

文章编号: 1007-4627(2004)04-0306-03

U(4) 过渡区理论中的介子质量谱*

张 宇, 潘 峰

(辽宁师范大学物理系, 辽宁 大连市 116029)

摘 要: 利用 U(4) 振子模型的过渡区理论来描述 $q\bar{q}$ 位形介子的结构. 对实验数据比较完整的 57 个介子的质量进行了拟合, 并与 O(4) 极限的计算结果以及唯象 QCD 理论的计算结果进行了比较. 结果表明, 利用过渡区理论对介子质量谱的描述比 O(4) 极限更为精确.

关键词: U(4) 振子模型; 过渡区理论; O(4) 极限; $q\bar{q}$ 介子

中图分类号: O572.33 **文献标识码:** A

在振子模型中, 两体的转振结构可利用 U(4) 代数模型进行描述^[1-4]. 在该理论中, U(4) \downarrow SO(3) 仅有两种约化途径, 分别对应于两体转振结构的两种动力学对称性极限情形, 其中 U(3) 极限对应于非刚性结构, 而 O(4) 极限对应于刚性结构. Iachello 等^[2,5]曾利用模型的 O(4) 极限讨论过双原子分子转振激发谱和介子质量谱. 但一般说来, 由于强相互作用理论的复杂性, 非极限情形的过渡区理论应该是振子模型框架下描述介子结构的普适理论^[6-7]. 在 U(4) 振子模型中, 两体系统的相对运动激发用两种相互作用玻色子, 即 $J^P = 0^+$ 的 s 玻色子和 $J^P = 1^-$ 的 p 玻色子来描述, 其中 J, P 分别代表玻色子的自旋和宇称. 利用这两种玻色子的产生和湮灭算符可构造系统的动力学代数 U(4), 该代数约化到 SO(3) 时仅有两条代数链, 即

$$U(4) \supset U(3) \supset SO(3) \supset O(2), \quad \text{I}$$

$$U(4) \supset O(4) \supset SO(3) \supset O(2). \quad \text{II (1)}$$

引入算符 $S_n^\pm = c_s^{2n+1} S^\pm(s) + c_p^{2n+1} S^\pm(p)$, $S_n^0 = c_s^{2n} S^0(s) + c_p^{2n} S^0(p)$, 其中 $S^+(s) = \frac{1}{2} s^\dagger s$, $S^-(s) = \frac{1}{2} s s^\dagger$, $S^0(s) = \frac{1}{2} (s^\dagger s + \frac{1}{2})$, $S^+(p) = \frac{1}{2} p^\dagger \cdot p^\dagger$, $S^-(p) = \frac{1}{2} \tilde{p} \cdot \tilde{p}$, $S^0(p) = \frac{1}{2} (p^\dagger \cdot \tilde{p} + \frac{3}{2})$. 利用 s, p 玻色子算符的对易关系容易证明, 这些算符生成没有中心扩张项的仿射李代数 SU(1, 1). 考虑了介

子的内部自由度并仅考虑单体和两体相互作用时, $q\bar{q}$ 位形介子的谱生成代数^[5, 8-10]可表为 $U(4) \otimes SU_s(2) \otimes SU_l(6)$. 在过渡区理论中^[7], 介子的质量谱可表为

$$M^2 = \frac{A}{N+1} S_0^+ S_0^- + \frac{2M_0^2}{N+2} S_1^0 + B \left\{ [C_{SO_L(3)}^{(2)} + \frac{1}{4}]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right\} + C \left\{ [C_{SU_s(2)}^{(2)} + \frac{1}{4}]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right\} + D \left\{ [C_{SU_l(2)}^{(2)} + \frac{1}{4}]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \right\}, \quad (2)$$

