

文章编号: 1007-4627(2007)04-0264-04

Σ -N 相互作用的研究及 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 结合能的计算*

曹会英¹, 刘广东², 刘家荣¹

(1 西北第二民族大学基础部, 宁夏 银川 750021;

2 阜阳师范学院物理系, 安徽 阜阳 236041)

摘要: 基于 $SU(3)$ 夸克模型, 用共振群方法研究了两种理论下的 Σ -N 相互作用, 得到了它们的相互作用非定域位以及 Σ 超子与 ${}^3\text{He}$ 壳心核的相互作用势, 并在此基础上计算了 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 基态结合能。计算结果表明, $SU(3)$ 夸克模型能较好地描述两种理论下的 Σ -N 相互作用及 Σ 超子与 ${}^3\text{He}$ 壳心核的相互作用势, 同时由其得到的 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 基态结合能也与实验值基本相吻合。

关键词: $SU(3)$ 手征夸克模型; 共振群; 非定域位; 结合能

中图分类号: O571 **文献标识码:** A

1 引言

大约 1980 年, 实验物理学家发现原子核的奇异交换能激发出 Σ 超核束缚态, 并且发现 Σ 超核束缚态的宽度要比 Λ 超核的束缚态的宽度要狭窄得多^[1]。1994 年, Haruhiko Oota 等^[2]首次在 ${}^4_{\Sigma}\text{He}(K^-, \pi^+)$ 实验中观测到了 Σ 超核的束缚态。随后 Sawafta 等^[3]在 1998 年做了同样的实验, 在 $P_k = 600 \text{ MeV}/c$ 下, 测量了 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$, ${}^6_{\Sigma}\text{Li}$ 和 ${}^9_{\Sigma}\text{Be}(K^-, \pi^+)$ 的波谱, 他们发现 ${}^6_{\Sigma}\text{Li}$ 和 ${}^9_{\Sigma}\text{Be}$ 没有明显的束缚态, 而 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 的 (K^-, π^-) 波谱能看到清晰的窄峰, 同时得到其束缚态能量 $B_{\Sigma} = 4.4 \pm 0.3 (\text{stat.}) \pm 1 (\text{sys.}) \text{ MeV}$, FWHM(半高宽)为 $(7 \pm 0.7^{+1.2}_{-0.0}) \text{ MeV}$ 。

以上实验引起了物理学家对 Σ 超核及其与其他粒子相互作用的研究兴趣。对 Σ -N 相互作用的研究发现, 其相互作用与它们的同位旋/自旋有关。Gal 和 Dover^[4]认为 Σ -N 两体中态 ($T = 1/2, S = 1$) 是形成 Σ -N 稳定束缚态的最好参与者。而 Harada 等^[5]根据 Nijmegen 模型 DYN 势, 考虑同位旋/自旋的作用, 提出态 ($T = 1/2, S = 1$) 和 ($T = 3/2, S = 0$) 是强吸引的, ($T = 1/2, S = 0$) 和 ($T = 3/2, S = 1$) 是排斥的。其中, 4 种态对 Σ -N 的贡献量分别是 ($T = 1/2, S = 0$) 为 $1/18$, ($T = 1/2, S = 1$) 为 $9/18$, ($T = 3/2, S = 0$) 为 $8/18$, ($T = 3/2, S = 1$) 为 0 。

研究 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 超核所采取的理论模型是手征 $SU(3)$ 夸克模型, 该模型是在组分夸克模型 (CQM) 的基础上, 由 Salamance-Tubingen 合作利用手征对称性的约束, 引入标量介子 σ 和赝标量介子 π ^[6]。北京小组^[7]则更进一步把该模型推广到手征 $SU(3)$ 夸克模型, 引入全部八重态及单态的标量介子和赝标量介子, 在理论上统一地解释了 N-N, Y-N, Y-Y 的相互作用。手征 $SU(3)$ 夸克模型已被广泛应用于普通核以及 Λ 超核的计算, 并取得很好的效果。

