

文章编号: 1007-4627(2006)03-0284-06

壳模型对 ^{143}Pm 核跃迁几率的计算*

王瑞平¹, 王顺金^{1, 2, 3}, 左 维^{1, 3}

(1 兰州大学现代物理系, 甘肃 兰州 730000;

2 四川大学物理系, 四川 成都 610064;

3 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000)

摘要: 原子核跃迁几率理论计算和实验对比是分析描述原子核内部结构的主要手段之一。目前采用重离子核反应观测到 ^{143}Pm 核 ($Z=61, N=82$) 高自旋能级结构: 激发态最大能级达 $E_x=8\ 397.6$ keV, 对应自旋 $J=47/2$ ($\hbar=1$)。利用核壳模型在计算 ^{143}Pm 核能级结构及对应的自旋宇称基础上, 系统地对其 γ 级联跃迁链以及纯 E2 跃迁进行了计算, 并与实验数据进行对比。采用 OXBASH 程序的单粒子跃迁公式计算了 ^{143}Pm 的跃迁几率。

关键词: ^{143}Pm ; 壳模型; 主态结构; γ 跃迁; 跃迁几率; 约化跃迁几率

中图分类号: O571.21 **文献标识码:** A

1 引言

通过原子核激发态的 γ 跃迁能量和辐射极性测定可以确定原子核的激发能级以及自旋和宇称等诸多原子核性质。从理论上计算 γ 级联跃迁的能量和强度, 是对核内部结构的直接验证。

目前利用重离子核反应 $^{135}\text{Ba}(^{11}\text{B}, 3n)$, $^{133}\text{Cs}(^{13}\text{C}, 3n)$ 和 $^{128}\text{Te}(^{19}\text{F}, 4n)$, 得到 ^{143}Pm 的能级激发态能量可达 8 397.6 keV, 对应自旋 $J=47/2$, 发现能级多达 50 余条^[1-3]。

原子核壳模型是核结构最重要的模型之一。利用 Hatree-Fock 平均场方法, 在粒子占据数 b -空间 (Fock 空间) 中, 通过求解各主壳之间价核子在哈密顿量作用下的状态波函数, 可以得到对应的核子数在各子壳层 (nlj) 上结构组态。利用公开发表的 OXBASH 程序^[4], 在 $n82$ 主壳空间 ($N=82, 50 < Z < 82$), 作用势选为 $n82k$, 对 ^{143}Pm 的高自旋能级的实验值和计算值进行了对比^[5], 结果如图 1 所示。图中最右端是价核子在子壳层轨道上的主态结构价核子分布。

壳模型直接通过哈密顿方程求解核子的组态, 进一步可以求解当原子核处于不同激发态退激时产

生的跃迁几率。本文在文献^[5]基础上, 采用单粒子跃迁模型对级联 γ 跃迁链以及纯态 E2 跃迁进行了理论计算, 并对壳模型跃迁计算的各种问题给予了讨论。

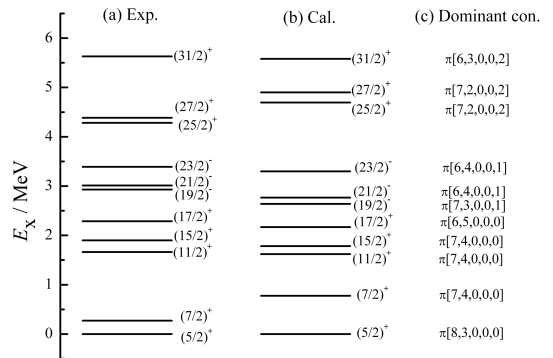


图 1 ^{143}Pm 高自旋能级实验理论对比

(a) 实验测量值 ^{143}Pm 核激发能级; (b) NSM 计算能级值; (c) $n82$ 空间 $\pi(1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 3s_{1/2}, 2d_{3/2}, 1h_{11/2})$ 轨道价核子主态结构。

