

文章编号: 1007-4627(2010)01-0038-05

# RMF 理论中 Zr 同位素链壳结构的形变依赖性\*

李茂琼<sup>1</sup>, 赵鹏巍<sup>2</sup>, 孙保元<sup>2</sup>

(1 大理学院物理与电子信息学院, 云南 大理 671000;

2 北京大学物理学院, 北京 100871)

**摘要:** 基于球形与轴对称形变的相对论平均场(Relativistic Mean Field, 简称 RMF)理论模型, 分别计算了 Zr 同位素链的基态总能量, 并根据其差值提取了形变修正能后发现, Zr 同位素链丰中子区的核具有大的长椭形变, 对应的形变修正能可达到 10 MeV。利用 RMF 理论计算的基态能量, 在扣除液滴模型计算的结合能后, 得到了 Zr 同位素链的壳修正能。通过对壳修正能的分析后发现, 形变使  $N=50$  壳效应显著减弱。特别是在丰中子区, 大形变导致了  $N=50$  壳结构的消失。

**关键词:** 相对论平均场; Zr 同位素; 形变; 壳结构

**中图分类号:** O571.21

**文献标识码:** A

## 1 引言

原子核的形状和壳结构演化是核物理中重要的研究课题。近年来, 随着放射性核束技术的发展, 有可能对一些极端条件下的原子核结构研究, 在丰中子核区, 相继被发现了晕核<sup>[1, 2]</sup>、壳层结构变化<sup>[3]</sup>等一些新的物理现象。理论上对这些新现象的研究已成为当前研究的热点课题之一。由于多数原子核都是变形的, 因此对其基态性质的描述需要恰当地考虑形变导致的贡献。特别是形变效应对于深入理解奇特核中的奇特核现象, 如形变晕、壳结构变化、奇特核的形变模式等非常关键。

建立在相对论核多体量子场论基础上的相对论平均场(Relativistic Mean Field, 简称 RMF)理论, 在描述原子核基态性质以及核物质的饱和性等方面取得了巨大的成功<sup>[4-7]</sup>。本文利用球形以及形变的 RMF 理论, 计算了 Zr 同位素链的基态总能量, 通过扣除液滴模型的计算结果, 提取了相应的壳修正能量, 并进一步研究了原子核形变对  $N=50$  壳结构的影响。

## 2 理论框架

在 RMF 理论中, 核子被描述为在经典介子场中运动的 Dirac 粒子, 核子与核子之间通过交换  $\sigma$

介子、 $\omega$  介子和  $\rho$  介子发生相互作用(质子还交换光子产生电磁相互作用)。RMF 理论的出发点是含有核子与介子自由度的有效拉格朗日密度<sup>[5, 7, 8]</sup>:

$$\begin{aligned} L = & \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M - g_\sigma \sigma - g_\omega \gamma^\mu \omega_\mu - \\ & g_\rho \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu - e\gamma^\mu A_\mu \frac{1 - \tau_3}{2})\psi + \\ & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 - U(\sigma) - \\ & \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \\ & U(\omega) - \frac{1}{4} \mathbf{R}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{R}^{\mu\nu} + \\ & \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \cdot \boldsymbol{\rho}^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (1)$$

其中, 核子场  $\psi$  的质量为  $M$ , 介子  $\sigma$ ,  $\omega_\mu$  和  $\rho_\mu$  的质量分别为  $m_\sigma$ ,  $m_\omega$  和  $m_\rho$ , 相应与核子场的耦合常数为  $g_\sigma$ ,  $g_\omega$  和  $g_\rho$ ,  $\tau_3$  表示同位旋的第三分量,  $A_\mu$  为电磁场。其中,

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4,$$

$$U(\omega) = \frac{1}{4} c_3 (\omega_\mu \omega^\mu)^2,$$

分别为  $\sigma$  介子和  $\omega$  介子的非线性自耦合项,  $g_2$ ,  $g_3$  和  $c_3$  为相应的耦合常数。介子场和电磁场张量分别

\* 收稿日期: 2009-04-03; 修改日期: 2009-04-20

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10775004)