本文在 $SU(3)$ 夸克模型下利用共振群方法直接抽取基于集团间距离的 Σ -N 非定域相互作用位, 并应用于计算 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 的结合能。计算 Σ -N 相互作用及 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 结合能时, 作者分别对 Gal, Dover(记为理论 1) 和 Harada 等人(记为理论 2) 提出的理论进行了计算。结果表明, 在同套参数下 $SU(3)$ 夸克模型能给出两种理论相似的 Σ -N 相互作用非定域位及 Σ 超子与 ${}^3\text{He}$ 壳心核的相互作用势, 并且在此基础上计算的结合能也与实验值基本相吻合。

2 理论框架

2.1 共振群方法

共振群方法 (RGM) 是求解多体系统的一个有效方法, 该方法认为多体系统中存在两个或两个以

* 收稿日期: 2007 - 05 - 11; 修改日期: 2007 - 09 - 13

* 基金项目: 西北第二民族学院自然科学基金资助项目 (Y2006045); 阜阳师范学院自然科学基金资助项目 (2005LQ02)

作者简介: 曹会英(1975 -), 女(汉族), 讲师, 河北邢台人, 硕士, 从事核物理研究; E-mail: caohuiying0323@163.com

上集团的组态, 根据不同组态下的试探波函数和系统的哈密顿量应用 Kohn-Hulthén-Kato 变分法求解系统的束缚态。

对于两个集团的系统, 其试探波函数为

$$\psi = A[\phi_A^{\text{int}}(\xi_A)\phi_B^{\text{int}}(\xi_B)\chi(\mathbf{R}_{AB})Z(\mathbf{R}_{\text{cm}})], \quad (1)$$

这里 ϕ_A 和 ϕ_B 分别是集团 A 和 B 的内部波函数; χ 是集团 A 和 B 间的试探相对运动波函数, $Z(\mathbf{R}_{\text{cm}})$ 是体系的质心波函数; A 是反对称化算符, 它将保证系统的波函数是全反对称化的。

两集团共振群(RGM)方程的一般形式为

$$\int [H(\mathbf{R}, \mathbf{R}') - EN(\mathbf{R}, \mathbf{R}')] \chi(\mathbf{R}') d^3\mathbf{R}' = 0, \quad (2)$$

其中 $H(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ 和 $N(\mathbf{R}, \mathbf{R}')$ 分别是哈密顿积分核和归一化积分核。

2.2 手征 $SU(3)$ 夸克模型和 Σ -N 相互作用非定域位的抽取

利用 $SU(3)$ 夸克模型研究重子-重子相互作用时, 需要建立系统的波函数, 其中超子 Σ 和质子 N 分别看作是包含有 3 个价夸克的重子集团 A 和集团 B。它们的波函数分别由轨道(O)、味道(F)、自旋/同位旋(S)和色(C)波函数组成。共振群方法下双重子系统, 6 夸克集团在这 4 个空间上构成的全反对称波函数为

$$\psi_{6q}(123, 456) = \int A \{ [\phi_A^{\text{int}}(\xi_A)\phi_B^{\text{int}}(\xi_B) \cdot \delta(\mathbf{R} - \mathbf{R}') \chi(\mathbf{R}') Z(\mathbf{R}_{\text{cm}})] \chi_{6q}^{\text{SFC}} \} d\mathbf{R}', \quad (3)$$

其中

$$A = 1 - \sum_{k \in A, n \in B} p_{kn}^{\text{OFSC}} = 1 - 9p_{36}^{\text{OFSC}} \quad (4)$$

为反对称化算符, χ_{6q}^{SFC} 为 6 夸克系统的自旋-味道-色空间的波函数。6 夸克系统的哈密顿量可写为

$$H = \sum_i t_i - T_{\text{cm}} + \sum_{i < j} V_{ij} = H_A + H_B + H', \quad (5)$$

其中, V_{ij} 是夸克-夸克相互作用势, 它由单胶子交换势 V_{ij}^{OGE} (描述短程微扰 QCD 行为) 和唯象紧闭势 V_{ij}^{conf} 以及手征夸克场耦合引起的夸克间的相互作用势 V_{ij}^{ch} (描述中短程非微扰效应) 组成, 这 3 种势的具体表达式见文献[8]。 V_{ij} 的表达式写为

$$V_{ij} = V_{ij}^{\text{OGE}} + V_{ij}^{\text{ch}} + V_{ij}^{\text{conf}}, \quad (6)$$