2 跃迁几率计算基本原理

γ 跃迁是由于原子核内部电荷或电流密度发生改变引起的。理论给出单位时间电磁 2^L 极跃迁几率

* 收稿日期: 2005-11-22; 修改日期: 2006-04-01

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10375039, 10175029); 教育部博士点基金资助项目

作者简介: 王瑞平(1957-), 男(汉族), 山东青岛人, 博士研究生, 从事基本粒子与原子核物理研究; E-mail: wangrp@lzu.edu.cn

为

$$T(XL; J_i \rightarrow J_f) = \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2} \cdot \frac{e^2}{\hbar} k^{2L+1} B(XL; J_i \rightarrow J_f) \quad (1)$$

其中, X=E 或 M, 表示电或磁型跃迁; L 为 γ 光子携带的角动量, 即跃迁极性; $k = \omega/c$ 为波数; B(XL) 为约化跃迁几率, 它与跃迁光子能量无关, 反映核的内部结构。

跃迁几率 T(XL) 单位 s^{-1} ; 约化跃迁几率 B(XL) 为 Weisskopf 单位 W. u., 即 $e^2(\text{fm})^{2L}$ 表示 B(EL) 单位; $\mu_N^2(\text{fm})^{2L-2}$ 表示 B(ML) 单位。由 Wigner-Eckart 定理给出: 在电磁跃迁算符 $\hat{O}(XL)$ 作用, 系统初始没有极化取向时, 由初始态 $|\alpha_i; J_i\rangle$ 跃迁到末态 $|\alpha_f; J_f\rangle$, 其约化跃迁几率

$$B(XL; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} \cdot |\langle \alpha_f; J_f | \hat{O}(XL) | \alpha_i; J_i \rangle|^2 \quad (2)$$

初、末态是系统所有对应角动量态的叠加

$$\begin{aligned} |\alpha_i; J_i\rangle &= \sum_k a_k(J_i) |k_i; J_i\rangle; \\ |\alpha_f; J_f\rangle &= \sum_l b_l(J_f) |l_f; J_f\rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

(2) 式化为

$$B(XL; J_i \rightarrow J_f) = \sum_{k,l} a_k b_l$$

约化跃迁力矩有关。具只有 1 个粒子为

其中, a^+ 为产单粒子跃迁时

$B(XL; J_i$

式中

$$O_{k,l}(XL) = \langle l; f | \hat{O}(XL) | k; i \rangle \quad (8)$$

为纯态作用元, 称为约化矩阵元 (Reduced Matrix Element)。在忽略同位旋情况下, 对电极跃迁

$$O_{k,l}(EL) = \langle l; f | \rho_e r^L Y_L | k; i \rangle \quad (9)$$

式中, $\rho_e = \tilde{e}/e$ 为单核子有效电荷; Y_L 为球谐函数。对磁极跃迁

$$\begin{aligned} O_{k,l}(ML) &= \sqrt{L(2L+1)} \langle k; f | r^{L-1} \cdot \\ &\left\{ \left(g_s - \frac{2g_1}{L+1} \right) [Y_{L-1} \hat{s}]_{k,l}^{(L)} + \frac{2g_1}{L+1} [Y_{L-1} \hat{j}]_{k,l}^{(L)} \right\} | l; i \rangle \quad (10) \end{aligned}$$

式中, $j = l + \hat{s}$ 为单核子总角动量, l 和 \hat{s} 分别为轨道和自旋算符; g_s 为自由核子回旋磁因子: $g_s(p) = 5.58$, $g_s(n) = -3.82$; g_1 为核子的轨道回旋磁因子: $g_1 = \rho_e l$ 。当考虑核子同位旋改变时, (9) 和 (10) 式应加以修正。

3 γ 级联跃迁链分析

对¹⁴³Pm 核 γ 级联跃迁链进行考察, 在主衰变链上存在两个支链。它们分别是高能段 $J^\pi = (35/2)^+ - (25/2)^+$ 之间和低能段 $J^\pi = (19/2)^- - (5/2)^+$ 之间基态的正、负宇称跃迁。图 2 给出了能级和跃迁链图, 左边为实验值, 右边为计算结果。

