

文章编号: 1007-4627(2008)02-0123-06

超导螺线管的冷铁轭优化*

李青^{1,2}, 马力祯^{1, #}, 何源¹, 吴巍^{1,2}, 卞文龙^{1,2}, 姚庆高^{1,2}

(1 中国科学院近代物理研究所, 甘肃 兰州 730000;

2 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要: 介绍了超导螺线管的冷铁轭优化设计方法, 即采用均匀设计结合有限元软件 Opera 作为试验手段进行研究。对该方法进行了举例说明, 并得到物理量与参数之间的关系式, 并验证了关系式的精度, 以此证明此优化方法的可行性。

关键词: 冷铁轭; 均匀设计法; 有限元软件 Opera; 多元线性回归分析

中图分类号: TM153 **文献标识码:** A

1 引言

螺线管常作为感应加速器、电子直线加速器等粒子聚焦透镜, 在对撞机的对撞点上安装的大体积、高精度的探测器也多用螺线管形式的磁体。近年来, 随着加速器能量的不断提高, 对磁场强度的要求也越来越高, 常规螺线管不能满足要求, 因此以超导技术为基础的螺线管逐步代替了常规螺线管。

一般情况下, 超导螺线管外会装配铁轭。装配铁轭一般具有 3 种作用: (1) 增强有效使用空间内的磁场强度; (2) 减少线圈产生的磁场漏场; (3) 当磁体失超时, 有利于减少储能能量^[1]。铁轭的安排有两种方式: 一是“温铁”结构, 另一种是“冷铁”结构。“冷铁”结构的磁体是将铁轭连同超导线圈一起浸泡在液氦容器中。这种情况下铁轭对磁场的贡献相比“温铁”结构的要大许多, 因此这种结构可相当大地节省超导线。然而, 铁轭的引入使得磁场的计算变得复杂。铁轭不饱和时可以用镜像电流和不变磁导率等方法计算。饱和时以上方法不再那样适用, 通常采用数值计算方法对磁场进行模拟。常用的电磁场数值模拟软件都只能解决正向问题, 即给定磁体结构参数, 得到磁场分布。但在实际工程设计中往往是一个逆过程, 即由已知磁场分布确定最优的磁体结构参数。当磁体结构参数很少时, 可以

通过试凑的方法设计, 但是当参数较多时, 试凑法变得费力, 甚至不能进行。因此, 本文针对多参数问题提出了一种新的、方便有效的设计方法。

2 设计方法

本方法是在不用考虑铁轭是否饱和的情况下, 将试验设计与有限元数值模拟相结合, 对冷铁轭的尺寸进行优化。此方法主要分为 3 个步骤: (1) 利用均匀设计方法安排试验; (2) 按照试验安排利用有限元软件 Opera 对每一次试验进行模拟; (3) 对模拟的结果进行多元线性回归分析, 得到目标和各因素之间的表达式, 其形式可表示为

$$y_i = F_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_j), \\ i, j = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

y_i 为第 i 个目标, x_j 为第 j 个因素。通常整个试验设计经过两到三轮以上的试验步骤后达到试验目的。通常首轮试验先在较大的条件范围内进行, 初步建立起回归模型, 之后缩小试验范围进行下轮试验并进一步修正回归模型。下面具体介绍以上步骤。

2.1 用均匀设计法安排试验

优化试验设计方法是应用数学原理来科学安排试验, 尽可能少做试验而快速找到生产和科研的最优方案的方法。目前已发展起来众多优化试验设计

* 收稿日期: 2007-08-27; 修改日期: 2007-10-31

* 基金项目: 中国科学院近代物理研究所所长基金资助项目(O615010SZ0); 中国科学院西部之光人才培养计划(O715060XLO)

作者简介: 李青(1981-), 女(汉族), 山东临沂人, 硕士研究生, 从事磁铁设计与测量研究; E-mail: liqing@impcas.ac.cn

通信联系人: 马力祯, E-mail: malz@impcas.ac.cn

方法,如正交试验法、均匀设计法、回归分析法和单纯形法等。这些方法在处理不同问题时还可以结合使用。其中,均匀设计法的优点在于可以从尽可能少的试验次数中揭示出因素与目标之间的关系。当所研究的因素和水平数目较多时,均匀设计试验法比其它试验设计方法(如正交试验设计法、单纯形试验法)所需的试验次数要少。

