

文章编号: 1007-4627(2004)02-0148-04

# 从流夸克质量到组分夸克质量的动力学过渡的研究\*

朱基珍, 卢娟, 周丽娟

(广西工学院信息与计算科学系, 广西柳州 545006)

马维兴

(中国科学院高能物理研究所, 北京 100039)

**摘要:** 在彩虹近似下用 Dyson-Schwinger 方程研究了禁闭夸克的传播子, 得到了夸克动力学质量随动量变化的关系, 即得到了从流夸克质量到组分夸克质量的动力学过渡.

**关键词:** 夸克; Dyson-Schwinger 方程; 夸克的传播子; 夸克的动力学质量

**中图分类号:** O572.33 **文献标识码:** A

## 1 引言

在当今粒子物理的研究中, 物理学家普遍认为夸克和胶子是无结构的类点粒子, 夸克之间的相互作用是通过交换胶子来传递的. 了解夸克的性质, 尤其是其质量, 对研究粒子物理、认识物质世界都是十分重要的. 夸克是带色的, 色是禁闭的, 自然界没有自由的夸克存在, 所以在量子色动力学(QCD)拉氏量密度中夸克的质量是无法直接测量的, 只能通过间接的方法, 用可观测的强子的质量来确定. 在 QCD 拉氏量中的夸克质量被称为流夸克质量, 而在组分夸克模型中夸克的质量称为组分夸克质量. 组分夸克的质量是强子夸克结构模型中所用的唯象参数, 它相当于构成强子的几个夸克的平均质量. 如何从流夸克质量过渡到组分夸克质量, 这是我们要研究的一个动力学问题. 本文在彩虹近似下, 应用 Dyson-Schwinger 方程对夸克的传播子进行了较详细的研究, 并由此导出了夸克质量  $M$  随动量  $p$  的变化关系, 结果清楚地显示出了从流夸克的质量到组分夸克的质量的动力学过渡.

## 2 Dyson-Schwinger 方法

我们用 Dyson-Schwinger 方程, 在彩虹近似下研究夸克传播子.

### 2.1 Dyson-Schwinger 方程

Dyson-Schwinger 方程是一个由格林函数构成的积分方程, 即

$$iS_f^{-1}(P) = iS_f^{0-1}(P) -$$

$$\frac{4}{3}g^2 \int \frac{d^4K}{(2\pi)^4} \gamma^\mu S_f(K) \Gamma^\nu(K, P) G_{\mu\nu}(q), \quad (1)$$

(1)式中, 上标“0”表示裸夸克的传播子, 而  $S_f$  则表示穿衣服的夸克传播子. 对于费米子, 方程(1)的传播子可用图 1 形象地来表示.

因为一点函数与两点函数有关、两点函数又与三点函数有关……, 所以方程(1)有无穷多项. 为了求出其解, 我们要设法使它简化. 例如, 用“裸”顶点代替“穿衣服”的顶点, 此时图 1 变为图 2, 方程式(1)也相应地变为

$$iS_f^{-1}(P) = iS_f^{0-1}(P) -$$

$$\frac{4}{3}g^2 \int \frac{d^4K}{(2\pi)^4} \gamma^\mu S_f(K) \gamma^\nu(K, P) G_{\mu\nu}^0(q). \quad (2)$$

把从方程(1)过渡到方程(2)时所做的近似称为彩虹近似.  $S_f(K)$ 是具有动量  $K$  的费米子的“穿衣”传播子. (2)式中, “裸”传播子  $S_f^0(P)$ 和  $G_{\mu\nu}^0(q)$ 分别为

$$S_f^0(P) = \frac{1}{P - m_0}, \quad (3)$$

$$G_{\mu\nu}^0(q) = \frac{1}{q^2} \left[ \delta_{\mu\nu} + (\xi - 1) \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right], \quad (4)$$

(4)式中的  $\xi$  为规范参数,  $\xi=0$  为朗道规范,  $\xi=1$  为费曼规范,  $\xi=3$  为叶妮规范,  $P = \gamma^\mu p_\mu$ . 这里, 我们取  $\xi=0$  (即取朗道规范),  $\delta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ .

收稿日期: 2003 - 12 - 08

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10247004, 10075081); 广西自然科学基金资助项目(0339008)

作者简介: 朱基珍(1963-), 女(汉族), 广西玉林人, 副教授, 从事物理专业教学及理论物理科研工作.

