

文章编号: 1007-4627(2010)02-0136-04

Bi 同位素链上原子核 α 衰变性质的理论研究*

王永佳¹, 张鸿飞^{1, #}, 王艳召¹, 董建敏¹, 蔡凌志¹, 李君清^{1, 2}, 左维^{1, 2}

(1 兰州大学核科学与技术学院, 甘肃 兰州 730000;

2 中国科学院近代物理研究所, 甘肃 兰州 730000)

摘要: 采用结团模型(cluster model)计算了从 $^{107}_{52}\text{Te}$ 到 $^{292}_{116}$ 共 443 个核素 α 衰变的半衰期, 所得结果与实验值符合得很好, 显示了结团模型可以成功地应用于研究原子核 α 衰变的性质。同时研究了 Bi 同位素链上奇 A 核 α 衰变的半衰期, 计算结果与已有的实验值的偏差一般在 3 倍以内, 进而对实验上未知 α 衰变半衰期的原子核的性质进行了预言。这有助于将来在实验室探测与鉴别这些原子核以及研究它们的 α 衰变性质。理论与实验的比较将加深人们对原子核结构的认识。

关键词: 结团模型; α 衰变; 半衰期

中图分类号: O571.32⁺¹ **文献标识码:** A

1 引言

研究原子核的衰变可以给人们带来许多原子核的信息, 尤其是 α 衰变, 是研究原子核结构和性质的重要途径之一。自 α 衰变现象发现以来, 许多物理学家试图解释这种现象。直到 1928 年, Gamow 将量子隧道效应^[1]用于解释 α 衰变, 并根据此得到了 $\log T_{1/2} = A Q_{\alpha}^{-1/2} + B$, 其中 A 和 B 对于同一元素视为常数, 这与 1911 年 Geiger 和 Nuttall 总结出的经验定律是一致的。但是从理论上得到的 $T_{1/2}$ 与实验值仍有较大差距, 有的相差甚至超过上千倍。近年来, 在量子力学的基础上人们提出了许多计算半衰期 $T_{1/2}$ 的方法。例如, 结团模型^[2](CM)、推广的液滴模型^[3](GLDM)和密度依赖的结团模型^[4](DDCM)等, 这些模型都不同程度地再现了 α 衰变的半衰期。其中, 结团模型在计算时的核势采用了“cosh”势^[2]; 引入了 Bohr-Sommerfeld 量子化条件, 根据此条件确定了母核的半径 R; 而且没有引入碰撞频率; 这些是结团模型不同于其它模型的关键所在。我们根据 Audi 等人 2003 年发布的 α 衰变能和半衰期的实验值^[5, 6], 利用结团模型计算了从 $^{107}_{52}\text{Te}$ 到 $^{292}_{116}$ 共 443 个核的 α 衰变半衰期, 其中不

包括 Bi 同位素链上的核素, 理论值与实验值的平均误差在 3 倍以内; 尤其对于 155 个偶偶核, 平均误差只有 1.8 倍, 这样好的符合程度表明将结团模型用于计算 α 衰变的半衰期是合理的。

对于禁戒情况下的 α 衰变(母核和子核的自旋及宇称不同), 结团模型也有很好的适用性^[7, 8]。Bi 链上的核素衰变时跨越 $Z=82$ 的满壳层, 而且母核和子核的自旋及宇称不同, α 粒子都带走轨道角动量。任中洲等^[8]已经指出, α 粒子带走的轨道角动量的影响非常重要且必须考虑。文献[8]用结团模型计算了中子数为 127 链上的核素禁戒 α 衰变的半衰期, 得到了很好的结果。本文在该思路的基础上, 选取合适的轨道角动量 L, 计算了 Bi 同位素链上的核素禁戒 α 衰变的半衰期, 给出详细的计算结果并进行了相应的分析和讨论。对实验上还没观测到的 Bi 同位素链上原子核的 α 衰变性质做出了预言。

