框架下考虑转动能与亲近能, 能够很好地给出轻核系统熔合角动量  $l$  有关的俘获位垒的高度和位置。我们用式(38)计算了较轻系统  $^{28}\text{Si} + ^{12}\text{C} \rightarrow ^{40}\text{Ca}$ ,  $^{28}\text{Si} + ^{24}\text{Mg} \rightarrow ^{52}\text{Fe}$ ,  $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si} \rightarrow ^{56}\text{Ni}$ ,  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{80}\text{Zr}$  的熔合截面(图中的实线), 与实验值(散点)符合相当好, 结果如图 10 所

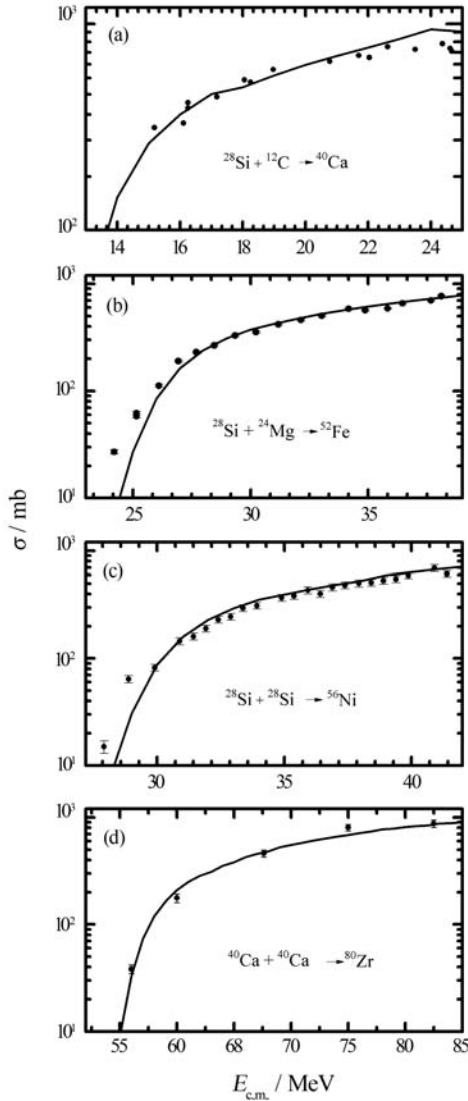


图 10 几种轻核系统在其库仑位垒附近的熔合反应截面与质心能量的关系

示, 其中实验值取自文献[79]。

$$\sigma_{\text{fus}} = \pi \lambda^2(E) \sum_l (2l+1) T_l(E), \quad (38)$$

式中:  $E$  是质心系的能量;  $\lambda$  是入射离子的约化德布罗意波长;  $l$  分波位垒  $E(l, r)$  的转移系数用文献[21]

<http://www.npr.ac.cn>

中的形式; 位垒穿透几率用 WKB 计算得到:

$$T_l = \frac{1}{1 + \exp(2K_l)}, \quad (39)$$

$$K_l = \int_{r_a}^{r_b} \left\{ \frac{2\mu}{\hbar^2} [E(l, r) - E] \right\}^{1/2} dr, \quad (40)$$

$r_a$  和  $r_b$  是在质心系能量  $E$  下, 处于  $l$  波位垒  $E(l, r)$  的经典转折点。我们还用著名的 Wong 方程和 GLDM 加转动动能计算了熔合截面, 如图 11 所示。对于熔合生成  $^{270}\text{Ds}$  的反应, Wong 方程和 GLDM 计算的结果在入射能小于 210 MeV 时基本相同, 在大于 210 MeV 后 Wong 方程给出的截面比 GLDM 的要偏大些。总体来说, 两种方法预言的结果如此接近, 也说明了在预言较轻的重离子熔合方面 GLDM 也是可行的。

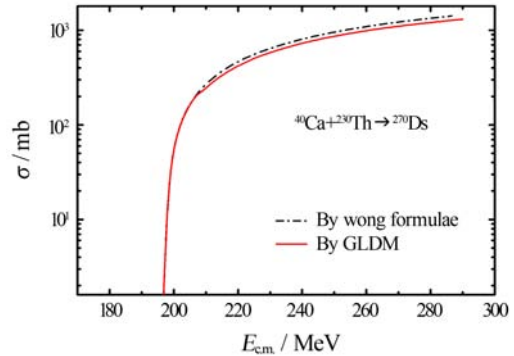


图 11 (在线彩图)  $^{230}\text{Th} + ^{40}\text{Ca} \rightarrow ^{270}\text{Ds}$  的反应截面与质心能量的关系