其中 M^2 是介子质量平方算符. 令 $c_p = 1$, $c_s = c$, 当相参数 c 在 [0, 1] 区间取值时, 体系就处于 U(3) \leftrightarrow O(4) 过渡区^[7]. 应用文献 [5] 的结果, 我们把 U(4) 的量子数定为 100. (2) 式在

$$|q_i, \bar{q}_j, \mu\rangle = \mathcal{N} \sum_{m m' M_S M_L} \langle \frac{1}{2}, m, \frac{1}{2}, m' | S, M_S \rangle \cdot \langle L, M_L, S, M_S | JM \rangle [S^+(p)]^{(k-\mu)} \cdot [S^+(s)]^\mu (a_{m, i}^\dagger, \bar{a}_{m', j}^\dagger)^{[0]} |lw\rangle \quad (3)$$

所构成的完备基下进行对角化, 在 $|q_i, \bar{q}_j, \mu\rangle$ 中省略了 k, L, S, J 等量子数. 其中 $|lw\rangle = |N=L+\nu_s, \nu_s, LM_L\rangle$, \mathcal{N} 为归一化常数, k 代表 s, p 玻色子总对数, $\mu = 0, 1, \dots, k$, 代表 s 玻色子对数, ν_s

收稿日期: 2004 - 08 - 16

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10175031); 辽宁省教育厅科研基金(202122024); 辽宁省拔尖人才计划资助项目

作者简介: 张 宇(1978--), 男(满族), 辽宁开原人, 硕士研究生.

* 联系人: 潘 峰, E-mail: daipan@dlut.edu.cn

代表 s 玻色子的辛弱数, L 为轨道角动量量子数, $a_{\alpha, m, i}^+$ ($a_{\alpha, m, i}$), $\bar{a}_{\alpha', m', j}^+$ ($\bar{a}_{\alpha', m', j}$) 是颜色为 α , 自旋三分量为 m 的夸克, 以及颜色为 α' , 自旋三分量为 m' 的反夸克的产生(湮灭)算符, $(a_{m, i}^+, \bar{a}_{m', j}^+)^{[0]}$ 是描述夸克颜色的 $SU_c(3)$ 耦合为单态的张量算符. 在(3)式下(2)式的矩阵元为

$$\begin{aligned} & \langle q_i, \bar{q}_j, \mu | M^2 | q_i, \bar{q}_j, \mu' \rangle \\ &= \delta_{ii'} \delta_{jj'} \left[\frac{A_{ij}}{N+1} (S_0^+ S_0^-)_{ij\mu, i'j'\mu'} + \right. \\ & \quad \frac{2(M_0^2)_{ij}}{N+2} (S_1^0)_{ij\mu, i'j'\mu'} + \\ & \quad \left. \delta_{ii'} (B_{ij}L + C_{ij}S + D_{ij}J) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

为了能更好地对介子的质量谱进行描述, 我们把上式中所有系数用夸克的裸质量之和 $M_{ij} = M_i + M_j$ 进行展开并且只取前两项, 其中 M_i, M_j 为夸克 q_i, \bar{q}_j 的裸质量, 其具体数值取自文献[5, 11—13]. 另外还需要引进两个修正项^[5, 14],

$$\begin{aligned} & \langle q_i \bar{q}_j; \mu, L, S, J | M'^2 | q_i' \bar{q}_j'; \mu', L', S', J' \rangle \\ &= -f \delta_{ii'} \delta_{jj'} \delta_{L'L} \delta_{S'S} \delta_{J'J} \\ & \begin{cases} \langle q_i, \bar{q}_j | \delta_8 | q_i', \bar{q}_j' \rangle, & \text{若 } i, j, i', j' = u, d, s, \\ 0, & \text{其它情况,} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 f 是模型参数, δ_8 是指这一项仅对 $SU_c(3)$ 八重态的介子起作用; 以及

$$\langle q_i \bar{q}_j; \mu, L, S, J | M''^2 | q_i' \bar{q}_j'; \mu', L', S', J' \rangle$$