2 理论模型

结团模型把母核的基态看成是 α 粒子处于围绕子核的轨道上, 轨道由主量子数 $G=2n+L$ 描述, n 为径向波函数的节点数, L 为 α 粒子带走的轨道角

* 收稿日期: 2009-07-13; 修改日期: 2009-08-28

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10775061, 10505016, 10575119, 10805016); 兰州大学理论物理与数学纯基础科学基金资助项目(LZULL200805); 中国科学院知识创新工程重点方向项目(KJXC3-SYW-No2); 国家重大基础研究发展规划资助项目(2007CB815004)

作者简介: 王永佳(1987-), 男(汉族), 新疆乌苏人, 硕士研究生, 从事原子核理论研究; E-mail: wangyjia05@lzu.cn

通讯联系人: 张鸿飞, E-mail: zhanghongfei@lzu.edu.cn

动量。 α 粒子相对于子核的势为^[2]

$$V(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{\hbar^2 \left(L + \frac{1}{2}\right)^2}{2\mu r^2}, \quad (1)$$

其中, 第一项为核势为

$$V_N(r) = -V_0 \frac{1 + \cosh(R/a)}{\cosh(r/a) + \cosh(R/a)}, \quad (2)$$

第二项为库仑势为

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}, & r > R \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R} \left[3 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right], & r \leq R \end{cases} \quad (3)$$

第三项为离心势, 用 $(L + 1/2)^2$ 代替了 $L(L + 1)$ 。经典转折点 r_1 , r_2 和 r_3 由 $V(r) = Q_\alpha$ 确定。半径参数 R 由 Bohr-Sommerfeld 量子化条件确定^[9]:

$$\int_{r_1}^{r_2} dr \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} [Q_\alpha - V_N(r) - V_C(r)] - \frac{[L + (1/2)]^2}{r^2}} = (2n + 1) \frac{\pi}{2} = (G - L + 1) \frac{\pi}{2}. \quad (4)$$

在准经典近似下, α 衰变的衰变宽度为

$$\Gamma = PF \frac{\hbar^2}{4\mu} \exp\left[-2 \int_{r_2}^{r_3} dr k(r)\right], \quad (5)$$

F 为归一化常数, 由下面的表达式给出:

$$F \int_{r_1}^{r_2} dr \frac{1}{k(r)} \cos^2 \left[\int_{r_1}^{r_2} dr' k(r') - \frac{\pi}{4} \right] = 1, \quad (6)$$

$k(r)$ 是波数:

$$k(r) = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} |Q_\alpha - V(r)|}. \quad (7)$$

Buck 等^[2] 给出的一组参数: $V_0 = 162.3$ MeV, $a = 0.40$ fm; G 值的选取考虑中子壳层的影响, G 的取值为

$$\begin{aligned} G_1 &= 22, & N > 126 \\ G_2 &= 20, & 82 < N \leq 126 \\ G_3 &= 18, & N \leq 82. \end{aligned} \quad (8)$$

P 是预形成因子, 对于偶偶核 $P = 1$; 奇偶核 $P = 0.6$; 奇奇核 $P = 0.35$ 。 α 粒子带走的轨道角动量 L 统一取 0。

最后 α 衰变的半衰期表示为

$$T_\alpha = \hbar \frac{\ln 2}{\Gamma}. \quad (9)$$

3 理论计算结果与分析

根据上述的计算过程, 建立计算 α 衰变半衰期的程序, 计算了共 443 个核素 α 衰变的半衰期。定义标准偏差:

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [\log_{10}(T_i^{\text{Exp}}/T_i^{\text{Cal}})]^2}{N}}, \quad (10)$$

平均偏差:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^N |\log_{10}(T_i^{\text{Exp}}/T_i^{\text{Cal}})|}{N}. \quad (11)$$