## 4 结论和展望

本文简单回顾了原子核液滴模型的发展历史, 同时调研了准分子双扭线与卵形线模型在描述核裂变、熔合方面的不同之处。较系统地介绍了 GLDM 的理论框架, 特别是着重强调准分子形状、亲近势、相应的能量表示和数值细节等方面相关的内容, 给出了准分子机制的一些优点, 即考虑了精确的核半径、质量与电荷的不对称性、准分子形状演化、亲和力等, 并且指出了其目前仅能描述原子核形状演化的静态过程的不足。

GLDM 的特别之处主要在于两个方面, 即准分子形状和亲近势。其中, 准分子形状是一系列准分子双扭线, 只需一个脖子形状参数就可以描述原子核在两体形态和一体形态的转化过程中平滑的过渡。这样就能够描述原子核在裂变和熔合过程中的形状演化, 进而计算形状相关的裂变位垒和熔合位垒。同时, 由于

准分子双扭线描述的演化过程中会出现深而窄的脖子，而脖子或两碎片靠得较近时所造成的间隙或凹缝处两边的半空间表面的核子的相互吸引核力，对位垒的影响很大，所以计算位垒的时候在模型中考虑亲近势。

在计算位能曲线时，考虑了壳修正和对能。不仅对母核或复合核、两分离碎片或弹靶核考虑了壳修正和对能，而且在原子核的形状演化过程中也考虑壳修正和对能，此时的壳修正和对能是在母核或复合核的壳修正和对能的基础上乘以形状相关的衰减因子。这样，在 GLDM 中原子核的位能曲线，在整个形状演化过程中，一直考虑了随形状演化的壳修正和对能。

计算表明，壳修正、椭球形变修正对位能曲线

的形状有很大的影响(图 5)，如峰和谷的位置和高度，以及是否出现第 2、第 3 峰等。这些影响对研究裂变和熔合很重要。

采用 GLDM 计算了原子核的质子放射性、 $\alpha$  衰变、重离子放射性以及自发裂变，结果与实验符合得很好，并作了大量预言。计算结果表明，原子核的  $\alpha$  衰变具有预形成过程。超重核的自发裂变与  $\alpha$  衰变具有竞争性。

下一步的研究将系统分析核素图表中各个区域，质子放射性、 $\alpha$  衰变、重离子放射性以及自发裂变的竞争强弱，较好预言原子核特别是重核和超重核的半寿命。另外，因为 GLDM 研究的熔合是静态过程，对其的动力学推广也是努力的方向。

## 5 附录

### 5.1 一体情形时形状依赖的能量函数

在准分子形状下，体积能  $E_V$ ，表面能  $E_S$  以重新表述为  $s_1$  和  $s_2$  的函数。形状依赖的体积项、表面积项写为

$$\begin{aligned} V &= \frac{4}{3}\pi R_0^3 = V_1 + V_2 \\ &= \frac{1}{24}\pi C_1^3 \left\{ 4 + 6s_1^2 + 3s_1^4(1-s_1^2)^{-1/2} \sinh^{-1} \left[ 2s_1^{-2}(1-s_1^2)^{1/2} \right] \right\} + \\ &\quad \frac{1}{24}\pi C_2^3 \left\{ 4 + 6s_2^2 + 3s_2^4(1-s_2^2)^{-1/2} \sinh^{-1} \left[ 2s_2^{-2}(1-s_2^2)^{1/2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} S &= 4\pi R_0^2 B_s = S_1 + S_2 \\ &= \pi C_1^2 \left\{ 1 + s_1^4(1-s_1^4)^{-1/2} \sinh^{-1} \left[ s_1^{-2}(1-s_1^4)^{1/2} \right] \right\} + \\ &\quad \pi C_2^2 \left\{ 1 + s_2^4(1-s_2^4)^{-1/2} \sinh^{-1} \left[ s_2^{-2}(1-s_2^4)^{1/2} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\frac{V(\theta)}{V_0} = \frac{3}{4\pi R_0^2} \times 2 \int \frac{\rho' \left[ (\rho + \rho') \frac{dz'}{d\theta'} + (z - z') \frac{d\rho'}{d\theta'} \right] K(k) - \frac{1}{2} [(\rho + \rho')^2 + (z - z')^2] \frac{dz'}{d\theta'} D(k)}{[(\rho + \rho')^2 + (z - z')^2]^{1/2}} d\theta', \quad (43)$$