作者简介: 李茂琼(1964-), 女(汉族), 云南大理人, 副教授, 从事大学物理教学研究; E-mail: lmq1964@163.com

为

$$\begin{aligned}\Omega_{\mu\nu} &= \partial_{\mu}\omega_{\nu} - \partial_{\nu}\omega_{\mu}, \\ \mathbf{R}_{\mu\nu} &= \partial_{\mu}\boldsymbol{\rho}_{\nu} - \partial_{\nu}\boldsymbol{\rho}_{\mu}, \\ F_{\mu\nu} &= \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}.\end{aligned}$$

对(1)式采用变分原理, 可得核子的运动方程, 即 Dirac 方程:

$$\left\{ \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta[M + S(\mathbf{r})] + V_0(\mathbf{r}) \right\} \psi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i \psi_i(\mathbf{r}), \quad (2)$$

其中,  $\varepsilon_i$  是相应的单粒子本征能量。S( $\mathbf{r}$ ) 和  $V_0(\mathbf{r})$  分别是标量势和矢量势:

$$S(\mathbf{r}) = g_{\sigma}\sigma(\mathbf{r}),$$

$$V_0(\mathbf{r}) = g_{\omega}\omega_0(\mathbf{r}) + g_{\rho}\tau_3\rho_0(\mathbf{r}) + e\frac{1-\tau_3}{2}A_0(\mathbf{r}).$$

介子场和光子场的运动方程为

$$(-\nabla^2 + m_{\zeta}^2)\zeta(\mathbf{r}) = S_{\zeta}(\mathbf{r}), \quad (3)$$

其中,

$$S_{\zeta}(\mathbf{r}) = \begin{cases} -g_{\sigma}\rho_s(\mathbf{r}) - g_2\sigma^2(\mathbf{r}) - g_3\sigma^3(\mathbf{r}), & \zeta = \sigma \\ g_{\omega}j_{\text{B}}^{\omega}(\mathbf{r}) - c_3(\omega^{\nu}\omega_{\nu})\omega^{\mu}(\mathbf{r}), & \zeta = \omega^{\mu} \\ g_{\rho}j_{\text{R}}^{\rho}(\mathbf{r}), & \zeta = \rho_s^{\mu} \\ ej_{\text{C}}^e(\mathbf{r}), & \zeta = A^{\mu}. \end{cases}$$

上式中各种核子密度分别为

$$\rho_s(\mathbf{r}) = \sum_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r})\psi_i(\mathbf{r}),$$

$$j_{\text{B}}^{\omega}(\mathbf{r}) = \sum_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r})\boldsymbol{\gamma}^{\mu}\psi_i(\mathbf{r}),$$

$$j_{\text{R}}^{\rho}(\mathbf{r}) = \sum_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r})\boldsymbol{\gamma}^{\mu}\tau_{i3}\psi_i(\mathbf{r}),$$

$$j_{\text{C}}^e(\mathbf{r}) = \sum_i \bar{\psi}_i(\mathbf{r})\boldsymbol{\gamma}^{\mu}\frac{1-\tau_{i3}}{2}\psi_i(\mathbf{r}).$$

以上求和只对费米面以下的能级进行, 即“无海”近似。

在 RMF 近似以及“无海”近似下, 通过自洽求解方程(2)和(3)<sup>[9]</sup>, 可以得到原子核的单粒子波函数、方均根半径和四极形变参数等, 并计算系统的总能量  $E_{\text{RMF}}$ 。

$$E_{\text{RMF}} = E_{\text{part}} + E_{\sigma} + E_{\omega} + E_{\rho} + E_{\gamma} + E_{\text{cm}}$$

其中, 核子场与介子场贡献的能量分别为

$$E_{\text{part}} = \sum_{i=1}^A \varepsilon_i,$$

$$E_{\sigma} = -\frac{1}{2} \int d^3r [g_{\sigma}\rho_s(\mathbf{r})\sigma(\mathbf{r}) + \frac{1}{3}g_2\sigma^3(\mathbf{r}) + \frac{1}{2}g_3\sigma^4(\mathbf{r})],$$

$$E_{\omega} = -\frac{1}{2} \int d^3r [g_{\omega}\omega_0(\mathbf{r})j_{\text{B}}^{\omega}(\mathbf{r}) - g_{\omega}\omega(\mathbf{r})j_{\text{B}}(\mathbf{r}) - \frac{1}{2}c_3(\omega_{\mu}\omega^{\mu})^2(\mathbf{r})],$$

$$E_{\rho} = -\frac{1}{2} \int d^3r g_{\rho}\rho_0(\mathbf{r})j_{\text{R}}^{\rho}(\mathbf{r}),$$

$$E_{\gamma} = -\frac{e^2}{8\pi} \int d^3r A_0(\mathbf{r})j_{\text{C}}^e(\mathbf{r}).$$