对于实验上已知其半衰期的 443 个原子核, 取对数后半衰期的理论值与实验值的标准偏差和平均偏差分别为 0.31 和 0.24, 则对应的半衰期的理论值与实验值的标准偏差和平均偏差分别为 4.3 倍和 2.6 倍。从图 1 中可以看到, 对于其中 155 个偶偶核, 理论计算与实验值符合更好, 半衰期的理论值与实验值的标准偏差和平均偏差分别为 2.0 倍和 1.8 倍。这表明结团模型可以非常成功地用于研究原子核的 α 衰变性质。

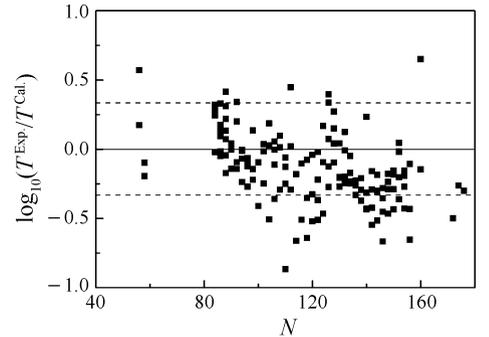


图 1 155 个偶偶核的半衰期实验值与理论计算的偏差
虚线表示实验值与理论值相差 2 倍。

但是, 对于 Bi 链上的核素, 计算结果并不好。结团模型没有考虑质子幻数对预形成因子的影响; 而且 α 粒子带走的角动量 L 统一取 0, 对于偶偶核取 $L = 0$ 是可行的, 但对于奇 A 核与奇奇核这样的选取并不恰当。所以, 需要从 α 粒子的预形成因子和 α 粒子带走的角动量 L 两个方面进行调整。在结团模型中, L 的改变不仅会改变离心势垒, 而且会影响 Bohr-Sommerfeld 量子化条件, 从而改变 R 的值, 而计算结果对 R 的变化十分敏感, 所以, 在计算时不能忽略 α 粒子带走的轨道角动量的影响。

我们通过计算研究,重新调整了参数:当 $N < 126$ 时,将预形成因子 P 取为 0.3;当 $N \geq 126$ 时,预形成因子 P 取为 0.01,主量子数 G 取 $21(N \leq 126)$; $G = 23(N > 126)$ 。这样的选取是考虑 126 这个满壳层的影响^[10],当中子数 N 刚好超过 126 时, α 粒子在核内较难形成,所以预形成因子较小。具体的计算结果见图 2 和表 1。

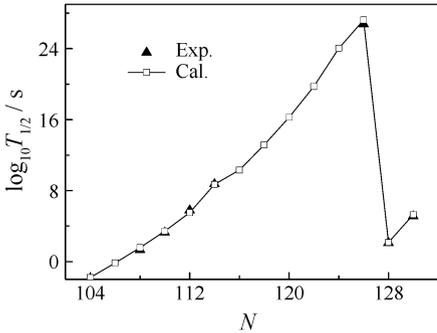


图 2 Bi 链上奇 A 核 α 衰变半衰期的实验值与理论计算结果的比较

从表 1 和图 2 中可以看出,对于有确定实验值的核,计算结果与实验值很接近;对于实验值尚不确定的核,也给出了计算结果,这些结果有待于实验上进一步确定。从图 3 中可以看出,计算结果与 Geiger-Nuttall 经验公式符合很好,表明了我们所