式中： $\rho = R(\theta) \sin \theta$ ， $z = R(\theta) \cos \theta$ ， $\rho' = R(\theta') \sin \theta'$ ， $z' = R(\theta') \cos \theta'$ ，椭圆积分  $K(k)$  和  $D(k)$  为

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{(1 - k^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}} d\alpha, \quad (44)$$

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - k^2 \sin^2 \alpha)^{1/2} d\alpha, \quad (45)$$

$$D(k) = \frac{K(k) - E(k)}{k^2}, \quad (46)$$

$$k^2 = \frac{4\rho\rho'}{(\rho + \rho')^2 + (z - z')^2}. \quad (47)$$

原子核一体形态时，转动惯量的形状参数依赖性函数<sup>[80]</sup>(等体积球形原子核的转动惯量  $\frac{2}{5}mR_0^2$  为单位):

$$I_{\parallel} = \frac{c_1^5}{1024(1-s_1^2)R_0^5} \left[ 32 \frac{48s_1^2 + 100s_1^4 - 210s_1^6}{\sqrt{1-s_1^2}} \sinh^{-1} \left( \frac{1-s_1^2}{s_1^2} \right)^{1/2} \right] +$$

$$I_{\perp} = \frac{c_2^5}{1024(1-s_2^2)R_0^5} \left[ 32 + 48s_2^2 + 100s_2^4 - 210s_2^6 + \frac{240s_2^6 - 210s_2^8}{\sqrt{1-s_2^2}} \sinh^{-1} \left( \frac{1-s_2^2}{s_2^2} \right)^{1/2} \right], \quad (48)$$

$$+ \frac{c_1^5}{1024(1-s_1^2)R_0^5} \left[ 112 + 8s_1^2 + 30s_1^4 - 135s_1^6 + \frac{120s_1^6 - 135s_1^8}{\sqrt{1-s_1^2}} \sinh^{-1} \left( \frac{1-s_1^2}{s_1^2} \right)^{1/2} \right] +$$

$$\frac{c_2^5}{1024(1-s_2^2)R_0^5} \left[ 112 + 8s_2^2 + 30s_2^4 - 135s_2^6 + \frac{120s_2^6 - 135s_2^8}{\sqrt{1-s_2^2}} \sinh^{-1} \left( \frac{1-s_2^2}{s_2^2} \right)^{1/2} \right]. \quad (49)$$

电四极矩  $Q$  为

$$Q = \frac{\pi c_1^5}{192R_0^5(1-s_1^2)} \left\{ 16 - 8s_1^2 - 14s_1^4 + 15s_1^6 - \frac{3s_1^2(8-5s_1^2)}{\sqrt{1-s_1^2}} \sinh^{-1} \left( \frac{1-s_1^2}{s_1^2} \right)^{1/2} \right\} +$$

$$\frac{\pi c_2^5}{192R_0^5(1-s_2^2)} \left\{ 16 - 8s_2^2 - 14s_2^4 + 15s_2^6 - \frac{3s_2^2(8-5s_2^2)}{\sqrt{1-s_2^2}} \sinh^{-1} \left( \frac{1-s_2^2}{s_2^2} \right)^{1/2} \right\} \quad (50)$$

如图 12<sup>[81]</sup>所示,  $r_1$  和  $r_2$  分别是左、右两半部分质心到脖子所在平面的距离, 其表达式为

$$r_1 = \left( \frac{4}{3}R_1^3 \right)^{-1} \left\{ \frac{z_v^4 - a^2 z_v^2}{4} + \frac{c_1^4 + a^2 c_1^2 + a^4}{12} - \frac{a s_2^2}{3(1-s_2^2)} \left[ \left( z_v^2 \frac{1-s_2^2}{s_2^2} + \frac{a^2}{4} \right)^{3/2} - \frac{a^3}{8} \right] \right\}, \quad (51)$$

$$r_2 = \left( \frac{4}{3}R_2^3 \right)^{-1} \left\{ \frac{z_v^4 - a^2 z_v^2}{4} - \frac{a^4}{4} \frac{1-s_2^2}{s_2^4} + \frac{a s_2^2}{3(1-s_2^2)} \left[ a^3 \left( \frac{1}{s_2^2} - \frac{1}{2} \right)^3 - \left( z_v^2 \frac{1-s_2^2}{s_2^2} + \frac{a^2}{4} \right)^{3/2} \right] \right\}, \quad (52)$$