本文利用均匀设计法来安排试验。在装配有冷铁轭的超导螺线管中,铁轭的各个尺寸参数(如长度、厚度等)都会对螺线管磁场分布产生影响,每个参数称为一个因素,而每个参数会有众多取值,每一个取值称为一个水平。均匀设计法可以在 k 因素 l 水平空间中挑出“均匀分散”的试验点进行试验。

“均匀分散”使试验点均衡地分布在试验范围内,让每一个试验点有充分的代表性。均匀设计是通过均匀设计表来进行试验设计的,每个均匀设计表有一个代号 $U_n^*(q^s)$, U 表示均匀设计, n 表示做 n 次试验, q 表示每个因素有 q 个水平, s 表示该表有 s 列。每一个均匀设计表还附有一个使用表,可以根据试验因素数和水平数选择合适的表进行试验安排。例如,均匀设计表 $U_{26}^*(26^{11})$ 见表 1,其附加使用表见表 2。如果有 4 个试验因素,可以从表 2 中查到选用 1, 3, 8 和 11 列来安排试验,其中最后一列 D 表示均匀度的偏差。偏差值越小,表示均匀分散性越好。一般情况下,试验的次数取因素数的 3—5 倍。

表 1 均匀设计表 $U_{26}^*(26^{11})$

n	s										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	4	5	7	10	13	16	17	19	20	25
2	2	8	10	14	20	26	5	7	11	13	23
3	3	12	15	21	3	12	21	24	3	6	21
4	4	16	20	1	13	25	10	14	22	26	19
5	5	20	25	8	23	11	26	4	14	19	17
6	6	24	3	15	6	24	15	21	6	12	15
7	7	1	8	22	16	10	4	11	25	5	13
8	8	5	13	2	26	23	20	1	17	25	11
9	9	9	18	9	9	9	9	18	9	18	9
10	10	13	23	16	19	22	25	8	1	11	7
11	11	17	1	23	2	8	14	25	20	4	5
12	12	21	6	3	12	21	3	15	12	24	3
13	13	25	11	10	22	7	19	5	4	17	1
14	14	2	16	17	5	20	8	22	23	10	26
15	15	6	21	24	15	6	24	12	15	3	24
16	16	10	26	4	25	19	13	2	7	23	22
17	17	14	4	11	8	5	2	19	26	16	20
18	18	18	9	18	18	18	18	9	18	9	18
19	19	22	14	25	1	4	7	26	10	2	16
20	20	26	19	5	11	17	23	16	2	22	14
21	21	3	24	12	21	3	12	6	21	15	12
22	22	7	2	19	4	16	1	23	13	8	10
23	23	11	7	26	14	2	17	13	5	1	8
24	24	15	12	6	24	15	6	3	24	21	6
25	25	19	17	13	7	1	22	20	16	14	4
26	26	23	22	20	17	14	11	10	8	7	2

表 2 均匀设计表 $U_{26}^*(26^{11})$ 附加使用表*

f	列号										D
2	1	7									0.058 8
3	1	5	9								0.112 6
4	1	3	8	11							0.131 1
5	1	2	3	8	11						0.168 3
6	1	2	4	6	7	9					0.182 8
7	1	2	3	8	9	10	11				0.196 7

* f 为试验因素的个数。

2.2 用有限元软件 Opera 进行三维磁场模拟

在实际情况中是不可能做若干次试验的，因此利用专门计算磁场的有限元软件 Opera 对第 2.1 节中均匀设计法安排的试验进行三维模拟，将其模拟的结果作为试验测量值。

2.3 利用多元线性回归分析法分析试验结果

回归分析是用来处理变量之间相互关系的工具，它不仅提供建立变量间关系的数学表达式——经验公式，而且利用概率统计知识进行了分析讨论，从而判断经验公式的正确性。多元线性回归是研究一个因变量(y)和多个自变量(x_i)之间相互依存的线性关系。一些非线性回归问题，也可以转化成线性回归问题^[2]。例如，常用的多项式模型：