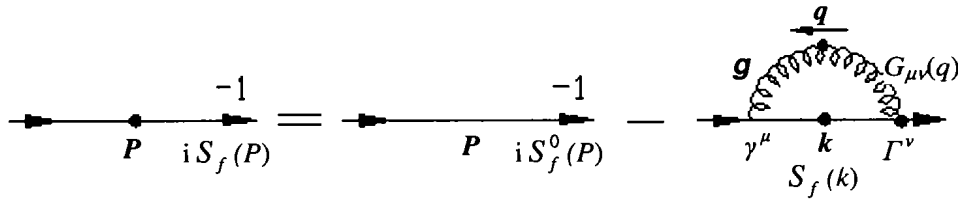


图 1 费米子传播子的 Dyson-Schwinger 方程

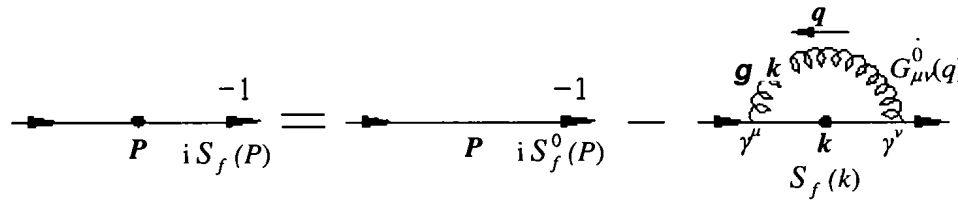


图 2 彩虹近似下费米子传播子的 Dyson-Schwinger 方程

### 2.2 Dyson-Schwinger 方程的解

对于具有味道量子数  $f$  的夸克的传播子总可以参数化为<sup>[2]</sup>

$$S_f(p) = -i\gamma p \sigma_f^<math>f(p^2) + \sigma_f^</math>(5)$$

而其逆传播子也可以写为

$$S_f^{-1}(P) = i\gamma p A_f(p^2) + B_f(p^2). \quad (6)$$

对 Dyson-Schwinger 方程的广泛研究表明：方程(5)中的  $\sigma_f^<math>f</math> 和  $\sigma_f^</math> 可以表示为$$

$$\bar{\sigma}_f^<math>f = \Lambda' \sigma_f^</math>,  $\bar{\sigma}_f^<math>f = \Lambda'^2 \sigma_f^</math>,  $m_f = \Lambda' \bar{m}_f$ , (7)$$$

其中

$$\bar{\sigma}_f^<math>f(x) = \frac{1 - e^{-b_1^f x}}{b_1^f \cdot x} \frac{1 - e^{-b_2^f x}}{b_2^f \cdot x} \left( b_0^f + b_2^f \frac{1 - e^{\Lambda x}}{\Lambda x} \right) + \bar{m}_f \frac{1 - e^{-2(x + \bar{m}_f^2)}}{x + \bar{m}_f^2}, \quad (8)$$

$$\bar{\sigma}_f^<math>f(x) = \frac{2(x + \bar{m}_f^2) - 1 + e^{-2(x + \bar{m}_f^2)}}{2(x + \bar{m}_f^2)^2}, \quad (9)$$

$$x = \frac{p^2}{\Lambda^2}, \Lambda = 10^{-4}, \Lambda' = 0.566 \text{ GeV} \quad (10)$$

其中，对于 u, d 和 s 夸克，参数  $b_i^f$  及夸克的流质量  $m_f$  可取为表 1 中的值。

表 1 参数  $b_i^f$  及  $m_f$  数值

味( $f$ )	$b_0^f$	$b_1^f$	$b_2^f$	$b_3^f$	$m_f/\text{MeV}$
u	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
d	0.131	2.90	0.603	0.185	5.1
s	0.105	2.90	0.740	0.185	127.5

$\bar{\sigma}_f^<math>f(p^2)</math> 和  $\bar{\sigma}_f^<math>f(p^2)</math> 是  $p^2$  的解析函数，这就确保夸克传播子  $S_f(p)$  没有奇点。因此，计算结果中就没有夸克产生阈，即  $S_f(p)$  描写了禁闭夸克的传播。由方程(5)和(6)两式可得到  $A(p^2)$  和  $B(p^2)$  的解析表达式，它们分别为$$

$$A = \frac{\sigma_f^<math>f</math>}{(\sigma_f^<math>f</math>)^2 p^2 + (\sigma_f^<math>f</math>)^2}, \quad (11)$$

$$B = \frac{\sigma_f^<math>f</math>}{(\sigma_f^<math>f</math>)^2 p^2 + (\sigma_f^<math>f</math>)^2}. \quad (12)$$