T_{cm} 是 6 夸克系统的质心总动能, 式中 H_A 和 H_B 分别是 A, B 两集团内部的哈密顿量, H' 是 A, B 两集团相对运动的哈密顿量, 表达式为

$$H' = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{R_{AB}}^2 + \sum_{i \in A} \sum_{j \in B} (V_{ij}^{\text{OGE}} + V_{ij}^{\text{conf}}) + V_{ij}^{\text{ch}}. \quad (7)$$

在以上计算中采用了文献[9]中的参数, 利用这套参数我们计算了 Σ -p 微分散射截面, 其理论值与实验数据的比较见图 1。其中, 点划线、虚线和实线分别是利用参数 1、参数 2、参数 3 计算得到的。从图 1 可以看出, 所用的 3 组参数在计算 Σ -p 散射微分截面整体上是适合的, 其中第 2, 3 组参数与实验数据吻合得较好。图中实验点取自文献[10]。

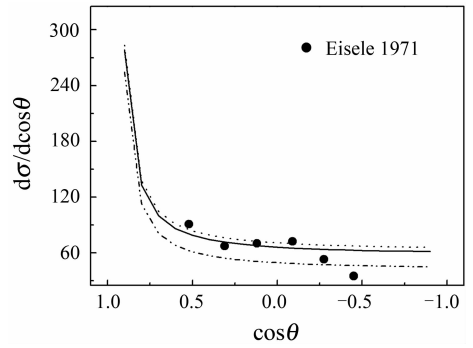


图 1 Σ -p 微分散射截面

将(3)式及(5)式代入共振群(RGM)方程(2), 然后再经一系列推导后得到 $SU(3)$ 夸克模型下两集团的共振群方程:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{R'_{AB}}^2 + V_D(\mathbf{R}') - E \right] \chi(\mathbf{R}') + \int K(\mathbf{R}', \mathbf{R}'') \chi(\mathbf{R}'') d\mathbf{R}'' = 0, \quad (8)$$

其中 V_D 是 A, B 集团作用势的直接项, 积分核 K 由哈密顿和归一化的交换项组成, 表达式是

$$K(\mathbf{R}', \mathbf{R}'') = H_E(\mathbf{R}', \mathbf{R}'') - E_T N_E(\mathbf{R}', \mathbf{R}''), \quad (9)$$

则两集团的非定域势为

$$V_{AB}(\mathbf{R}', \mathbf{R}'') = V_D(\mathbf{R}') \delta(\mathbf{R}' - \mathbf{R}'') + K(\mathbf{R}', \mathbf{R}''). \quad (10)$$

由此表达式在参数 3 下计算得到 Σ -N 相互作用非定域位, 其中图 2(a) 与图 2(b) 分别是按两种理论下由态 ($T=1/2, S=1$) 和联合态 $\{1/18(T=1/2, S$

$=0) + 9/18(T=1/2, S=1) + 8/18(T=3/2, S=0)$ } 计算得到的 (见图 2)。从图中可以看到, 图 2 (a) 和图 2 (b) 的势阱非常相似, 势阱深度也没有明显的差异, 只是图 2 (a) 的稍微比图 2 (b) 的浅一些。

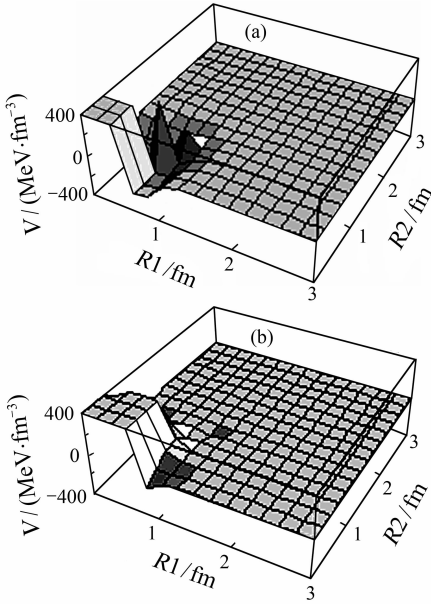


图 2 Σ -N 相互作用非定域位三维图

2.3 ${}^4_\Sigma\text{He}$ 结合能的计算

计算 ${}^4_\Sigma\text{He}$ 结合能时, 首先利用 RGM 在一级近似下把 ${}^4_\Sigma\text{He}$ 的结构看成是 Σ - ${}^3\text{He}$ 壳心核的两体结构, 得到其总的波函数表达式为