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ii} x_i^2 + \dots, \quad (2)$$

a_i, a_{ij}, a_{ii} 为常数($i=0, 1, 2, \dots; i \neq j$)，可以将各次项看作是新的自变量，从而转换成线性回归模型。通常线性回归分析有 5 种方法：(1) 引入法(Enter)；(2) 逐步选择法(Stepwise)；(3) 移除法(Remove)；(4) 向后剔除法(Backward)；(5) 向前引入法(Forward)。可以根据需要采用不同的方法进行分析。

3 设计实例

利用第 2 节中所述的方法对一个尺寸确定的超导螺线管进行铁轭设计。已知超导螺线管电流密度为 255 A/mm^2 。利用 Opera 进行三维建模，计算得到在中心产生的磁场 $B_0 = 2.623 3 \text{ T}$ ，中心(0, 0)附近径向 $\pm 15 \text{ mm}$ 内的均匀度 $U_r = 1.957 501 \times 10^{-3}$ 、轴向 $\pm 15 \text{ mm}$ 内的均匀度 $U_y = 3.969 907 \times 10^{-3}$ 。在螺线管外装配上铁轭(本例中采用电工纯

铁 DT4 作为铁轭的材料)后，Opera 三维图及轴向截面图如图 1 所示。

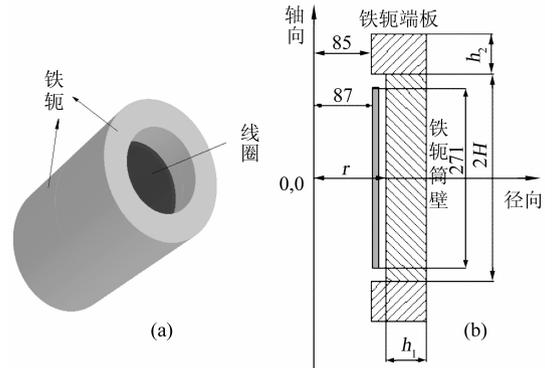


图 1 超导螺线管示意图

(a) Opera 三维建模图, (b) 轴向截面图。

铁轭的筒壁内径 r 、高度 $2H$ 、筒壁厚度 h_1 和端板厚度 h_2 均可能影响到磁场，因此有 4 个因素。由于是冷铁轭结构，铁轭距离线圈不会太远，所以设置各个参数的范围如表 3 所示。所考察的物理量有 3 个：中心磁场值 B_0 、中心(0, 0)附近径向 $\pm 15 \text{ mm}$ 内的均匀度 U_r 和轴向 $\pm 15 \text{ mm}$ 内的均匀度 U_y 。在各因素范围内均匀取 26 个水平，通过查均匀设计表可以设计 26 次试验，然后用 Opera 模拟磁场，相关数据及结果见表 4。

表 3 各参数范围

参数/mm	范围
r	98.9—148.9
h_1	37—62
h_2	37—62
H	138—188

然后采用多项式模型对试验结果进行线性回归。首先确定两个阈值 $\alpha_{in} = 0.05$ 和 $\alpha_{out} = 0.1$ ，用于决定变量能否入选或剔除。利用不同的线性回归方法后得到各个物理量的表达式为

$$B_0 = (32 774.873 - 0.414r h_1 - 0.335rH + 0.461h_1 h_2 + 0.226h_1 H + 0.001r^3 - 0.003h_2^2 + 0.000 2H^3)/10^4, \quad (3)$$

$$U_r = (-619 353.276 + 24 087.914H + 2 260.839h_1 + 113.584Hr - 95.431H^2 - 85.566r^2)/10^9, \quad (4)$$

$$U_y = (-1\,192\,767.413 + 48\,757.359H + 4\,521.153h_1 + 216.896Hr - 188.210H^2 - 165.885r^2)/10^9. \quad (5)$$