其中,  $z_v$  是如下方程的解:

$$\frac{4}{3}R_2^3 = \frac{1}{3}z^3 - \frac{1}{2}a^2 z + \frac{1}{12}(2c_2^3 + 3a^2 c_2) + \frac{1}{2} \sqrt{c_2^2 - a^2} \left[ D^2 \sinh^{-1} \frac{c_2}{D} - D^2 \sinh^{-1} \frac{z}{D} - z \sqrt{z^2 + D^2} \right], \quad (53)$$

$$D^2 = \frac{a^4}{4(c_2^2 - a^2)}, \quad (54)$$

其中  $z_v, D, a, c_1, c_2$  和  $z$  的物理意义如图 2 所示。

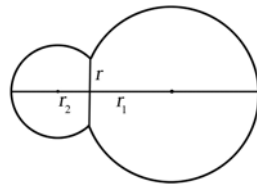


图 12 原子核的两碎片裂变或熔合过程中准分子形状示意图

### 5.2 椭球形变修正

考虑两体形态系统的共轴椭球形变修正, 其形状如图 13(c) 所示。

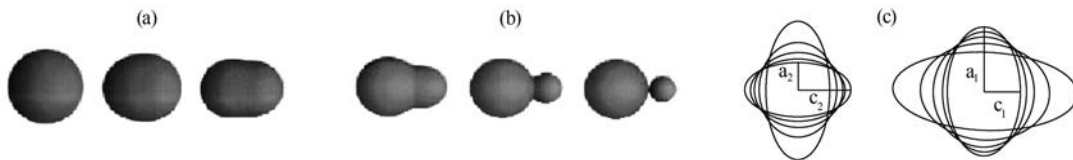


图 13 GLDM 理论模型下的形状演化示意图

(a) 和 (b) 为一体形状演化到两个相切的球, (c) 是两体形态时考虑的椭球形变。

两共轴椭球质心相距为  $r$  的两体形态依赖于两个参数: 比例  $s_i (i = 1, 2)$ , 是横向半轴  $a_i$  和径向半轴  $c_i$  的比值:

$$a_i = R_i s_i^{1/3}, \quad c_i = R_i^{-2/3}. \quad (55)$$

长椭球形变,  $s \leq 1$ , 离心率  $e^2 = 1 - s^2$ , 扁椭球形变,  $s \geq 1$ , 离心率  $e^2 = 1 - s^{-2}$ 。长椭球形变时相对表面积为

$$B_{S_i} = \frac{(1 - e_i^2)^{1/3}}{2} \left[ 1 + \frac{\sin^{-1}(e_i)}{e_i(1 - e_i^2)^{1/2}} \right], \quad (56)$$

扁椭球形变时相对表面积为

$$B_{S_i} = \frac{(1 + \varepsilon_i^2)^{1/3}}{2} \left\{ 1 + \frac{\ln[\varepsilon_i + (1 + \varepsilon_i^2)^{1/2}]}{\varepsilon_i(1 + \varepsilon_i^2)^{1/2}} \right\}, \quad \varepsilon_i^2 = s_i^2 - 1 \quad (57)$$

库仑能自能部分为

$$E_{C, \text{self}} = \frac{3e^2 Z_i^2 B_{C_i}}{5R_i}, \quad (58)$$

长椭球形变时

$$B_{C_i} = \frac{(1 - e_i^2)^{1/3}}{2e_i} \ln \frac{1 + e_i}{1 - e_i}, \quad (59)$$

扁椭球形变时

$$B_{C_i} = \frac{(1 + \varepsilon_i^2)^{1/3}}{\varepsilon_i} \tan^{-1} \varepsilon_i, \quad (60)$$

库仑能相互作用部分为

$$E_{C, \text{int}} = \frac{e^2 Z_1 Z_2}{r} [s(\lambda_1) + s(\lambda_2) - 1 + S(\lambda_1, \lambda_2)], \quad \lambda_i^2 = \frac{c_i^2 - a_i^2}{r^2} \quad (61)$$

长椭球形变时

$$s(\lambda_i) = \frac{3}{4} \left( \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_i^3} \right) \ln \frac{1 + \lambda_i}{1 - \lambda_i} + \frac{3}{2\lambda_i^2}, \quad (62)$$

