

文章编号: 1007-4627(2003)02-0121-11

## $^{40,48}\text{Ca} + ^{90,96}\text{Zr}$ 近垒熔合反应的动力学研究\*

王 宁<sup>2</sup>, 李祝霞<sup>1,2,3</sup>, 吴锡真<sup>1,2</sup>

(1 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000;

2 中国原子能科学研究院, 北京 102413;

3 中国科学院理论物理研究所, 北京 100080)

**摘 要:** 发展了一种改进的量子分子动力学模型, 并用这一模型研究了  $^{40,48}\text{Ca} + ^{90,96}\text{Zr}$  的近垒熔合反应. 改进的量子分子动力学模型能很好地描述一系列核, 从  $^6\text{Li}$  到  $^{208}\text{Pb}$ , 的基态性质及它们的时间演化. 在相同参数下计算得到的  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  以及  $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$  这两个熔合反应的激发函数与实验结果都符合得相当好. 在分析丰中子核熔合截面增强机制中, 发现丰中子核熔合反应初始阶段颈部的  $N/Z$  值明显偏大, 促使反应中动态位垒降低, 从而引起了丰中子核反应熔合截面的增强.

**关键词:** 量子分子动力学模型; 熔合截面; 颈部  $N/Z$  值; 动态位垒

**中图分类号:** O571.6      **文献标识码:** A

### 1 引言

近年来, 超重元素的合成是当今核物理中的前沿领域之一, 而对与超重元素合成直接相关的熔合反应机制的研究, 特别是对丰中子核反应引起的熔合截面增强的动力学机制的研究, 引起了相当的关注. 因为两个核在接触前的动态变形、颈部的形成、核子的转移以及能量耗散等这些动力学过程对熔合截面有相当大的影响, 另外丰中子核反应中同位旋效应以及核结构效应对这些过程的影响也是人们非常感兴趣的问题.

很显然要研究这些动力学机制, 一个自治的微观动力学模型是非常需要的. 量子分子动力学(QMD)模型是一个半经典的微观动力学输运模型, 它在中高能重离子反应中有相当广泛的应用. 它能提供反应过程中非常重要的动力学信息以及微观机制. 然而常规的 QMD 模型对于研究低能反应还存在一些困难. 一个主要的问题就是怎样描述核多体系统的费米子属性. 由量子力学知道, 费米子构成的核系统的波函数必须是反对称化的. 在反对称化分子动力学(AMD)模型以及费米子分子动力学(FMD)模型中, 系统波函数是由  $N$  个波包构成的

行列式来表示, 因此它们在描述轻核的反应以及结构方面比较成功. 然而对于非常重的弹靶反应, 计算行列式的  $N!$  项的时间演化是相当费时的, 因而难以应用于实际运算. 而在 QMD 模型中, 系统波函数由  $N$  个波包的直积来表示, 因此它能应用于非常重的系统的实际运算. 当然, 为了换取实际可行的计算, QMD 忽略了波函数的反对称化. 为了对这个缺点进行补偿, 一些作者基于泡利原理而引入了 Pauli 势, 虽然基态属性有所改善, 但长时间演化后, 系统的稳定性以及基态属性都变差, 因而还不能真正用来研究近垒熔合反应. 因此首先需要对常规的 QMD 模型作一些较大的改进, 使得核的基态属性及其时间演化在足够长的时间内保持稳定, 然后再应用改进的模型来研究近垒熔合反应.

### 2 改进的量子分子动力学模型<sup>[1]</sup>

在这一节中, 我们对改进的 QMD 模型进行简要介绍, 详细的介绍见文献[1].

#### 2.1 改进的 QMD 模型简介

在 QMD 模型中, 每个核子由一个耦合态的高

收稿日期: 2003-01-25; 修改日期: 2003-04-07

\* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19975073, 10175093, 10175089, 10235020, 10235030); 核工业科学基金资助项目; 国家重点基础研究发展规划资助项目(G20000774)

作者简介: 王 宁(1976-), 男(汉族), 陕西蒲城人, 博士后, 从事重离子碰撞与熔合反应理论研究.