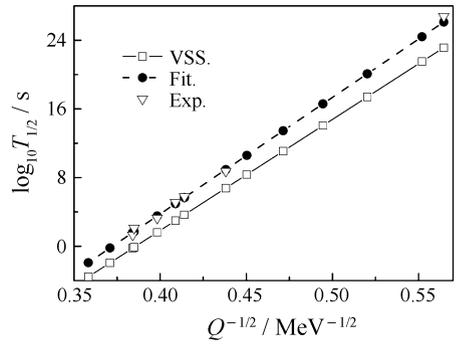


图 3 Bi 链上核素实验值和理论计算半衰期与 $Q_\alpha^{-1/2}$ 的关系

选参数的合理性。我们根据理论计算结果拟合得到: $\log_{10} T_{1/2} = 135.84Q_\alpha^{-1/2} - 50.58$, 这与著名的 Viola-Seaborg 公式: $\log_{10} T_{1/2} = (aZ + b)Q_\alpha^{-1/2} + (cZ + d) + h_{\log}$ 是一致的。Sobiczewski 等^[11]给出的一组参数: $a = 1.66175$, $b = -8.5166$, $c = -0.20228$, $d = -33.9069$, 对于奇 Z 偶 N 核, $h_{\log} = 0.772$ 。利用这组参数计算的结果为 $\log_{10} T_{1/2} = 129.408Q_\alpha^{-1/2} - 49.924$ 。从表 1 和图 3 中都能看出, VSS 公式计算的结果与实验值相差甚远,这是因为简单的 VSS 公式没有考虑壳效应,而这对于壳层附近的核影响是非常大的。利用我们拟合的公式,计算的结果与实验值的平均误差在 3 倍以内。

表 1 Bi 链上奇 A 核 α 衰变半衰期的理论计算结果与实验值

A	Q_α/MeV	$T_{1/2}$	分支比(%)	I_i	I_f	L	$T_\alpha^{\text{Exp.}}$	$T_\alpha^{\text{Cal.}}$	$T_\alpha^{\text{Fit.}}$	T_α^{VSS}
187	7.789	32 ms	>50	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	—	16.4 ms	12.4 ms	0.28 ms
189	7.270	674 ms	>50	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	—	0.70 s	0.63 s	0.01 s
191	6.778	12.3 s	60	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	20.5 s	37.5 s	39.5 s	0.61 s
193	6.304	67 s	3.5	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	0.53 h	0.75 h	0.92 h	0.01 h
195	5.832	183 s	0.03	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	7.06 d	3.81 d	5.41 d	0.053 d
197	5.210	9.3 min	<10 ⁻⁴	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	17.7 a	16.1 a	27.2 a	0.19 a
199	4.932	27 min	—	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	—	2.14×10 ¹⁰ s	3.87×10 ¹⁰ s	2.22×10 ⁸ s
201	4.500	108 min	<10 ⁻⁴	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	—	1.44×10 ¹³ s	2.85×10 ¹³ s	1.2×10 ¹¹ s
203	4.090	11.76 h	<10 ⁻⁵	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	—	1.82×10 ¹⁶ s	3.88×10 ¹⁶ s	1.16×10 ¹⁴ s
205	3.695	15.31 d	—	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	—	5.45×10 ¹⁹ s	1.22×10 ²⁰ s	2.5×10 ¹⁷ s
207	3.282	32.9 a	—	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	—	1.09×10 ²⁴ s	2.53×10 ²⁴ s	3.22×10 ²¹ s
209	3.137	1.9×10 ¹⁹ a	100	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	6.0×10 ²⁶ s	1.66×10 ²⁷ s	1.3×10 ²⁶ s	1.38×10 ²³ s
211	6.750	128.4 s	100	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	128.4 s	143 s	50.7 s	0.77 s
213	5.982	45.6 min	2.09	9/2 ⁻	1/2 ⁺	5	1.50 d	2.24 d	1.1 d	0.01 d

* $T_{1/2}$ 为母核的半衰期; 第 4 列为 α 衰变的分支比; I_i 为母核基态的自旋与宇称^[6]; I_f 为子核基态的自旋与宇称^[6]; L 为 α 粒子的轨道角动量; $T_\alpha^{\text{Exp.}}$ 为母核 α 衰变半衰期的实验值; $T_\alpha^{\text{Cal.}}$ 为结团模型计算的 α 衰变半衰期的理论值; $T_\alpha^{\text{Fit.}}$ 为拟合的结果; T_α^{VSS} 为利用 VSS 公式计算得到的结果。