另外, 在 RMF 模型中, 由于平移对称性被破坏, 因此需要进行质心修正。本文采用微观质心修正方法<sup>[10]</sup>, 相应的修正能量为

$$E_{\text{cm}} = -\frac{1}{2MA} \langle \hat{p}_{\text{cm}}^2 \rangle.$$

其中,  $M$  为核子场  $\psi$  的质量,  $A$  为同位素的质量数。

### 3 结果与讨论

实验发现, 处于基态的满壳核是球对称的, 远离满壳的核则往往具有稳定的形变。稳定形变核的基态和低激发态, 通常具有轴对称性<sup>[11]</sup>。因而, 绝大多数基于 RMF 理论的计算都是假设原子核具有反射对称的轴对称形变。为了研究形变效应对原子核壳结构的影响, 本文分别基于球形与形变的 RMF 理论模型, 采用 PK1 有效相互作用<sup>[12]</sup>, 计算 Zr 同位素链的基态总能量。我们采用主壳数为 18 的轴对称谐振子基展开的计算方法求解 Dirac 方程(2)和 Klein-Gordon 方程(3)。对 Zr 同位素链的计算表明, 引入对关联壳修正能量的整体变化趋势没有影响, 所以本文计算中没有考虑对关联效应。

#### 3.1 形变修正能的提取

利用形变 RMF 理论计算得到的 Zr 同位素链基态总能量  $E_{\text{RMF}}^{\text{def}}$  减去相应的球形 RMF 理论计算结果  $E_{\text{RMF}}^{\text{sph}}$ , 可以提取出形变对原子核基态总能量的贡献, 即形变修正能  $\Delta E$ :

$$\Delta E = E_{\text{RMF}}^{\text{def}} - E_{\text{RMF}}^{\text{sph}}.$$

图 1 给出了 Zr 同位素链的形变修正能  $\Delta E$  和四极形变参数  $\beta$  随中子数的变化。从图可知,  $\beta=0$  时

(对应  $N=50$ ),  $\Delta E=0$ , 这表明原子核为球形时相应的形变修正能为 0。原子核发生变形时, 无论形变大小如何, 都有相应的形变修正能产生。长椭圆形变比扁椭圆形变给出更大的形变修正能。在丰中子区, 特别是  $N=60$  附近的核, 由于具有较大的长椭圆形变, 其形变修正能甚至可达到约 10 MeV。

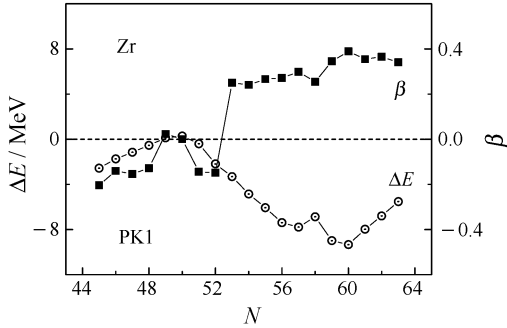


图 1 Zr 同位素链的形变修正能和四极形变参数随中子数  $N$  的变化

### 3.2 壳修正能量的提取与分析

由于自洽地考虑了自旋-轨道相互作用, RMF 理论对原子核的壳结构给出了合理的描述。将其与液滴模型计算结果相比较, 可以研究形变对 Zr 同位素链壳结构的影响。液滴模型把原子核看成是带电荷的理想液滴。基于此假设, Weizsäcker(1935) 提出了原子核结合能的经验公式, 即 Weizsäcker 公式<sup>[13]</sup>:

$$E_{LD}(Z, A) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C Z^2 A^{-1/3} - \frac{a_I(N-Z)^2}{A} - \delta A, \quad (4)$$