斯波包来表示:

$$\phi_i(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_r^2)^{3/4}} \cdot \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2}{4\sigma_r^2} + \frac{i\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}}{\eta}\right], \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{r}_i, \mathbf{p}_i$  分别是第  $i$  个粒子在坐标和动量空间中的波包中心. 通过对波函数进行 Wigner 变换, 我们得到  $N$  体相空间的分布函数

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{(\pi\eta)^3} \sum_i \cdot \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2}{2\sigma_r^2} - \frac{2\sigma_r^2}{\eta^2} \cdot (\mathbf{p}-\mathbf{p}_i)^2\right], \quad (2)$$

由相空间分布函数可以得到系统的密度分布和动量分布:

$$\rho(\mathbf{r}) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\mathbf{p} = \frac{1}{(2\pi\sigma_r^2)^{3/4}} \cdot \sum_i \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i)^2}{2\sigma_r^2}\right], \quad (3)$$

$$g(\mathbf{p}) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) d\mathbf{r} = \frac{1}{(2\pi\sigma_p^2)^{3/2}} \cdot \sum_i \exp\left[-\frac{(\mathbf{p}-\mathbf{p}_i)^2}{2\sigma_p^2}\right], \quad (4)$$

其中  $\sigma_r, \sigma_p$  分别是波包在坐标和动量空间的宽度, 它们满足最小测不准关系

$$\sigma_r \sigma_p = \frac{\eta}{2}. \quad (5)$$

在 QMD 模型中, 核子在自洽产生的平均场中运动,  $\mathbf{r}_i$  和  $\mathbf{p}_i$  的时间演化基于正则方程:

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_i}, \quad \dot{\mathbf{p}}_i = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}_i}. \quad (6)$$

其中  $H$  是系统的哈密顿量, 包括动能以及有效的相互作用势能:

$$H = T + U, \quad (7)$$

$$T = \sum_i \frac{P_i^2}{2m}. \quad (8)$$

有效相互作用势能包括短程的 Skyrme 相互作用势能以及库仑相互作用势能:

$$U = U_{\text{loc}} + U_c, \quad (9)$$

$$U_{\text{loc}} = \int V_{\text{loc}}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (10)$$

$V_{\text{loc}}$  是势能密度, 它可以直接由 Skyrme 相互作用推导出来:

$$V_{\text{loc}}(\mathbf{r}) = \frac{\alpha}{2} \frac{\rho(\mathbf{r})^2}{\rho_0} + \frac{\beta}{3} \frac{\rho(\mathbf{r})^3}{\rho_0^2} + \frac{c_s}{2} \frac{[\rho_p(\mathbf{r}) - \rho_n(\mathbf{r})]^2}{\rho_0} + \frac{g_1}{2} [\nabla \rho(\mathbf{r})]^2. \quad (11)$$

运用关系式:  $\langle Q \rangle_i = \int \rho_i(\mathbf{r}) Q d\mathbf{r}$ , 则短程的相互作用势能表达成

$$U_{\text{loc}} = \frac{\alpha}{2} \sum_i \langle \frac{\rho}{\rho_0} \rangle_i + \frac{\beta}{3} \sum_i \langle \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \rangle_i + \frac{c_s}{2} \int \frac{(\rho_p - \rho_n)^2}{\rho_0} d\mathbf{r} + \frac{g_1}{2} \int (\nabla \rho)^2 d\mathbf{r}, \quad (12)$$

第一项是两体相互作用项, 第二项是三体相互作用项, 第三项是对称能项, 最后一项是表面能项. 由于密度分布是高斯形式, 所以上式中所有的积分都能被解析地做出来. 除了第二项是  $N^3$  项求和以外, 其他三项都是  $N^2$  项求和. 对于几百个粒子构成的系统,  $N^3$  个项的求和是相当费时的, 因此第二项被近似表达成

$$\sum_i \langle \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \rangle_i \approx \sum_i \langle \frac{\rho}{\rho_0} \rangle_i + \int \frac{g_1}{2} (\nabla \rho)^2 d\mathbf{r}, \quad (13)$$

这个表达式是  $N^2$  项求和, 其中右边第二项的形式与表面能项的形式完全相同, 因此我们把两项结合在一起统称为表面能项, 并且系数取为  $g_0 = g_1 + g_2$ . 库仑势能由下面的表达式给出:

$$U_c = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \int \rho_i(\mathbf{r}) \frac{e^2}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \rho_j(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}'. \quad (14)$$

表 1 给出了本工作所采用的参数.