4 总结

根据结团模型编写程序, 计算了从 $^{107}_{52}\text{Te}$ 到 $^{292}_{116}$ 共 443 个核的半衰期, 实验数据均取自 Audi 发表的最新数据(2003 年)^[5, 6]。计算结果表明, 理论值与实验值符合得很好。对于 Bi 链上的奇 A 核, 考虑角动量的影响(这对于奇 A 核和奇奇核是非常必要的), 调整了预形成因子和 α 粒子带走的角动量, 调整之后的计算结果与实验值符合得很好。理论计算结果表明, 结团模型有很好的适用性, 有助于对未知 α 衰变半衰期的原子核进行研究。

参考文献 (References):

- [1] Gamow G. *Z Phys*, 1928, **51**: 204.
 [2] Buck B, Merchant A C, Perez S M. *Phys Rev*, 1992, **C45**: 2247.
 [3] Royer G. *J Phys*, 2000, **G26**: 1149; Zhang Hongfei, Li Jun-

- qing, Zuo Wei, *et al.* *Phys Rev*, 2006, **C74**: 017304; Zhang H F, Royer G. *Phys Rev*, 2007, **C76**: 047304.
 [4] Ren Zhongzhou, Xu Chang. *Nuclear Physics Review*, 2005, **22**(4): 344(in Chinese).
 (任中洲, 许昌. *原子核物理评论*, 2005, **22**(4): 344.)
 [5] Audi G, Wapstra A H, Thibault C. *Nucl Phys*, 2003, **A729**: 337.
 [6] Audi G, Bersillon O, Blachot J, *et al.* *Nucl Phys*, 2003, **A729**: 3.
 [7] Xu Chang, Ren Zhongzhou. *High Energy Physics and Nuclear Physics*, 2004, **28**: 502(in Chinese).
 (许昌, 任中洲. *高能物理与核物理*, 2004, **28**: 502.)
 [8] Xu Chang, Ren Zhongzhou, *Phys Rev*, 2003, **C68**: 034319; Ren Zhongzhou, Xu Chang, Wang Yongqin, *et al.* *Nucl Phys*, 2004, **A738**: 318.
 [9] Buck B, Merchant A C. *Atomic Data and Nuclear Data Table*, 1993, **54**: 53.
 [10] Zhang H F, Royer G. *Phys Rev*, 2008, **C77**: 054318.
 [11] Peng Jinsong, Li Lulu, Zhou Shangui, *et al.* *Chinese Physics*, 2008, **C32**: 634.

Theoretical Study on α Decay Properties for Bi Isotopes^{*}

WANG Yong-jia¹, ZHANG Hong-fei^{1, #}, WANG Yang-zhao¹, DONG Jian-min¹,
 CAI Ling-zhi¹, LI Jun-qing^{1, 2}, ZUO Wei^{1, 2}

(1 *School of Nuclear Science and Technology, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*;
 2 *Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China*)

Abstract: The α -decay half-lives of 443 nuclei are investigated within the cluster model(CM). The results are compared with the experimental data. The coincidence between theoretical results and the experimental data are satisfied, implying the CM works quite well for the study on α -decay properties. Then the α -decay half-lives of Bi isotopes are calculated. The results are consistent with the known experimental data. The α -decay half-lives of the Bi isotopes without experimental data are predicted, which is useful for the future experimental detection and identification of these nuclei.

Key words: cluster model; α decay; half life

* **Received date:** 13 Jan. 2009; **Revised date:** 28 Aug. 2009

* **Foundation item:** National Science Foundation of China(10775061, 10505016, 10575119, 10805016); Fundamental Research Fund for Physics and Mathematics of Lanzhou University(LZULL200805); Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences(KJCX3-SYW-No2); Major State Basic Research Development Program of China(2007CB815004)

Corresponding author: Zhang Hong-fei, E-mail: zhanghongfei@lzu.edu.cn