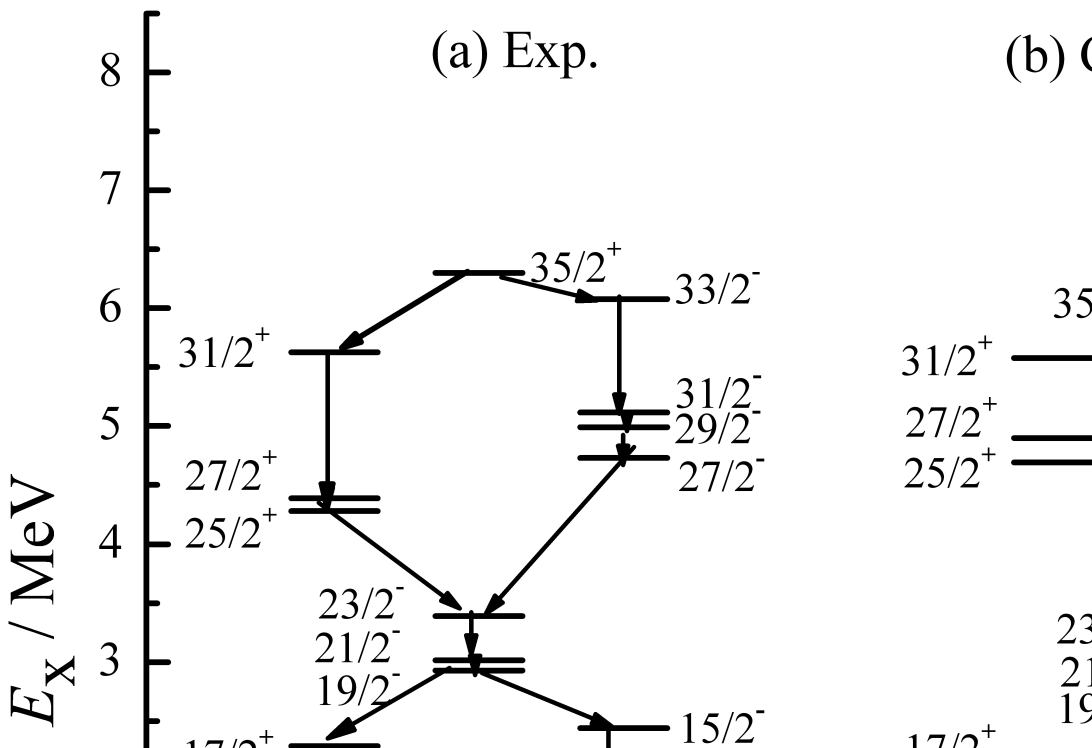


图 2 γ 跃迁级联衰变链分支的对比

(a) 实验得到的 γ 跃迁链; (b) 对应的 NSM 理论计算。

在 高能段可以看出, 对高自旋负宇称能级计算具有显著偏差, 例如 $J^\pi = (33/2)^-$ 能级。估计是计 利用(1)式转化。常见的跃迁几率公式如下:

$$\begin{aligned} T(E1) &= 1.59 \times 10^{15} (E_\gamma)^3 \cdot B(E1) \quad , \\ T(E2) &= 1.22 \times 10^9 (E_\gamma)^5 \cdot B(E2) \quad , \\ T(E3) &= 5.57 \times 10^2 (E_\gamma)^7 \cdot B(E3) \quad , \\ T(M1) &= 1.76 \times 10^{13} (E_\gamma)^3 \cdot B(M1) \quad , \\ T(M2) &= 1.35 \times 10^7 (E_\gamma)^5 \cdot B(M2) \quad , \\ T(M3) &= 6.28 \times 10^0 (E_\gamma)^7 \cdot B(M3) \quad , \end{aligned} \quad (11)$$