表 1 本工作中所采用的参数

$\alpha/\text{GeV}$	$\beta/\text{GeV}$	$\rho_0/\text{fm}^{-3}$	$g_0/(\text{GeV} \cdot \text{fm}^5)$	$c_s/\text{GeV}$
-0.124	0.071	0.165	0.96	0.032

## 2.2 主要的改进工作

### 2.2.1 表面项的考虑

很显然, 对于有限体系, 表面效应是很重要的. 常规的 QMD 模型对表面项的效应没有很好地考虑, 从而使核的基态性质, 如密度分布, 不是很合理, 而且也导致核的稳定性受到很大地影响. 我们的改进工作首先是对表面项进行了认真地考虑. 从 Skyrme 相互作用, 可以直接得到表面能项的形式

$U_s = \frac{g_1}{2} \int (\nabla \rho)^2 dr$ . 可以看出, 表面能与密度的梯度相关, 也就是与核的表面分布形式直接相关. 它的效应可从图 1 中清楚地看出.

由于核子的位置和动量在时间演化过程中遵循的是经典的正则方程, 系统的初始密度分布会逐渐演化成经典的 Boltzmann 分布, 如图 1 所示, 它是一个高斯形式的分布. 基于图 1(a) 的密度分布, 由表面项的定义可以得到表面能的形式, 如图 1(b) 所示, 我们可以看到, 中心区(也就是密度比较高的区域)的粒子在表面能项的作用下会受到一个向外的排斥力, 使核子向外运动, 从而防止中心区密度过高; 而在表面的核子会自治地受到一个向内的引

力, 使表面的核子向中心靠, 从而防止核表面过于弥散. 这一点对于维持一个合理的密度分布以及保持其稳定性是很重要的, 也是与常规 QMD 模型中采用的 Yukawa 势不同的地方. 另外, 它能从 Skyrme 相互作用直接推导出来, 这样更自治一些. 在我们的研究中发现密度分布合理与否对于库仑位垒以及熔合截面也有很大的影响. 在表面项的作用下, 核的密度分布会大大地改善, 变得更加合理.

下面我们研究表面能项在基态核的实际演化中的效果. 图 2 和图 3 给出了考虑和不考虑表面项两种情况下基态  $^{90}\text{Zr}$  的密度分布随时间的演化. 从图 2 和图 3 的比较可以很明显地看出, 表面项对于保持密度的合理分布以及核的稳定性都非常有效.

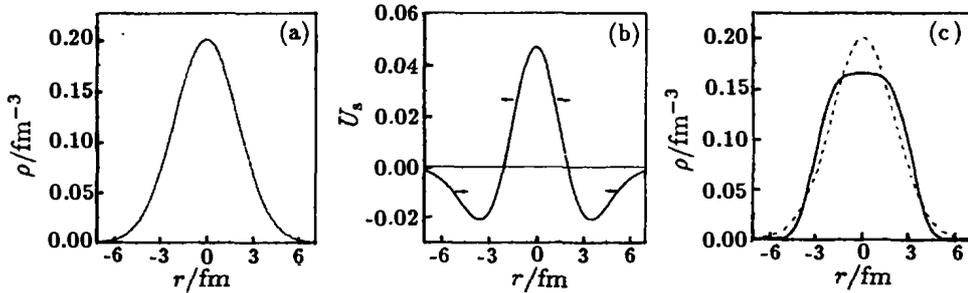


图 1 表面项效应的示意图

a) Boltzmann 形式的密度分布; (b) 表面能项的形状, 箭头表示相应力的方向; (c) 考虑(—)和不考虑(---)表面能项时核的密度分布.

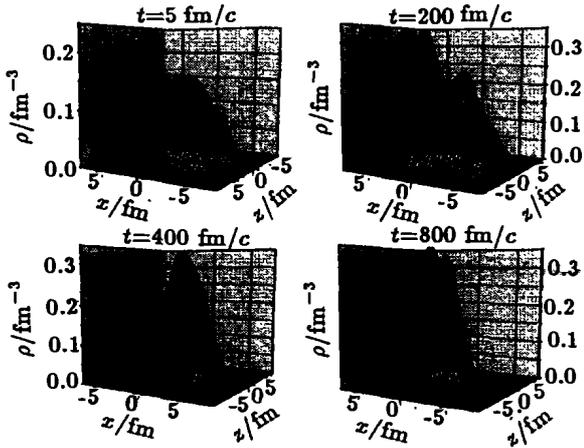


图 2 没有考虑表面能项时基态  $^{90}\text{Zr}$  的密度分布的演化

### 2.2.2 相空间约束

为在 QMD 模型中近似地考虑波函数的反对称化, 我们引入相空间约束方法<sup>[2]</sup>. 即费米子要求系统的单粒子相空间占有数  $f_i \leq 1$ .