$$\Psi = \sum_{i=1} C_i \int \prod_{k=1}^{A-1} \left(\frac{1}{\pi b_c^2} \right)^{3/4} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2b_c^2} \left(\mathbf{r}_k + \frac{m_\Sigma}{m_{\text{HN}}} \mathbf{S}_i \right)^2 \right] \left(\frac{1}{\pi b_c^2} \frac{m_\Sigma}{m_N} \right)^{3/4} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2b_c^2} \frac{m_\Sigma}{m_N} \left(\mathbf{r}_\Sigma - \frac{(A-1)m_N}{m_{\text{HN}}} \mathbf{S}_j \right)^2 \right] \cdot Y_{\text{LM}}^* (\hat{S}_i) d\hat{S}_i, \quad (11)$$

其中, $m_{\text{HN}} = m_\Sigma + (A-1)m_N$, A 是系统总的粒子数, S_i 为一组生成坐标; 然后在 Σ -N 相互作用非定域位基础上, 用以下表达式计算超核系统的哈密顿

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left(\sum_{k=1}^A t_k - T_{\text{cm}} \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \sum_{k=1}^{A-1} V(\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_\Sigma, \mathbf{r}'_k - \mathbf{r}'_\Sigma); \quad (12)$$

再应用 Kohn-Hulthén-Kato 变分法, 计算 $\langle \Psi | H | \Psi \rangle$, 求其极值, 得到系统束缚态的本征值方程

$$\sum_{\beta} (H_{\alpha\beta} - EN_{\alpha\beta}) C_{\beta} = 0, \quad \alpha = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

即可得到 ${}^4_\Sigma\text{He}$ 的基态结合能。

为了减少工作量, 在以上计算中做了绝热近似, 则 ${}^4_\Sigma\text{He}$ 超核结合能的值实际计算为

$$\langle \psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_{A-1}, \mathbf{r}_\Sigma) \left| T_r(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \sum_{k=1}^{A-1} \bar{V}(\mathbf{r}_\Sigma - \mathbf{r}_k, \mathbf{r}'_\Sigma - \mathbf{r}'_k) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \delta \left(\frac{m_\Sigma \mathbf{r}_\Sigma + m_k \mathbf{r}_k}{m_\Sigma + m_k} - \frac{m_\Sigma \mathbf{r}'_\Sigma + m_k \mathbf{r}'_k}{m_\Sigma + m_k} \right) \right| \cdot \psi(\mathbf{r}'_1, \dots, \mathbf{r}'_{A-1}, \mathbf{r}'_\Sigma) \rangle \quad (14)$$

其中 $\langle | \dots \rangle$ 表示对所有的 \mathbf{r}_i 及 \mathbf{r}'_i ($i=1, 2, \dots, A-1, A$) 的积分。

3 结果和讨论

利用以上公式在参数 3 下, 我们得到了 RGM 框架下的非定域 Σ 超子与 ${}^3\text{He}$ 壳心核的相互作用势 (见图 3)。其中, 细实线代表态 ($T=1/2, S=1$), 粗实线代表态 ($T=3/2, S=0$), 虚线代表联合态 $\{1/18(T=1/2, S=0) + 9/18(T=1/2, S=1) + 8/18(T=3/2, S=0)\}$ 。同时得到了超核 ${}^4_\Sigma\text{He}$ 的结合能 B_Σ (如表 1 所示)。

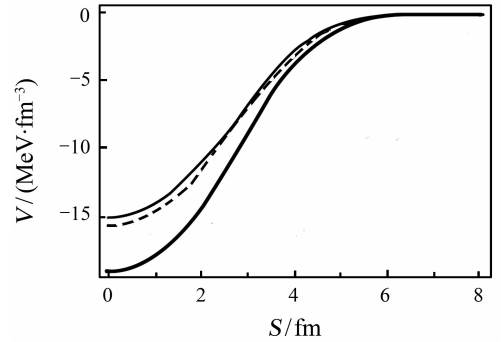


图 3 等效 Σ - ${}^3\text{He}$ 的相互作用势

表 1 ${}^4_\Sigma\text{He}$ 的结合能

	B_Σ/MeV			$B_{\Sigma\text{He, exp.}}/\text{MeV}$
	参数 1	参数 2	参数 3	
理论 1	3.88	4.41	4.49	$4.4 \pm 0.3(\text{stat.}) \pm 1(\text{sys.})$
理论 2	1.75	2.96	5.04	