式中跃迁能量 E_γ 单位是 MeV。

算高自旋态时, 壳模型没有考虑中子主壳破碎效应所致^[3, 5]。

通过约化几率 $B(XL)$ 计算电磁跃迁几率, 需要

3.1 跃迁几率对比

表 1 列出的是由 $^{133}\text{Cs} (^{13}\text{C}, 3n)$ 反应得到的 ^{143m}Pm 级联跃迁 γ 能量和强度(对应图 2), 其中对 $(7/2)^+ \xrightarrow{M1+E2} (5/2)^+$ 跃迁相对强度归于 1 000。

表 2 是由壳模型对 ^{143}Pm 对应计算的能级和能级差数据。其中第 2 列是计算的激发能级, 第 3 列是两者跃迁计算的能级差, 第 4 和 5 列对应计算的核自旋和极性, 第 6 列是计算的约化几率, 最后一列是由(11)式计算得到的跃迁几率。

表 1 ^{143m}Pm 核素 γ 射线实验数据(引自文献[1])

No.	E_i^*	E_f^*	E_γ	J_i^π	J_f^π	多极性	I_γ
1	272.0	0	272.0	$(7/2)^+$	$(5/2)^+$	M1+E2	1 000.0
2	1 663.4	272.0	1 391.4	$(11/2)^+$	$(7/2)^+$	E2	1 082.0
3	1 898.3	1 663.4	234.9	$(15/2)^+$	$(11/2)^+$	E2	929.4
4	2 287.3	1 898.3	389.0	$(17/2)^+$	$(15/2)^+$	M1	806.2
5	2 929.8	2 287.3	642.5	$(19/2)^-$	$(17/2)^+$	E1	682.2
6	3 013.2	2 929.8	83.4	$(21/2)^-$	$(19/2)^-$	M1	105.4
7	3 389.7	3 013.2	376.5	$(23/2)^-$	$(21/2)^-$	M1+E2	440.6
8	4 280.9	3 389.7	891.2	$(25/2)^+$	$(23/2)^-$	E1	186.1
9	4 386.1	4 280.9	105.2	$(27/2)^+$	$(25/2)^+$	M1+E2	53.7
10	5 628.4	4 386.1	1 242.3	$(31/2)^+$	$(27/2)^+$	E2	154.1
11	959.7	272.0	687.7	$(11/2)^-$	$(7/2)^+$	M2	75.0
12	2 436.9	959.7	1 477.2	$(15/2)^-$	$(11/2)^-$	E2	32.5
13	2 929.8	2 436.9	492.9	$(19/2)^-$	$(15/2)^-$	E2	32.5

表 2 壳模型计算的跃迁几率

No.	E_C^*	ΔE	J^π	多极性	$B/W. u.$	T/s^{-1}
1	0.776	0.776	$(7/2)^+ \rightarrow (5/2)^+$	M1+E2	0.216 1 & 72.62	1.802×10^{12}
2	1.621	0.845	$(11/2)^+ \rightarrow (7/2)^+$	E2	1 649	8.667×10^{11}
3	1.782	0.161	$(15/2)^+ \rightarrow (11/2)^+$	E2	907.2	1.197×10^8
4	2.169	0.387	$(17/2)^+ \rightarrow (15/2)^+$	M1+E2	7.413 & 101.3	7.563×10^{12}
5	2.639	0.470	$(19/2)^- \rightarrow (17/2)^+$	E1	—	—
6	2.765	0.126	$(21/2)^- \rightarrow (19/2)^-$	M1+E2	28.92 & 1 593	1.018×10^{12}
7	3.298	0.533	$(23/2)^- \rightarrow (21/2)^-$	M1+E2	6.282 & 63.83	1.674×10^{13}
8	4.693	1.395	$(25/2)^+ \rightarrow (23/2)^-$	E1	—	—