图 4 比较了基态的  $^{208}\text{Pb}$  在没有采用相空间约束(左图)和采用相空间约束(右图)两种情况下粒子

的相空间密度分布随时间的演化情况. 从图中可以看出, 如果没有采用相空间约束, 单粒子的相空间占有数很多时候大于 1, 这就有悖于费米子属性; 而当引入了相空间约束后, 单粒子的相空间占有数基本上小于等于 1, 从而使得模型在描述费米子属性上得到了改进.

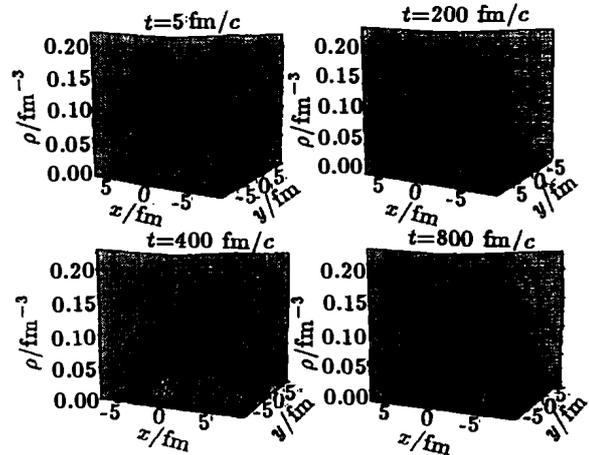


图 3 考虑表面能项时基态  $^{90}\text{Zr}$  的密度分布随时间的演化

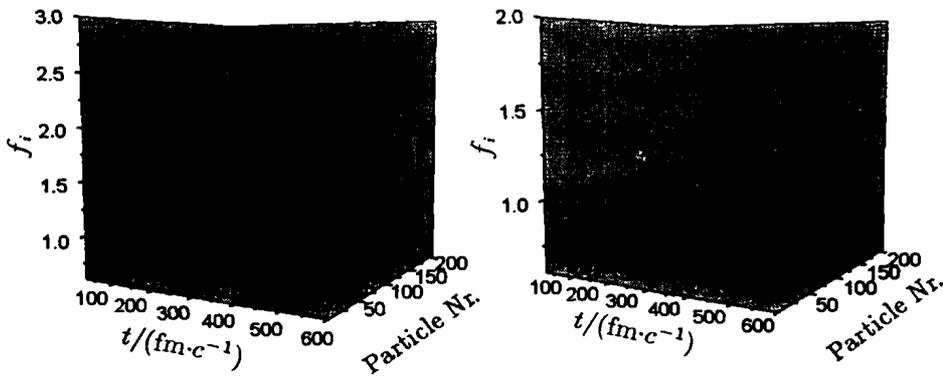


图 4 不考虑(左图)和考虑(右图)相空间约束下核子的相空间密度随时间的演化

此外,我们还研究了相空间约束方法对于动量分布的影响.对于基态以及近垒融合反应,合理的动量分布是很重要的.类似于上面提到的密度分布在经典正则方程演化下而发生的改变,核初始的动量分布也会随着时间演化而发生改变,低动量的粒子数会变得过多.采用相空间约束的方法后,我们发现基态的动量分布在很大程度上有所改善,特别是低动量部分.当低动量粒子数增多时,单粒子相空间占有数就会大于 1,而相空间约束方法所采用的两体弹性散射迫使粒子的动量进行改变,从而有

效地防止低动量的粒子数过多.图 5 给出了采用相空间约束和不采用相空间约束两种情况下的<sup>208</sup>Pb的动量分布.从图中可以看出,当没有采用相空间约束时,随着时间的演化,基态核的动量分布发生改变,低动量的粒子数大大增加,与初始的动量分布偏离很大.这种偏离对于融合反应的结果无疑会产生很大的影响.而当采用相空间约束后,核的动量分布大大改善,特别是低动量部分.从图 5 我们可以看到,相空间约束是一个能改善核动量分布的有效方法,特别是低动量部分.