### 3 夸克的动力学质量和理论预言

#### 3.1 夸克质量定义

由于夸克带有颜色，并且存在色禁闭现象，在 QCD 拉氏量中出现的夸克质量是不可直接观测的，只能通过间接的方法用可观测的强子的物理量来确定。QCD 拉氏量中的夸克质量称为流夸克质量。强子是由夸克组成的，如重子是由 3 个夸克组成的，介子是由夸克和反夸克对组成的。组成强子的夸克称为组分夸克，相应的质量称为组分夸克的质量，其大小相当于构成强子的几个夸克的平均质量。如质子(uud)是由两个 u 夸克和一个 d 夸克所组成的，质子的总质量  $m_p = 938 \text{ MeV}$ ，忽略 u 夸克和 d 夸克质量间的差异，则 u 夸克和 d 夸克的组分质量就是质子质量的三分之一，即  $313 \text{ MeV}$ 。简而言之，在拉氏量中引入的夸克为流夸克，其相应的质量称为流夸克质量。而在强子夸克结构模型中涉及的夸克称为组分夸克，其相应的质量称为组分夸克质量。

夸克的质量是由夸克的传播子来定义的, 它与夸克的动量  $p$  有关的. 对于具有味道量子数  $f$  的夸克, 其有效质量定义为

$$M_f(p^2) = \frac{B_f(p^2)}{A_f(p^2)}, \quad (13)$$

这里  $A_f(p^2)$  和  $B_f(p^2)$  是由方程(6)来确定的, 并具有以下性质

$$\lim_{p^2 \rightarrow \infty} A_f(p^2) = 1.0, \quad (14)$$

$$\lim_{p^2 \rightarrow \infty} B_f(p^2) = m_f. \quad (15)$$

利用方程(14), (15)及(6)3式就可以得:

$$S_f^{-1}(p^2) = i\gamma p + m_f. \quad (16)$$

这就是自由夸克的传播子. 则由方程(13), (14)和(15)3式可得:

$$M_f(p^2 \rightarrow \infty) = m_f, \quad (17)$$

$$M_f(p^2 \rightarrow 0) = \frac{B_f(0)}{A_f(0)}. \quad (18)$$

方程(17)中  $m_f$  为流夸克的质量,  $M_f$  为  $p^2$  为某一确定值时的组分夸克的有效质量. 若能求出  $M(p^2)$  随  $p^2$  的变化关系, 就能得到从流夸克质量到组分夸克质量的动力学过渡规律.

### 3.2 理论预言

我们可以由方程式(7)–(10), (11)和(12)以及表 1 中所给出的相关参数计算出  $A_f(p^2)$  和  $B_f(p^2)$  随  $p^2$  的变化关系, 再由方程(13)确定夸克质量  $M_f(p^2)$  随  $p^2$  的变化规律. 理论计算结果如图 3 — 图 5 所示.