9	4.90	0.207	(27/2) ⁺ →(25/2) ⁺	M1+E2	22.86 & 2 718	3.569×10 ¹²
10	5.58	0.680	(31/2) ⁺ →(27/2) ⁺	E2	823.7	1.461×10 ¹¹
11	1.06	0.284	(11/2) ⁻ →(7/2) ⁺	M2	3 538	8.824×10 ⁷
12	2.01	0.950	(15/2) ⁻ →(11/2) ⁻	E2	742.9	7.01×10 ¹¹
13	2.689	0.679	(19/2) ⁻ →(15/2) ⁻	E2	115.8	1.413×10 ¹¹

对没有给出单粒子电偶极 E1 跃迁计算结果的解释如下。电磁跃迁满足宇称守恒和角动量守恒，单粒子跃迁模型是基于 1 个不成对的粒子产生的跃迁。由(9)式，电偶极算符与 Y_L宇称相同，E1 为奇算符。当单粒子在同轨道或宇称相同轨道状态发生变化时，由于此时初、末态波函数宇称相同，波函数的积分元为正。此时电极约化矩阵元被积分元素为奇函数，结果为 0，即单粒子不能完成同轨道或宇称相同轨道 E1 跃迁。单粒子 E1 跃迁只能通过轨道改变同时完成宇称改变完成(轨道宇称不同且角动量变化为 1)。但对 n82 空间，价核子分布在 (nlj)^k 为 π1g_{7/2}(8)，π2d_{5/2}(6)，π2d_{3/2}(4)，π3s_{1/2}(2) 和 π1h_{11/2}(12)。单粒子 E1 只能由最高能级轨道 1h_{11/2} 向其它轨道跃迁，此时不满足角动量守恒。如对上述¹⁴³Pm 的 (19/2)⁻ $\xrightarrow{E1}$ (17/2)⁺ 跃迁，计算的主组态分别对应 π[(1g_{7/2})⁷(2d_{5/2})³(1h_{11/2})¹] 和 π[(1g_{7/2})⁶(2d_{5/2})⁵]。它们是价核子重新排列，不能由单粒子跃迁模型解释。文献[6]指出：“从壳模

型出发，低能量的电磁跃迁不满足单粒子电偶极子 E1 跃迁选择定则”；但文献[7]给出了单粒子 E1 跃迁的计算结果。这里计算结果符合前者结论。笔者认为可能由于核产生畸变导致 E1 跃迁，应由集体模型给予计算。

由于跃迁几率与强度成正比，可以把跃迁几率进行强度标准化处理。但从表 1 看出，计算的偏差较大。这是由于对几率 T(XL) 计算：(1) 对跃迁能量 E_γ 计算精度要求高；(2) 约化矩阵元算符以及单体跃迁密度的误差；(3) 模型误差，如选用单粒子跃迁描述。

3.2 寿命计算

通过衰变几率与平均寿命的反比关系可以得到各跃迁能级 γ 衰变寿命。为进行对比，表 3 给出了部分实验和理论计算结果。括号中是文献[7]单粒子跃迁计算结果。可以看出，两种计算结果的量级一样，差异可能是由于价核子截断抽样(truncation)选择不同所致。

表 3 计算的跃迁寿命和部分测量结果的比较

J _i ^π →J _f ^π	类型	实验平均寿命/ns	计算平均寿命/s
(15/2) ⁺ →(11/2) ⁺	E2	22.51±3.38	8.35×10 ⁻⁹ (2.57×10 ⁻⁸)
(17/2) ⁺ →(15/2) ⁺	M1	< 1	1.32×10 ⁻¹³ (5.40×10 ⁻¹³)
(31/2) ⁺ →(27/2) ⁺	E2	1.46±0.82	6.84×10 ⁻¹² (6.21×10 ⁻¹²)

3.3 E2 类型 γ 跃迁

由(11)式，跃迁几率对衰变能量 E_γ 幂次方成比例，使得误差传递很大。可以消除跃迁能级计算产生的误差，以考察核组态本身状态的影响。直接选择纯 E2 跃迁做比较，表 4 为文献[1]给出的¹⁴³Pm 纯 E2 跃迁类型对应的角动量、跃迁能量和相对强度，它们列于第 2—4 列。