扁椭球形变时

$$s(\lambda_i) = \frac{3}{2} \left( \frac{1}{\omega_i} + \frac{1}{\lambda_i^3} \right) \tan^{-1} \omega_i - \frac{3}{2\omega_i^2}, \quad \omega_i^2 = -\lambda_i^2. \quad (63)$$

通过双折叠求和, 得到

$$S(\lambda_1, \lambda_2) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{(2j+1)(2j+3)} \frac{3}{(2k+1)(2k+3)} \frac{(2j+2k)!}{(2j)!(2k)!} \lambda_1^{2j} \lambda_2^{2k}. \quad (64)$$

### 5.3 两个无限小圆面之间的距离 $D(r)$

正文中式 (17) 的变量  $D(r)$  为

$$D(r) = D_1 + D_2 + S_{\text{eff}}(r), \quad (65)$$

$$D_i = \sqrt{\frac{1}{2} c_i^2 - h^2 - \left[ \frac{1}{4} c_i^4 - h^2 c_i^2 (1 - s_i^2) \right]^{1/2}}, \quad (66)$$

其中, 有效表面间的距离  $S_{\text{eff}}(r)$  为

$$S_{\text{eff}}(r) = r - C_1^{\text{eff}} - C_2^{\text{eff}}, \quad (67)$$

在文献 [22] 中,  $C_i^{\text{eff}}$  是密度分布中心半径与势能分布的中心半径的平均值:

$$C_i^{\text{eff}} = R_i - \frac{b^2}{2R_i}, \quad i = 1, 2, \quad (68)$$

### 5.4 微观修正

经验壳修正采用如下的形式:

$$E_{\text{shell}}^{\text{parent}} = 5.8 \left[ \frac{F(N) + F(Z)}{(0.5A)^{2/5}} - 0.26A^{1/3} \right], \quad (69)$$



其中, 对于  $M_{i-1} < X < M_i$ , ( $M_{i-1}$  和  $M_i$  都是幻数), 有

$$F(X) = q_i(X - M_{i-1}) - 0.6(X^{5/3} - M_{i-1}^{5/3}), \quad (70)$$

$$q_i = \frac{0.6(M_i^{5/3} - M_{i-1}^{5/3})}{M_i - M_{i-1}}. \quad (71)$$

微观壳修正的计算如下:

首先在轴对称形变的 Woods-Saxon 势下解单粒子能级。单粒子哈密顿量写为

$$H = T + V + V_{sl}, \quad (72)$$

自旋轨道势

$$V_{sl} = -\lambda \left( \frac{\hbar}{2Mc} \right)^2 \nabla V \cdot (\boldsymbol{\sigma} \times \mathbf{p}), \quad (73)$$

其中:  $M$  是自由核子质量;  $\boldsymbol{\sigma}$  是泡利矩阵;  $\mathbf{p}$  是核子动量;  $\lambda$  是自旋轨道势的耦合强度。在这里采用  $\lambda = \lambda_0 \left( 1 + \frac{N_i}{A} \right)$ , 对于质子  $N_i = Z$ , 对于中子  $N_i = N$ ,  $\lambda_0$  取值为 26.3163。中心势  $V$  取轴对称的 Woods-Saxon 势:

$$V(\mathbf{r}) = \frac{V_d}{1 + \exp \left[ \frac{r - R(\theta)}{a} \right]}, \quad (74)$$

$a = 0.7842$ , 中心势的深度写为

$$V(d) = V_0 \pm V_S I, \quad (75)$$

对于质子取负号, 中子取正号,  $V_0 = -47.4784$ ,  $I$  为相对中子过剩:

$$V_S = c_{\text{sym}} \left[ 1 - \frac{\kappa}{A^{1/3}} + \frac{2 - |I|}{2 + |I|A} \right]. \quad (76)$$