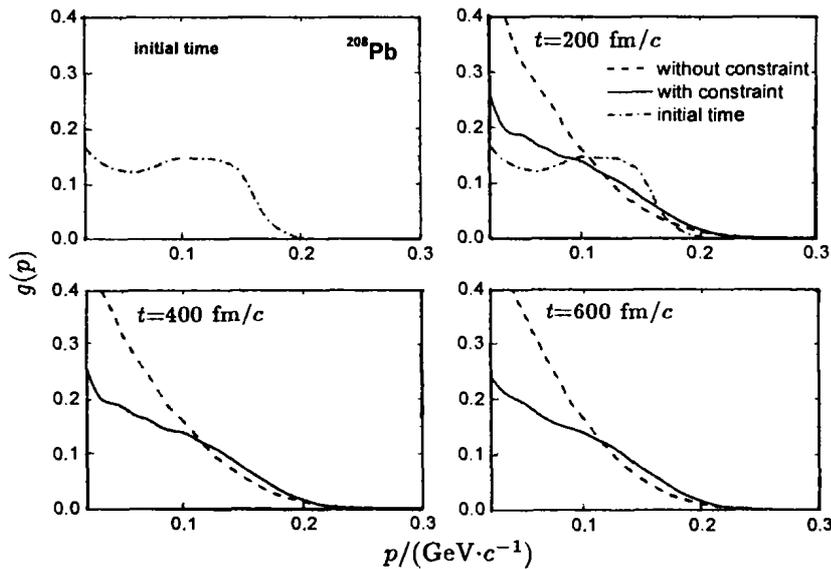


图 5 <sup>208</sup>Pb 的动量分布的时间演化

---表示由相对论平均场计算得到的核的初始的动量分布,---和—分别表示不考虑和考虑相空间约束时核的动量分布.

### 2.2.3 引入随系统大小相依的波包宽度

QMD 模型之所以区别于经典的分子动力学模型,是因为它所描述的粒子不再是经典的点粒子,而是一个高斯波包,从而称为 QMD 模型.高斯波

包的宽度体现了粒子的相互作用力程,与多体关联有一定的联系.在无限的核物质中,这个量的影响很小,而对于有限体系,这个量的影响却不容忽视.

对于有限核体系,粒子应该被束缚在一个有限

大小的范围之内, 因此粒子的波包宽度应该与它们形成体系的大小有一定的联系. 在 AMD 模型中, 一些作者通过考虑波包的弥散 (Diffuse) 与收缩 (Shrink) (AMD/DS)<sup>[3]</sup> 而引入块之间的关联效应, 从而使得块多重数的分布更加合理.

在常规的 QMD 中波包宽度取为常量, 但是人们也注意到不同的波包宽度对于计算结果有很明显的影响. 针对不同的反应体系, 为了使结果比较合理, 作者采用的波包宽度也有些差别, 例如, 在  $\text{Ca} + \text{Ca}$  的反应中, 波包宽度取为  $\sigma_r = 1.04 \text{ fm}$ , 而在  $\text{Au} + \text{Au}$  的反应中, 波包宽度取为  $\sigma_r = 1.47 \text{ fm}$ <sup>[4]</sup>. 有时候甚至对于相同的反应体系不同的反应能量, 如研究多重碎裂和研究熔合反应, 波包宽度也取得不同<sup>[2]</sup>, 这就使计算结果的不确定性增大. 另一方面我们知道, 熔合反应的过程比较缓慢, 要求单个

核的基态性质随时间演化的稳定性比较好, 因此我们研究了波包宽度对于体系的影响. 通过对一大批稳定线上的核的基态性质随波包的变化比较, 给出了拟合一个波包宽度随体系大小变化的关系式:

$$\sigma_r = 0.16A^{1/3} + 0.49 \text{ fm}, \quad (15)$$

其中  $A$  是体系的大小.

首先, 我们研究引入这种波包宽度对系统稳定性的改善. 通过比较基态  $^{208}\text{Pb}$  在不同的波包宽度下随时间的演化情况 (见图 6), 我们发现当波包宽度取得较小 ( $\sigma_r = 1.04 \text{ fm}$ ) 时, 仅在初始的一段时间内, 核子能被约束在一起, 而随着进一步的时间演化, 大约在  $200 \text{ fm}/c$  以后, 核就变得不太稳定, 核子不断向外蒸发; 而如果采用公式 (15) 给出的波包宽度后, 系统的稳定性明显得到改善, 因而在重系统  $\text{Au} + \text{Au}$  的反应中, 作者将波包宽度相应增大.