表 4 第 5 列给出 B(E2) 的实验相对值。由(11)式，E2 跃迁几率与跃迁能量的 5 次方成正比，即约化几率与实验强度除以 E_γ 的 5 次方成比例。可以看

出，对序号 2，(15/2)⁺→(11/2)⁺ 跃迁 E_γ=0.235 MeV，其计算值偏离其它值达 3 个量级以上，估计强度标定有误或者它与标定峰 272 keV 属于同一类型跃迁，前者有干扰峰存在，后者为(13/2)⁺→(11/2)⁺ 的 M1+E2 电磁型跃迁，有待实验验证。

第 6 列是由壳模型计算的约化几率 B(E2)。可以看出，对 (21/2)⁺→(17/2)⁺ 跃迁，该计算值明显偏小，小于其它值 4 个量级以上，应为波函数计算存在明显误差。剔除以上两个具有显著偏差的值，对 B(E2) 的计算误差进行估算。

计算值与实验值成比例, 因此均方差 R 为

$$R = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (kB_{c,i} - B_{t,i})^2 \right]^{1/2}, \quad (12)$$

式中, B_c 表示计算的 E2 约化几率; B_t 表示实验数值, 这里用强度对跃迁能量的处理结果代替。 $n=8$ 为选择的 E2 跃迁个数。由最小二乘法可求:

$$k = \frac{\sum_i B_{c,i} \cdot B_{t,i}}{\sum_i B_{c,i}^2}. \quad (13)$$

由表 4 数据可求: $k=0.1458$, 第 7 列给出了修正后的 $B(E2)$ 理论值。由 (12) 式, 此时 $R=425.7$

($I_\gamma/(MeV)^5$), B_t 的测量平均值为: $B_t=226.72$ ($I_\gamma/(MeV)^5$), 可以看出对 $B(E2)$ 误差计算超过 100%。需要说明的是, 表 4 中序号为第 4 号和 8 号跃迁, 它们的强度相同, 但跃迁能量显著不同, 都划分为 E2 跃迁, 说明两者核电磁约化几率差异很大。

定义各测量值的相对偏差:

$$\delta = \frac{kB_c - B_t}{B_t}. \quad (14)$$

表 4 最后 1 列即为对应的计算值。结果看出, 最大偏差源自序号 4 跃迁的测量。

表 4 ^{143}Pm 核素 E2 类型 γ 跃迁

No.	$J_i^\pi \rightarrow J_f^\pi$	E_γ / MeV	I_γ	$B_t / (I_\gamma / E_\gamma^5)$	$B_c / (e^2(\text{fm})^4)$	$kB_c / (I_\gamma / E_\gamma^5)$	δ
1	$(11/2)^+ \rightarrow (7/2)^+$	1.391	1 082.0	207.77	1 649	240.43	0.16
2	$(15/2)^+ \rightarrow (11/2)^+$	0.235	929.4	1.297×10^6	907.2	—	—
3	$(31/2)^+ \rightarrow (27/2)^+$	1.242	154.1	52.14	823.7	120.10	1.30
4	$(15/2)^- \rightarrow (11/2)^-$	1.477	32.5	4.62	742.9	108.32	22.43
5	$(25/2)^- \rightarrow (21/2)^-$	1.279	126.7	37.02	398.6	58.12	0.57
6	$(27/2)^- \rightarrow (23/2)^-$	1.191	186.3	77.74	395.7	57.69	-0.26
7	$(29/2)^- \rightarrow (25/2)^-$	0.701	40.0	236.30	275.5	40.17	-0.83
8	$(19/2)^- \rightarrow (15/2)^-$	0.493	32.5	1 115.96	115.8	16.88	-0.98
9	$(19/2)^+ \rightarrow (15/2)^+$	0.984	75.8	82.17	86.53	12.62	-0.85
10	$(21/2)^+ \rightarrow (17/2)^+$	0.788	46.6	153.38	0.001 23	—	—

4 结论

由以上讨论和计算可以看出:

(1) 重离子核反应更深刻地揭示了原子核内部结构, 为理论分析提供了丰富的实验数据, 同时对测量和理论要求更高。如由反应式可以看出, 重离子与靶核生成 ^{143}Pm 时, 有中子参与。而在理论计算时没有考虑中子的运动。壳模型^[1, 5]对 $J^\pi = (33/2)^-$ 的计算值和弱耦合 WCM^[3]对 $J = 37/2$ 能级的计算值与实验值有大的偏离, 说明对高自旋态计算必须考虑中子在其轨道中的运动, 即主壳破碎效应。

(2) 核壳模型给出的原子核结构物理图像清晰, 核子组态分布可以定量计算, 并且能够计算原子核跃迁几率等核动态性质。结合高自旋态能级结

构实验, 能够得到理论与实验的更多对比和应用结果。但壳模型作用势本身为实验值, 比如 OXBASH 程序中, n82 空间有两种作用势, n82k 和 n82pota, 可以对不同作用势进行考察。

(3) 由于 ^{143}Pm 为中子数 $N=82$ 单封闭主壳的奇 A 核素, γ 跃迁为单质子态跃迁, 粒子跃迁模型和有效电荷对修正响应不大。但对高自旋能级, 由于核子活性以及核形变显著, 模型和有效电荷的影响应该加以考虑。

(4) 跃迁几率 $T(XL)$ 可以直接与核跃迁寿命测量进行实验和理论对比, 现有结果表明, 对 γ 跃迁几率误差可达 2—3 个数量级^[8]。作为间接测量值, NSM 得到的约化跃迁几率 $B(XL)$ 的误差约为 1 个量级, 它反映了建模模型的计算精度。

(5) 原子核约化跃迁几率 $B(XL)$ 的测量和理

论对比,对反映核的内部结构是非常重要的。由于在计算中引入各种模型以及近似,可以看出,对 $B(XL)$ 的修正还有待于进一步提高。

致谢 感谢中国科学院近代物理研究所张玉虎、周小红和郭应祥等研究员的帮助。

参 考 文 献:

- [1] Bhattacharya S, Chanda S, Mukherjee G, *et al.* Phys Rev, 2000, **C62**: 024 317.
- [2] He J J, Zhang Y H, Guo Y X, *et al.* Eur Phys J, 2000, **A9**: 157.
- [3] 何建军, 张玉虎, 郭应祥等. 高能物理与核物理, 2001, **25** (9): 828.
- [4] Brown B A, Etchegoyen A, Rae W D M. MSUCL Report, 1994, (524).
- [5] 王瑞平, 王顺金, 张光彪. 高能物理与核物理, 2005, **29**(6): 570.
- [6] 徐躬耦, 杨亚天. 原子核理论(核结构与核衰变部分). 北京: 高等教育出版社, 1989, 136.
- [7] Bhattacharya S, Chanda S, Mukherjee G, *et al.* Phys Rev, 2002, **C65**: 027 301.
- [8] 卢希庭. 原子核物理. 北京: 原子能出版社, 1981, 134.

Using NSM to Calculate Transition Rates of $^{143}\text{Pm}^*$ WANG Rui-ping¹, WANG Shun-jin^{1, 2, 3}, ZUO Wei^{1, 3}*(1 Department of Modern Physics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China;**2 Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064, China;**3 Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China)*

Abstract: At present, the high spin state of ^{143}Pm ($Z=61$, $N=82$) have been investigated. The level scheme of ^{143}Pm has been extended up to an excitation energy $E_x=8\ 397.6$ keV and spin $J=47/2(\hbar=1)$. Based on the nuclear shell model (NSM), we have calculated the sequences of γ -ray transition rates and the pure E2 reduced transition probabilities of ^{143}Pm , and compared with experimental data. The formula of single-particle transition probability in the OXBASH code was applied in this paper.

Key words: ^{143}Pm ; nuclear shell model; dominant configuration; γ -ray transition; transition rate; reduced transition probability

* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China(10375039, 10175029); Doctoral Fund of Ministry of Education of China