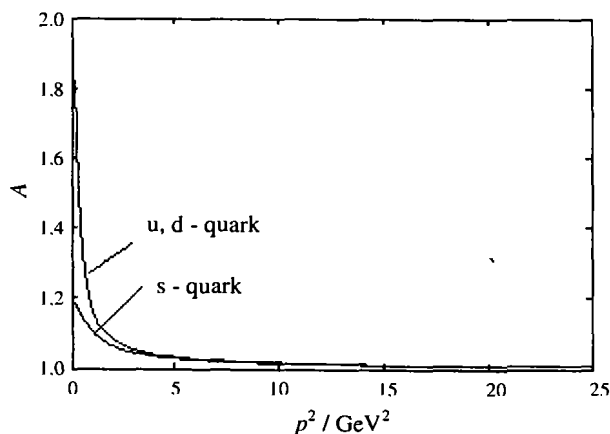


图 3 u, d 夸克和 s 夸克的  $A_f(p^2)$ - $p^2$  曲线

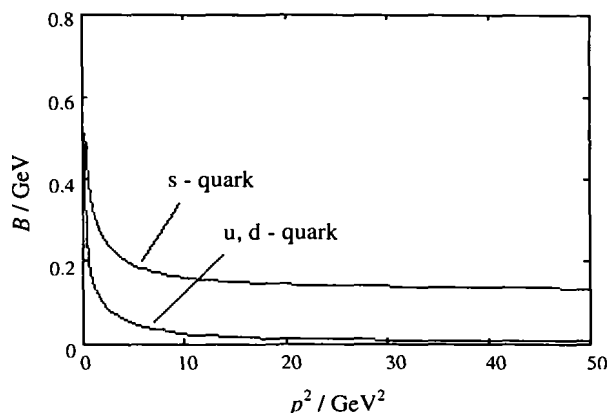


图 4 u, d 夸克和 s 夸克的  $B_f(p^2)$ - $p^2$  曲线

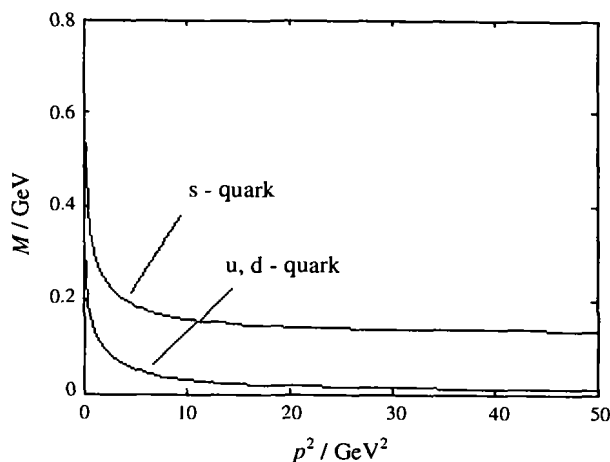


图 5 u, d 夸克和 s 夸克的  $M_f(p^2)$ - $p^2$  曲线

## 4 结果讨论

### 4.1 计算结果分析

我们从 Dyson-Schwinger 方程出发, 在彩虹近似下研究了“穿衣服”夸克传播  $S_f(p)$ , 得到了  $S_f$  的参数化的形式, 计算出了  $A_f(p^2)$  和  $B_f(p^2)$  随  $p^2$  的变化曲线, 并由此获得了夸克的质量  $M_f(p^2)$  随  $p^2$  的变化关系, 即得到了从流夸克到组分夸克质量的动力学过渡. 这对在组成夸克模型中夸克质量的取值( $\approx 310$  MeV)提供了很有力的动力学依据. 以 u, d 和 s 轻夸克为例, 计算表明: 在  $p^2 \rightarrow \infty$  时

$$M_{u,d}(p^2 \rightarrow \infty) = 5.0 \text{ MeV}, \quad (19)$$

$$M_s(p^2 \rightarrow \infty) = 127.0 \text{ MeV}. \quad (20)$$

这就是通常在 QCD 拉氏量中所采用的流夸克质量. 在  $p^2 \rightarrow 0$  时

$$M_{u,d}(p^2 \rightarrow 0) = 328 \text{ MeV}, \quad (21)$$

$$M_s(p^2 \rightarrow 0) = 492 \text{ MeV}. \quad (22)$$

这则是通常在组分夸克模型中所取的组分夸克质量。

以上理论结果说明我们的理论预言是正确的，方程(5)很好地描述了禁闭夸克的传播子，它在其它计算中使用。

#### 4.2 夸克的动力学质量

从图 5 可看出，通常所取的组分夸克质量  $M_{u,d}$

$\approx 330 \text{ MeV}$  和  $M_s \approx 492 \text{ MeV}$  分别是在  $p^2 = 0.10 \text{ GeV}^2$  和  $p^2 = 0.24 \text{ MeV}$  时所对应的  $u, d$  和  $s$  夸克的动力学质量，而通常人们常所取的流夸克的质量  $m_{u,d} \approx 5.1 \text{ MeV}$  和  $M_s \approx 127.5 \text{ MeV}$ ，则是在  $p^2 \rightarrow \infty$  时(例如  $p^2 = 50 \text{ GeV}^2$ )所对应的  $u, d$  和  $s$  夸克的动力学质量。

总而言之，夸克的质量是与夸克的动量  $p$  有关的。 $M_f(p^2)$  随  $p^2$  的变化曲线表明了从流夸克的质量到组分夸克的质量的动力学过渡规律。

#### 参 考 文 献:

- [1] Roberts C D, Williams A G. *Prog Part Nucl Phys*, 1994, 33: 477. [2] Tandy P C. *Prog Part Nucl Phys*, 1997, 39: 117.

## Study of Dynamical Mass of Quarks ——From Current Quark to Constituent Quark\*

ZHU Ji-zhen, LU Juan, ZHOU Li-juan

(Department of Information and Computing Science, Guangxi University of Technology,  
Liuzhou, 545006, Guangxi, China)

Ma Wei-xing

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** The quark propagators are studied using the Dyson - Schwinger equations in "rainbow" approximation in this article. Quark dynamical masses are obtained, and the mass of constituent quarks used commonly in literature is explained, i. e. the transition from current quark to constituent quark is dynamically given out.

**Key words:** quark; Dyson-Schwinger equation; quark propagator; dynamical mass of quark

\* Foundation item: National Natural Science Foundation of China (10247004, 10075081); Natural Science Foundation of Guangxi (0339008)