其中

$$\delta(A) = \begin{cases} 34 A^{-3/4} & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇 } A \text{ 核} \\ -34 A^{-3/4} & \text{奇奇核} \end{cases}$$

液滴模型计算结合能时并没有合适地考虑壳效应, 基于此, 从 RMF 理论计算的原子核基态总能量中扣除液滴模型计算的结合能  $E_{LD}$  后得到的能量可以定义为壳修正能量  $E_{shell}$ 。球形和形变 RMF 理论计算的壳修正能量分别为  $E_{shell}^{sph}$  和  $E_{shell}^{def}$ :

$$E_{shell}^{sph} = E_{RMF}^{sph} - E_{LD},$$

$$E_{shell}^{def} = E_{RMF}^{def} - E_{LD}.$$

相应地, 实验值对应的壳修正能量即为

$$E_{shell}^{exp} = E_{exp} - E_{LD}.$$

利用 Weizsäcker 公式拟合 Zr 同位素链结合能的实验值  $E_{exp}$ <sup>[14]</sup> 得到公式(4)中各参数值如下:

$$a_V = 15.43 \text{ MeV}, \quad a_S = 16.27 \text{ MeV},$$

$$a_C = 0.706 \text{ MeV}, \quad a_I = 24.2 \text{ MeV}.$$

由于在 RMF 理论计算中忽略了对关联效应, 因此公式(4)中对能贡献项  $\delta(A)$  也被忽略。把拟合得到的参数值代入 Weizsäcker 公式从而可得到液滴模型计算的原子核结合能  $E_{LD}$ 。

图 2 给出了分别用液滴模型、球形及轴对称形变的 RMF 理论计算的 Zr 同位素链原子核结合能与其实验值的比较。液滴模型计算结果和轴对称形变的 RMF 理论结果均与实验值符合得较好, 特别是在丰中子核区。而球形 RMF 理论由于没有考虑形变效应, 给出的结合能与实验值有显著差别。这也说明了 Zr 同位素链原子核具有很明显的形变效应。

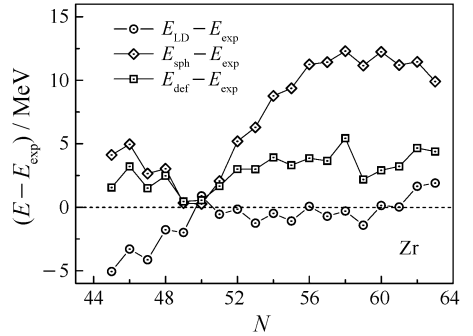


图 2 Zr 同位素链的原子核结合能理论值与实验值之差随中子数  $N$  的变化

图 3 给出了形变修正能和壳修正能量随中子数的变化。从图中可知, 在形变区域, 壳修正能量与形变修正能符号相反, 对总能量的贡献恰恰相反, 因而形变削弱了壳效应。对同一原子核, 球形时对应的壳修正能量要比形变时大, 形变的出现导致壳效应显著减弱, 特别是在丰中子区。壳修正能量的极小值对应着满壳 ( $N=50$ )。

作为比较, 可以考察从实验值提取的壳效应。如图 4 所示, 对于  $E_{shell}^{exp}$  曲线, 满壳以上的原子核 ( $N > 50$ ) 的壳修正能量变化平缓, 壳效应不显著。而对于  $(E_{shell}^{exp} - \Delta E)$  曲线, 由于扣除了形变修正能, 可以

看到显著的壳效应, 满壳出现在  $N=50$  处。对理论计算和实验结果的分析均表明, 形变修正能严重削弱了 Zr 同位素链的壳效应。特别是在丰中子区, 大的长椭圆形变导致了  $N=50$  壳结构的消失。