$c_{\text{sym}}$  和  $\kappa$  的取值分别为 29.2876 和 1.4492<sup>[82]</sup>。能级的平滑化采用了 Strutinsky 的方法<sup>[83]</sup>, 得到壳修正能  $E_{\text{sh}}$ 。与实验结果相对比须同时引入一个标度因子  $c = 0.62$ , 则得到

$$E_{\text{shell}}^{\text{parent}} = cE_{\text{sh}}. \quad (77)$$

对能采用 Thomas-Fermi 模型中的形式,  $B_S$  是相对表面积, 也就是附录 5.1 节中的  $B_S$ :

$$E_{\text{pairing}} = \begin{cases} \frac{4.8B_S}{N^{1/3}} + \frac{4.8B_S}{Z^{1/3}} - \frac{6.6B_S}{A^{2/3}} + \frac{30B_S}{A}, & \text{For odd } Z, \text{ odd } N \text{ and } N = Z \text{ nuclei,} \\ \frac{4.8B_S}{N^{1/3}} + \frac{4.8B_S}{Z^{1/3}} - \frac{6.6B_S}{A^{2/3}}, & \text{For odd } Z, \text{ odd } N \text{ and } N \neq Z \text{ nuclei,} \\ \frac{4.8B_S}{Z^{1/3}}, & \text{For odd } Z, \text{ even } N \text{ nuclei,} \\ \frac{4.8B_S}{N^{1/3}}, & \text{For odd } Z, \text{ odd } N \text{ nuclei,} \\ 0, & \text{For even } Z, \text{ even } N \text{ nuclei,} \end{cases} \quad (78)$$