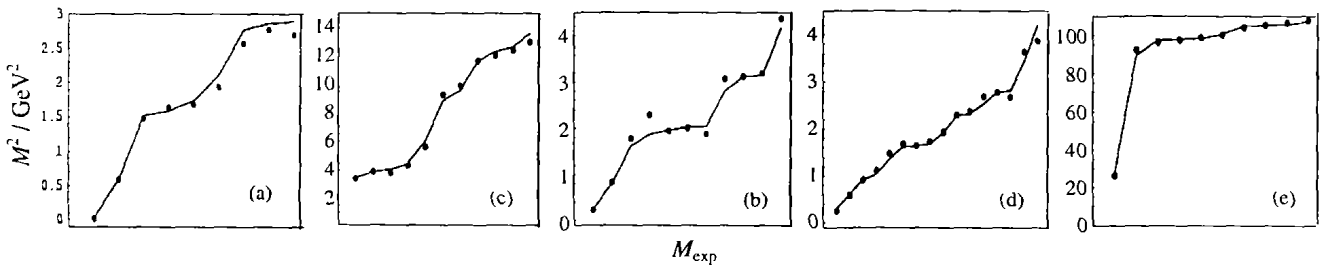


图 1 π 族介子 (a), η 族介子 (b), K 族介子 (c), $c\bar{u}, c\bar{s}, c\bar{c}$ 介子 (d) 和 $b\bar{u}, b\bar{b}$ 介子 (e) 的拟合结果
纵坐标为介子质量的平方, 横坐标表示介子质量的实验值从左到右由小到大排列.

应的相参数见表 1. 图 1(a) 仅提供了参与拟合的 π 族介子, 其中曲线为实验值, 实点为过渡区理论值. 从图 1 各图可以看到实验曲线和理论值分布趋势基本一致. 从拟合结果看, 过渡区理论要比 $O(4)$ 极限的描述更精确. 更重要的是, 从相参数 c 来看, 并

$$\begin{aligned} &= h \delta_{ii'} \delta_{jj'} \delta_{L'L} \delta_{S'S} \delta_{J'J} \\ & \begin{cases} \delta_{ij} \delta_{i'j'}, & \text{若 } i, j, i', j' = u, d, s \\ 0, & \text{其它情况} \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 h 是模型参数. 于是, 介子质量平方算符矩阵元的最后形式为

$$\begin{aligned} & \langle q_i, \bar{q}_j, \mu | M^2 | q_i', \bar{q}_j', \mu' \rangle \\ &= \delta_{ii'} \delta_{jj'} \left\{ \frac{(a + a' M_{ij})}{N+1} (S_0^+ S_0^-)_{ij\mu, i'j'\mu'} + \right. \\ & \quad \frac{2(aM_{ij} + (M_{ij})^2)}{N+2} (S_1^0)_{ij\mu, i'j'\mu'} + \\ & \quad \delta_{ii'} [(b + b' M_{ij})L + (c + c' M_{ij})S + \\ & \quad \left. (d + d' M_{ij})J] \right\} + \langle M'^2 \rangle_{ij\mu, i'j'\mu'} + \\ & \quad \langle M''^2 \rangle_{ij\mu, i'j'\mu'}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 a, a', b, b', c, c', d 和 d' 均为展开系数.

我们对文献[15]中数据比较完整的 57 个介子的质量进行了拟合. 为了使过渡区理论模型与 $O(4)$ 极限理论以及 QCD 理论的结果^[5, 11] 进行更直接的比较, 我们定义相对偏差函数

$$\chi^2 = \sum_k \left| \frac{(M_k^h)^2 - (M_k^{exp})^2}{(M_k^{exp})^2} \right|. \quad (8)$$

在拟合中使 χ^2 取极小. 在过渡区理论中取 $c=1$, 就得到了 $O(4)$ 极限下的结果; 而 QCD 理论的计算结果取自文献[11]. 图 1 提供了各族介子质量平方的实验值和相应的理论值. 拟合得到的计算结果和相

不是所有 $q\bar{q}$ 介子都具有刚性结构, 尤其那些属于非相对论区的介子的非刚性程度更大. 文献[5]认为, 对于 Υ 族和 ψ 族介子, 其“振动 Regge 轨迹”的偏离主要来源于体系对 $O(4)$ 极限的偏离. 从表 1 的相参数中可以看到, Υ 族和 ψ 族分别对应