由图 2、图 3 及表 1 可以看到, 利用手征 $SU(3)$ 夸克模型计算两种理论的 Σ -N 非定域位、 Σ - ${}^3\text{He}$ 作

用势及 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 结合能, 三者在同套参数下是自洽的。其中, 由参数 2, 3 计算得到的结果与实验值比较吻合, 就整体而言理论 1 的计算结果要比理论 2 的好。总之, 手征 $SU(3)$ 夸克模型在 3 组参数下计算两种理论的 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 结合能, 得到的理论值基本上是在实验值的合理范围之内。

在以上计算中, 为了使计算简便, 作者只考虑了核子-超子相互作用的中心力部分, 没有考虑轻超核作为一个多体系统而带来的多体效应; 也没有把张量力和超子-核子的耦合考虑进来; 并且在计算 Σ -N 非定域位时也只考虑了 S 分波, 忽略了高分波成分; 在计算 ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ 超核结合能时用了绝热近似; 这些都对计算结果的精确性会有一定的影响。

参考文献 (References):

[1] Bertini R, Bing O, Birien P, *et al.* Phys Lett, 1980, **B90**: 375.

- [2] Haruhiko O, Toshimitsu Y, Masahiko I, *et al.* Progress of Theoretical Physics, 1994, **117**(Supplement): 177.
- [3] Sawafta R I. Nucl Phys, 1998, **A639**: 103c.
- [4] Dover C B, Millener D J, Gal A. Phys Rep, 1989, **184**: 1.
- [5] Harada T, Shinmura S, Akaishi Y, *et al.* Soryushiron Kenkyu (Kyoto), 1987, **76**: 25.
- [6] Valcarce A, Buchmann B, Fernandez A, *et al.* Phys Rev, 1994, **C50**: 2 246.
- [7] Chen Hong, Zang Zongye. High Energy Physics and Nuclear Physics, 1996, **20**: 937 (in Chinese).
(陈洪, 张宗焯. 高能物理与核物理, 1996, **20**: 937.)
- [8] Zhang Z Y, Yu Y W, Shen P N, *et al.* Nuclear Physics, 1997, **A625**: 59.
- [9] Lu Xiao, Bai Ying, Yang Yongxu, *et al.* High Energy Physics and Nuclear Physics, 2005, **29**: 668 (in Chinese).
(陆晓, 白莹, 杨永栩等. 高能物理与核物理, 2005, **29**: 668.)
- [10] Eisele F, Filthuth H, Föhlich W, *et al.* Phys Lett, 1987, **B37**: 204.

Σ -N Interactions and Binding Energy of Hypernucleus ${}^4_{\Sigma}\text{He}^*$

CAO Hui-ying^{1, 1)}, LIU Guang-dong², LIU Jia-rong¹

(1 *Foundation Department, the Second Northwest University for Nationalities, Yinchuan 750021, China;*

2 *Physics Department, Fuyang Normal College, Fuyang 236041, Anhui, China*)

Abstract: Based on the chiral $SU(3)$ quark model, the non-local Σ -N interaction and Σ - ${}^3\text{He}$ core interaction are investigated with two theories by the resonating group method. Then the bound energy B_{Σ} of hypernuclei ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ is calculated with the interaction. It is shown that the chiral $SU(3)$ quark model can well describe not only the non-local Σ -N interaction but also Σ -core interaction in the frame of two theories. At the same time, our calculation result of the bound energy B_{Σ} of ${}^4_{\Sigma}\text{He}$ is in agreement with the experiment data basically too.

Key words: chiral $SU(3)$ quark model; resonating group method; nonlocal potential; binding energy

* **Received date:** 11 May 2007; **Revised date:** 13 Sep. 2007

* **Foundation item:** Natural Science Foundation of the Second Northwest University for Nationalities (Y2006045); Natural Science Foundation of Fuyang Normal College (2005LQ02)

1) E-mail: caohuiying 0323@163.com