由以上表达式可以看出,对于均匀度含有 h_2 的项因其不显著性而均被剔除。多元线性回归分析结果见表 5。

表 4 试验设计及结果

试验号	参数/mm				物理量		
	r	h_1	h_2	H	B_0/T	$U_r (\times 10^{-3})$	$U_y (\times 10^{-3})$
1	98.9	41	53	186	2.955 05	1.856 760	3.787 290
2	100.9	46	43	182	2.963 68	1.909 432	3.890 290
3	102.9	51	60	178	2.965 51	1.943 360	3.955 860
4	104.9	56	50	174	2.991 14	1.957 710	3.982 230
5	106.9	61	40	170	2.954 71	1.954 960	3.974 490
6	108.9	39	57	166	2.924 76	1.895 740	3.854 540
7	110.9	44	47	162	2.935 11	1.893 709	3.848 204
8	112.9	49	37	158	2.939 96	1.876 825	3.812 504
9	114.9	54	54	154	2.941 63	1.835 375	3.727 826
10	116.9	59	44	150	2.942 79	1.787 458	3.631 233
11	118.9	37	61	146	2.925 84	1.696 069	3.448 484
12	120.9	42	51	142	2.943 68	1.653 560	3.363 734
13	122.9	47	41	138	2.955 34	1.615 285	3.288 466
14	124.9	52	58	188	2.879 95	2.020 486	4.096 280
15	126.9	57	48	184	2.876 79	1.994 386	4.042 976
16	128.9	62	38	180	2.874 59	1.964 417	3.981 999
17	130.9	40	55	176	2.870 19	1.920 924	3.894 229
18	132.9	45	45	172	2.873 63	1.888 702	3.828 902
19	134.9	50	62	168	2.875 96	1.845 950	3.742 802
20	136.9	55	52	164	2.879 28	1.801 001	3.652 641
21	138.9	60	42	160	2.883 90	1.755 165	3.561 006
22	140.9	38	59	156	2.887 50	1.698 431	3.447 948
23	142.9	43	49	152	2.898 00	1.654 465	3.360 834
24	144.9	48	39	148	2.905 94	1.615 766	3.284 752
25	146.9	53	56	144	2.919 41	1.555 316	3.165 101
26	148.9	58	46	140	2.930 78	1.514 740	3.086 170

表 5 多元线性回归分析结果

物理量	R	R^2	Adj- R^2	标准误差	F 检验值
B_0	0.986	0.973	0.962	69.606	91.339
U_r	0.988	0.977	0.971	2.467	166.629
U_y	0.988	0.977	0.971	4.956	167.874

为了验证以上回归方程的可信性和适用性,在因素空间中取一组数据进行验证,用 Opera 软件计算磁场,将结果作为测量值和回归方程计算出的值进行比较。对于均匀度,存在不显著因素 h_2 ,在 Opera 磁场计算时可令 $h_2 = h_1$ 。试验安排见表 6。

表 6 试验安排

试验号	r/mm	h_1/mm	h_2/mm	H/mm
1	98.9	56	56	138.8
2	98.9	56	56	143.8
3	98.9	56	56	148.8
4	98.9	56	56	153.8
5	98.9	56	56	158.8
6	98.9	56	56	163.8
7	98.9	56	56	168.8
8	98.9	56	56	173.8
9	98.9	56	56	178.8
10	98.9	56	56	183.8
11	98.9	56	56	188

Opera 模拟结果及回归方程计算结果相关数据的比较见图 2。经比较知， B_0 的模拟结果和回归方程计算值之间的相对误差小于 0.07%， U_r 的相对误差小于 1.95%， U_y 的相对误差小于 1.83%，这说明回归方程是具有一定可信度的。

由于以上得到的回归方程具有一定的可信度，就可以根据需要来设计铁轭尺寸。例如，如果要求磁体的均匀度 U_r 好于 0.001 7， U_y 好于 0.003 5，而铁轭的材料要求最省，就可以利用 Matlab 来解决上述问题，其数学描述为

$$\min \{ V_{\text{体积}} = 2\pi[(r+h_1)^2 - 85^2]h_2 + 2\pi[(r+h_1)^2 - r^2]H \}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} (-619\ 353.276 + 24\ 087.914H + 2\ 260.839h_1 + 113.584Hr - 95.431H^2 - 85.566r^2)/10^9 \leq 0.001\ 7 \\ (-1\ 192\ 767.413 + 48\ 757.359H + 4\ 521.153h_1 + 216.896Hr - 188.210H^2 - 165.885r^2)/10^9 \leq 0.003\ 5 \\ r \in [98.9, 148.9], h_1 = h_2 \in [37, 62], H \in [138, 188] \end{cases}$$