$c=0.986$ 和 $c=0.987$, 即它们都不处于 $O(4)$ 极限. 我们还发现, $c\bar{s}$ 介子的相参数为 $c=0.971$, 这说明该族介子也明显是偏离 $O(4)$ 极限的. 这一结果完全证实了文献[5]的预言. 另一方面, 从 QCD 理论关于介子的夸克势函数 $(\alpha_s/r) + \beta r$ 来看, 其中, α_s 代表强耦合常数, β 是另一个模型参数. 对于具有这种类型势函数的体系, $O(4)$ 极限是不能够严格描述的, 只能是某种近似. 作为近似结果, $O(4)$ 极限能够比较好地描述轻介子的质量谱. 但对于重介

子, 即非相对论区的介子, 对 $O(4)$ 的偏离程度就比较大. 从表 1 可以看到, 虽然 $c\bar{u}$, $b\bar{u}$ 介子的相参数均为 $c=1$, 这与其它重介子不同, 即表面看来它们仍具有刚性结构, 但这主要是因为这两种 $q\bar{q}$ 介子的实验数据太少而造成的临时拟合结果, 其中 $c\bar{u}$ 介子的数据仅有 3 个可供拟合, 而 $b\bar{u}$ 介子只有一个, 所以这并不能完全说明它们具有严格的 $O(4)$ 对称性极限.

表 1 不同夸克组态所对应的相参数和各种模型的相对偏差

介子的夸克组态	$u\bar{u}$	$u\bar{s}$	$s\bar{s}$	$c\bar{u}$	$c\bar{s}$	$c\bar{c}$	$b\bar{u}$	$b\bar{b}$
相参数(c)	1	1	1	1	0.971	0.987	1	0.986
理论模型	QCD 理论模型 ^[5]			$O(4)$ 极限			过渡区理论	
相对偏差	2.419			2.276			2.197	

参 考 文 献:

[1] Iachello F. Chem Phys Lett, 1981, **78**: 581.
 [2] Iachello F, Levine R D. J Chem Phys, 1982, **77**: 3 046.
 [3] van Roosmalen O S, Dieperink A E L, Iachello F. Chem Phys Lett, 1982, **85**: 32.
 [4] van Roosmalen O S, Iachello F, Levine R D, et al. J Chem Phys, 1983, **79**: 2 515.
 [5] Iachello F, Mukhopdhyay Nimai C, Zhang L. Phys Rev, 1991, **D44**: 898.
 [6] Pan F, Draayer J P. Nucl Phys, 1998, **A636**: 156.
 [7] Pan F, Zhang X, Draayer J P. Phys Lett, 2003, **A316**: 84.
 [8] Gell-Mann M. Phys Rev, 1962, **125**: 1 067.
 [9] Néeman Y. Nucl Phys, 1961, **26**: 222.
 [10] Gürsey F, Radicati L A. Phys Rev Lett, 1964, **13**: 173.
 [11] Godfrey S, Isgur N. Phys Rev, 1985, **D32**: 189.
 [12] Caso C, Conforto G, Gurtu A, et al. Eur Phys J, 1998, **C3**: 1.
 [13] Groom D E, Aguilar-Benitez M, Amsler C, et al. Eur Phys J, 2000, **C15**: 1.
 [14] De Rujula A, Georgi H, Glashow S L. Phys Rev, 1975, **D12**: 147.
 [15] Hagiwara K, Hikasa K, Nakamura K, et al. Phys Rev, 2002, **D66**: 01001.

Mass Spectra of Mesons in $U(4)$ Transitional Theory*

ZHANG Yu, PAN Feng

(Department of Physics, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)

Abstract: A mass formula of $q\bar{q}$ mesons is formulated based on the transitional theory in the $U(4)$ vibron model, in which accurate fitting to 57 experimentally well-established masses of mesons is carried out. The results show that the transitional theory seems to be much better than the $O(4)$ limit consideration in the description of mass spectra of $q\bar{q}$ mesons. A comparison of the results from the transitional theory to those from the $O(4)$ limit calculation and QCD potential model is also shown.

Key words: $U(4)$ vibron model; transitional theory; $O(4)$ limit; $q\bar{q}$ meson

* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (10175031); Education Commission of Liaoning Province (202122024); Top-notch Personnel Programme of Liaoning Province