## 参考文献(References):

- [1] SOBICZEWSKI A, GAREEV F A, KALINKIN B N. *Phys Lett*, 1966, **22**: 500.
- [2] NILSSON S G, TSANG C F, SOBICZEWSKI A, *et al.* *Nucl Phys A*, 1969, **131**: 1.
- [3] MOSEL U, GREINER W. *Z Phys*, 1969, **222**: 261.
- [4] OGANESSIAN Y T, ABDULLIN F S, BAILEY P D, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2010, **104**: 142502; OGANESSIAN Y T, UTYONKOV V K, LOBANOV Y V, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **74**: 044602.
- [5] DVORAK J, BRÜCHLE W, CHELNOKOV M, *et al.* *Phys Rev Lett*, 2006, **97**: 242501.
- [6] OGANESSIAN Y T. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 2007, **34**: R165.
- [7] CHEN B Q, MA Z Y, RONG J, *et al.* *Nuclear Physics Review*, 2003, **20**(20): 102. (in Chinese)  
(陈宝秋, 马中玉, 荣健, 等. 原子核物理评论, 2003, **20**(20): 102.)
- [8] BOHR N. *Nature*, 1936, **137**: 344.
- [9] MEITNER L, FRISCH O R. *Nature*, 1939, **143**: 239.
- [10] BOHR N, WHEELER J A. *Phys Rev*, 1939, **56**: 426.
- [11] FRANKEL S, METROPOLIS N. *Phys Rev*, 1947, **72**: 914.
- [12] COHEN S, SWIATECKI W J. *Ann of Phys*, 1963, **22**: 406.
- [13] NIX J R. *Ann Rev Nucl Sci*, 1972, **22**: 65.
- [14] BRACK M, DAMGAARD J, JENSEN A S, *et al.* *Rev Mod Phys*, 1972, **44**: 320.
- [15] STAVINSKII V S, RABOTNOV N S, SEREGIN A A. *Sov J Nucl Phys*, 1968, **7**: 631.
- [16] ROYER G, REMAUD B. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 1982, **8**: L159.
- [17] ROYER G, MIGNEN J. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 1989, **15**: L1.
- [18] LEROUX B, BARREAU G, BENFOUGHAL T, *et al.* *J Physique Coll*, 1980, **41**: 133.
- [19] NIX J R, SIERK A J. *Phys Scr A*, 1974, **10**: 94.
- [20] MÖLLER P, NIX J R. *Nucl Phys A*, 1976, **272**: 502.
- [21] VAZ L C, ALEXANDER J M, SATCHLER G R. *Phys Rep*, 1981, **69**: 374.
- [22] BLOCKI J, RANDRUP J, SWIATECKI W J, *et al.* *Ann of Phys*, 1977, **105**: 427.
- [23] FELDMEIER H. *Proc. 12th Summer School on Nuclear Physics, Mikolajki, Poland 1979.*
- [24] ROYER G, PILLER C. *J Phys G: Nucl Part Phys*, 1992, **18**: 1805.
- [25] ROYER G, GAUTIER C. Multiple-humped fission and fusion barriers of the heaviest elements[C], //11th International Conference on Nuclear Reaction Mechanisms, Varenna, Italie, 2006.
- [26] ROYER G, JAFFRÉ M, MOREAU D. *Phys Rev C*, 2012, **86**: 044326.
- [27] ROYER G. *Heavy Elements and Related New Phenomena[M]*. Singapore: World Scientific, 1999, Volume 1, Chapter 15.
- [28] MYERS W D, SWIATECKI W J. *Nuclear Physics*, 1966, **81**: 1.
- [29] MYERS W D. *Droplet Model of Atomic Nuclei[M]*. New York: Plenum Press, 1977.
- [30] MYERS W D, SWIATECKI W J. *Nucl Phys A*, 1996, **601**: 141.
- [31] MÖLLER P, NIX J R, SIERK A J. *Nucl Phys A*, 1989, **492**: 2185.
- [32] ROYER G, MOUSTABCHIR R. *Nucl Phys A*, 2001, **683**: 182.
- [33] DONG J M, ZUO W, SCHEID W. *Nucl Phys A*, 2011, **861**: 1.
- [34] ZHANG H F, ROYER G, WANG Y J, *et al.* *Phys Rev C*, 2011, **84**: 027303.
- [35] ZHANG H F, WANG Y J, DONG J M, *et al.* *J Phys G: Nucl Part Phys*, 2010, **37**: 085107.
- [36] WILDERMUTH K, TANG Y C. *A Unified Theory of the Nucleus[M]*. New York: Academic Press, 1977.
- [37] JACKSON K P, CARDINAL C U, EVANS H C, *et al.* *Phys Lett B*, 1970, **33**: 281; CERNY J, ESTERL J E, GOUGH R A, SEXTRO R G. *Phys Lett B*, 1970, **33**: 284.
- [38] SONZOGNI A A. *Nuclear Data Sheets*, 2002, **95**: 1.
- [39] Karny M, RYKACZEWSKI K P, GRZYWACZ R K, *et al.* *Phys Lett B*, 2008, **664**: 52.
- [40] DONG J M, ZHANG H F, ROYER G. *Phys Rev C*, 2009, **79**: 054330.
- [41] ÅBERG S, SEMMES P B, NAZAREWICZ W. *Phys Rev C*, 1997, **56**: 1762.
- [42] DELION D S, LIOTTA R J, WYSS R. *Phys Rep*, 2006, **424**: 113.
- [43] LI J Q, MA Z Y, CHEN B Q, *et al.* *Phys Rev C*, 2002, **65**: 064305.
- [44] PAGE R D, BIANCO L, DARBY I G, *et al.* *Phys Rev C*, 2007, **75**: 061302(R).
- [45] JOSS D T, DARBY I G, PAGE R D, *et al.* *Phys Lett B*, 2006, **641**: 34.
- [46] BASU D N, CHOWDHURY P R, SAMANTA C. *Phys Rev C*, 2005, **72**: 051601(R).
- [47] BHATTACHARYA M, GANGOPADHYAY G. *Phys Lett B*, 2007, **651**: 263.
- [48] REN Z, XU G. *Phys Rev C*, 1987, **36**: 456.
- [49] HORIUCHI H. *Nucl Phys A*, 1991, **522**: 257c.
- [50] LOVAS R G, LIOTTA R J, INSOLIA A, *et al.* *Phys Rep*, 1998, **294**: 265.
- [51] ZHANG H F, ROYER G. *Phys Rev C*, 2007, **76**: 047304.
- [52] ZHANG H F, ROYER G. *Phys Rev C*, 2008, **77**: 054318.
- [53] WANG Y Z, ZHANG H F, DONG J M, *et al.* *Chin Phys Lett*, 2009, **26**: 062101.
- [54] WANG Y Z, ZHANG H F, DONG J M, *et al.* *Phys Rev C*, 2009, **79**: 014316.
- [55] WANG Y Z, DONG J M, PENG B B, *et al.* *Phys Rev C*, 2010, **81**: 067301.
- [56] ZHANG H F, ZUO W, LI J Q, *et al.* *Phys Rev C*, 2006, **74**: 017304.
- [57] OGANESSIAN Y T, UTYONKOV V K, LOBANOV Y V, *et al.* *Phys Rev C*, 2004, **69**: 021601(R); *Phys Rev C*, 2004, **69**: 029902(E); *Phys Rev C*, 2005, **72**: 034611.