得到结果 $r=98.9, h_1=h_2=37, H=138$ 。可见，在所研究的范围内，铁轭越靠近线圈，其均匀度越好，并且体积越小。但是在实际情况中，考虑到铁轭的饱和及漏磁，还需适当地增加铁轭的厚度。

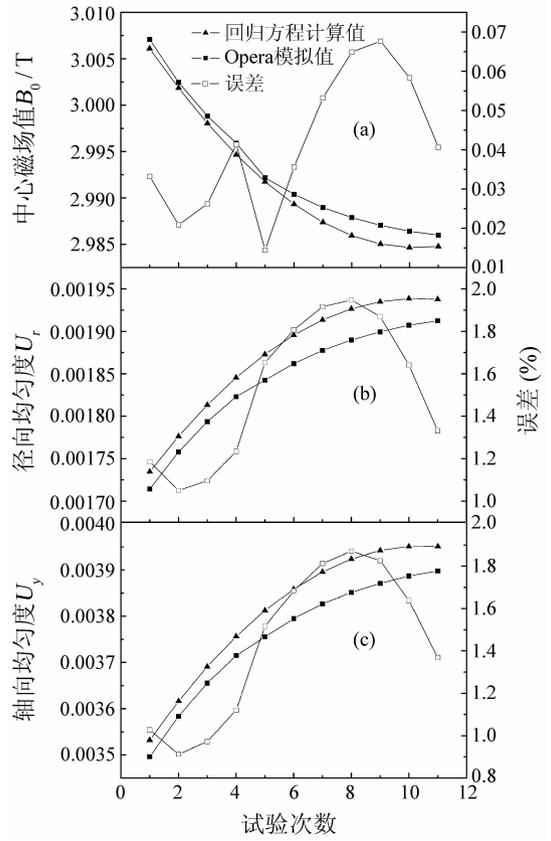


图 2 Opera 模拟结果与回归方程计算结果的比较 (a)中心磁场值比较及误差，(b)径向均匀度比较及误差，(c)轴向均匀度比较及误差，(b)和(c)中的实验点同(a)。

4 结论

通过实例可以看出，在均匀设计法安排较少次数的试验情况下，利用多元线性回归方法分析试验方法得到的回归方程具有一定的可信度，此方法是研究多因素多目标问题的有效方法。同时，可以利用得到的回归方程来研究冷铁轭情况下铁轭的尺寸变化所引起的磁场变化趋势，从而进行相应的预报与控制。

参考文献 (References):

[1] Zhang Xinmin. Superconducting Cryogenic Technique and Particle Accelerator. Beijing: Science Press, 1994(1), 66(in Chinese).
(张新民. 超导低温技术与粒子加速器. 北京: 科学出版社, 1994, 第 1 版, 66.)

[2] Fang Kaitai. Uniform Design and Uniform Table. Beijing: Science Press, 1994, 19—34(in Chinese).

(方开泰. 均匀设计与均匀设计表. 北京: 科学出版社, 1994,

19—34.)

Method of Studying Effect about Cold Yoke on Superconducting Solenoid^{*}

LI Qing^{1,2}, MA Li-zhen^{1,#}, HE Yuan¹, WU Wei^{1,2}, BIAN Wen-long^{1,2}, YAO Qing-gao^{1,2}

(1 *Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China;*

2 *Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

Abstract: A method of studying the effect about cold yoke on the superconducting solenoid is introduced in this paper. In this method the uniform design table was used to arrange experiments. And then these experiments were executed by OPERA software package. Finally, the results were analyzed by the Step-wise Regression Analysis. An example according to the method is described and the reliability of this method is also proved.

Key words: cold yoke; uniform design; Opera software package; multivariate liner regression analysis

* **Received date:** 27 Aug. 2007; **Revised date:** 31 Oct. 2007

* **Foundation item:** Director Foundation of Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences(O615010SZ0); Western Light Talents Training Program of Chinese Academy of Sciences(O715060XLO)

Corresponding author: Ma Li-zhen, E-mail: malz@impcas.ac.cn