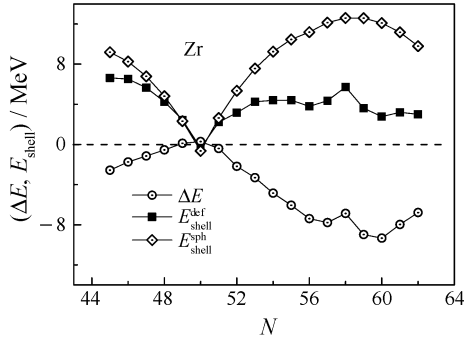


图 3 Zr 同位素链的形变修正能和壳修正能量随中子数  $N$  的变化

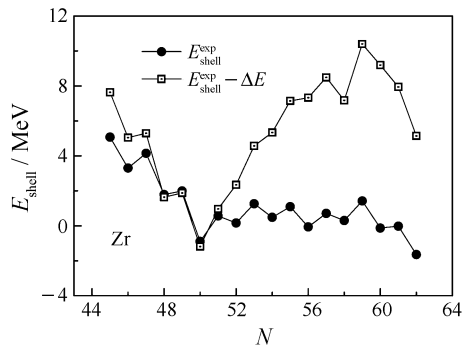


图 4 Zr 同位素链的壳修正能量随中子数  $N$  的变化

## 4 总结

本文在 RMF 理论框架下, 计算了 Zr 同位素链的基态总能量。通过提取形变修正能和壳修正能,

研究了壳结构的形变依赖性。结果表明: 对 Zr 同位素链, 在形变区域, 形变修正能抵消了壳修正能量的贡献, 形变使壳效应显著减弱。特别是在丰中子区, 较大的形变导致了  $N=50$  壳结构的消失。

## 参考文献 (References):

- [1] Tanihata I, Hamagaki H, Hashimoto O, *et al.* Phys Rev Lett, 1985, **55**: 2676.
- [2] Meng J, Ring P. Phys Rev Lett, 1996, **77**: 3963.
- [3] Ozawa A, Kobayashi T, Suzuki T, *et al.* Phys Rev Lett, 2000, **84**: 5493.
- [4] Serot B D, Walecka J D. Adv Nucl Phys, 1986, **16**: 1.
- [5] Ring P. Prog Part Nucl Phys, 1996, 37: 193.
- [6] Vretenara D, Afanasjev A V, Lalazissic G A, *et al.* Phys Rep, 2005, **409**: 101.
- [7] Meng J, Toki H, Zhou S G. Prog Part Nucl Phys, 2006, **57**: 470.
- [8] Reinhard P G. Rep Prog Phys, 1989, **52**: 439.
- [9] Zhou S G, Meng J, Ring P. Phys Rev, 2003, **C68**: 034323.
- [10] Bender M, Rutz K, Reinhard P G, *et al.* Eur Phys J, 2000, **A7**: 467.
- [11] Gao Chongshou, Zeng Jinyan. Lectures on Particle Physics and Nuclear Physics. Beijing: Higher Education Press, 1998, 299—304(in Chinese). (高崇寿, 曾谨言. 粒子物理和核物理讲座. 北京: 高等教育出版社, 1998, 299—304.)
- [12] Long W H, Meng J, Giai N V, *et al.* Phys Rev, 2004, **C69**: 034319.
- [13] Ring P, Schuck P. The Nuclear Many Body Problem. Springer, 1980, 4.
- [14] Audi G, Wapstra A H, Thibault C. Nuclear Physics, 2003, **A729**: 337.

# Deformation Effect on Shell Structure for Zr Isotopic Chain in RMF Theory\*

LI Mao-qiong<sup>1,1)</sup>, ZHAO Peng-wei<sup>2</sup>, SUN Bao-yuan<sup>2</sup>

(1 College of Physics and Electronic Information, Dali University, Dali 671000, Yunnan, China;

2 School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract:** The total binding energy of nuclei for Zr isotopic chain is calculated by the spherical and axial

\* Received date: 3 Apr. 2009; Revised date: 20 Apr. 2009

\* Foundation item: National Natural Science Foundation of China(10775004)

1) E-mail: lmq1964@163.com

deformed relativistic mean-field(RMF) theory respectively, and the energy contribution due to the deformation(i. e. , deformation correction energy) is extracted. It is found that the neutron-rich nuclei in the isotopic chain have large prolate deformation, and corresponding deformation correction energy can be up to 10 MeV. The shell correction energy is obtained by the difference between the binding energies calculated by the liquid model and those by the RMF calculations. Detailed analysis indicates that the deformation weakens the shell effect of  $N=50$  remarkably. Especially for the neutron-rich nuclei, large deformation leads to disappearance of the  $N=50$  shell structure.

**Key words:** relativistic mean-field theory; Zr isotope; deformation; shell structure