- [58] AUDI G, WAPSTRA A H, THIBAULT C. Nucl Phys A, 2003, **729**: 337.
- [59] BASU D N. J. Phys G, 2004, **30**: B35; CHOWDHURY P R, BASU D N, SAMANTA C. Phys Rev C, 2007, **75**: 047306.
- [60] DONG J M, ZHANG H F, ZUO W, *et al.* Commun Theor Phys, 2009, **52**: 1055.
- [61] WANG Y J, ZHANG H F, ZUO W, *et al.* Chin Phys Lett, 2010, **27**: 062103.
- [62] ZHANG H F, GAO Y, WANG N, *et al.* Phys Rev C, 2012, **85**: 014325.
- [63] ROYER G, GUPTA R K, DENISOV V Y. Nucl Phys A, 1988, **632**: 275; Nucl Phys A, 2003, **729**: 3.
- [64] ZHANG H F, DONG J M, ROYER G, *et al.* Phys Rev C, 2009, **80**: 037307.
- [65] BAO X J, ZHANG H F, HU B S, *et al.* J Phys G, 2012, **39**: 095103.
- [66] KUKLIN S N, ADAMAIN G G, ANTONENKO N V. Phys Rev C, 2005, **71**: 014301.
- [67] ROYER G, REMAUD B. J Phys G, 1984, **10**: 1541.
- [68] ROYER G, HADDAD F. Phys Rev C, 1995, **51**: 2813.
- [69] ROYER G, ZBIRI K. Nucl Phys A, 2002, **697**: 630.
- [70] BONILLA C, ROYER G. Acta Phys Hung A, 2006, **25/1**: 000.
- [71] HOFMANN S. Prog Part Nucl Phys, 2009, **62**: 337.
- [72] MORITA K, MORIMOTO K, KAJI D, *et al.* J Phys Soc Jpn, 2004, **73**: 2593.
- [73] SWIATECKI W J. Phys Scr, 1981, **24**: 113.
- [74] SWIATECKI W J. Nucl Phys A, 1982, **376**: 275.
- [75] BOILLEY D, LÜ H L. Phys ReV C, 2011, **84**: 054608.
- [76] AGUILAR C E, BARBOSA V C, CANTO L F, *et al.* Nucl Phys A, 1987, **472**: 571.
- [77] IWAMOTO A, HARADA K. Z Phys A, 1987, **326**: 201.
- [78] LIU Z H, BAO J D. Phys Rev C, 2010, **81**: 044606.
- [79] ROYER G, GAUDILLOT J. Phys Rev C, 2011, **84**: 044602.
- [80] MIGNEN J, ROYER G, SEBILLE F. Nucl Phys A, 1988, **489**: 461.
- [81] ROYER G, REMAUD B. Nucl Phys A, 1985, **444**: 477.
- [82] WANG N, LIU M. Phys Rev C, 2010, **81**: 067302.
- [83] WANG N, LIANG Z Y, LIU M. Stutinsky Shell Correction [EB/OL][2012-11-26]. <http://www.imqmd.com/income/Strutinsky.pdf>.

## Generalized Liquid Drop Model and Its Application

ZHANG Haifei<sup>1</sup>, BAO Xiaojun<sup>1</sup>, WANG Jiamei<sup>1</sup>, HUANG Yin<sup>1</sup>, LI Junqing<sup>1, 2</sup>, ZHANG Hongfei<sup>1</sup>

(1. School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;

2. Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** Recent theoretical achievements and challenges about the fusion and decay properties of heavy and super-heavy nuclei are generally introduced. Especially, the Generalized Liquid Drop Model(GLDM) as well as its application are emphatically described. Based on the mass number, proton number and the reaction  $Q$  value, the GLDM has taken the mass and charge asymmetry, the shape evolution, the proximity potential, as well as the temperature of nucleus into account, well described the proton radioactivity, the  $\alpha$  decay, the heavy particle radioactivity, the half life of spontaneous fission of heavy nuclei and superheavy nuclei, and the cross-sections of heavy ion fusion. The competitions between the spontaneous fission and other decay modes such as proton and heavy particle radioactivity, the alpha decay, and so on are also studied.

**Key words:** heavy nuclei and superheavy nuclei; Generalized Liquid Droplet Model; particle radioactivity; spontaneous fission; fusion reaction

**Received date:** 16 Oct. 2012; **Revised date:** 16 Mar. 2013

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(11105035, 10975064, 11175074, 11120101005); Fundamental Research Funds for the Central Universities(lzujbky-2012-5); Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences(KJ CX-SYW-N02)

**Corresponding author:** ZHANG Hongfei, E-mail: zhangongfei@lzu.edu.cn

<http://www.npr.ac.cn>