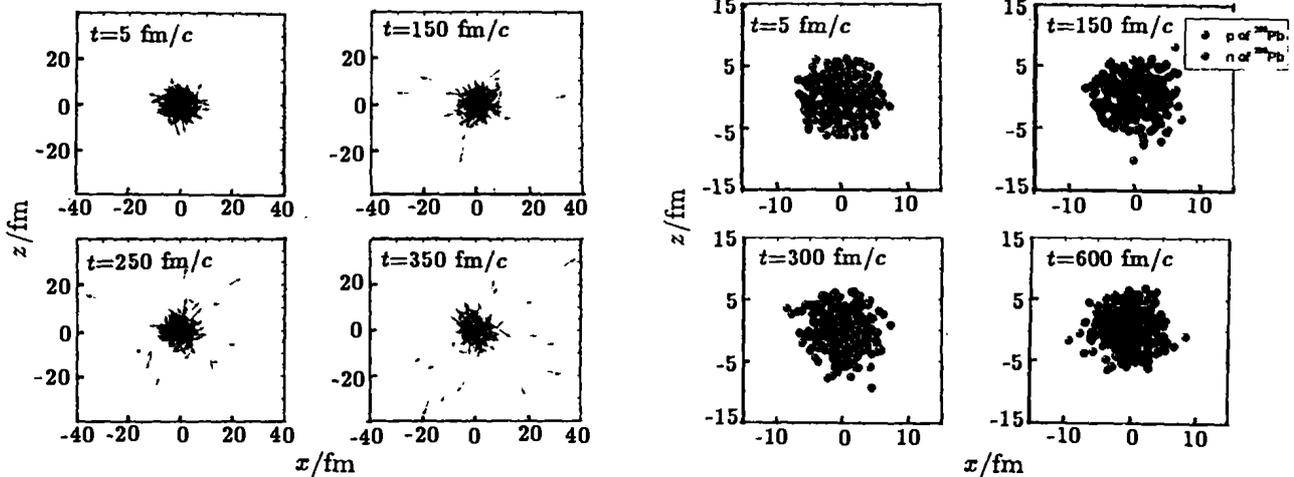


图 6 波包宽度取不同值时  $^{208}\text{Pb}$  的核子随时间的演化

左图是波包宽度取  $1.04 \text{ fm}$  时不同时刻核子的分布, 箭头表示核子的运动方向; 右图是波包宽度取  $1.44 \text{ fm}$  时核子在不同时刻的分布.

其次, 引入随体系大小相依赖的波包宽度以后, 一系列稳定线上的核, 从  $^6\text{Li}$  到  $^{208}\text{Pb}$ , 它们的基态性质如结合能、方均根半径和密度分布等都能被很好地描述, 并且它们的时间演化在很长时间内都相当稳定. 表 2 给出了改进的 QMD 模型计算的  $^6\text{Li}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{30}\text{P}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{108}\text{Ag}$ ,  $^{144}\text{Nd}$ ,  $^{197}\text{Au}$  以及  $^{208}\text{Pb}$  的结合能和方均根半径以及与实验值和经验值的比较. 方均根半径的经验值是从经验公式  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 0.82A^{1/3} + 0.58$  <sup>[5]</sup> 得到的. 从比较结果可以看出, 改进的 QMD 模型计算的结果与实验值以及经验值都符合得非常好. 考虑到模型只有很少的几个参数, 这个结果是令人相当满意的.

表 2 一些核的结合能及方均根半径\*

核	结合能		方均根半径	
	QMD	Exp	QMD	Data
$^6\text{Li}$	5.78	5.33	2.13	2.07
$^{16}\text{O}$	8.01	7.97	2.85	2.64
$^{30}\text{P}$	8.32	8.35	3.35	3.12
$^{40}\text{Ca}$	8.55	8.55	3.54	3.38
$^{90}\text{Zr}$	8.57	8.71	4.25	4.25
$^{108}\text{Ag}$	8.41	8.50	4.47	4.48
$^{144}\text{Nd}$	8.25	8.27	4.84	4.87
$^{197}\text{Au}$	8.01	7.92	5.30	5.35
$^{208}\text{Pb}$	7.87	7.87	5.41	5.43

\* 结合能与实验数据相比较, 方均根半径与经验公式<sup>[5]</sup>相比较.

图 7 给出了<sup>16</sup>O, <sup>40</sup>Ca, <sup>90</sup>Zr 以及<sup>208</sup>Pb 的结合能及方均根半径随时间的演化. 从图中可以看出, 这些核的结合能和方均根半径的时间演化都很平稳, 而且能持续很长的时间, 这样就为研究熔合反应打下基础. 从图中还可以看到, 核越大, 结合能和方均根半径随时间演化的涨落就越小, 这是因为越大的核它的平均场效应也越强. 此外, 我们还发现波

包宽度的不同能够影响核的弥散, 从而对熔合位垒产生影响. 引入随体系大小相依赖的波包宽度以后, 计算出来的熔合位垒有了很大的改善. 这方面的结果还要在后面更进一步地讨论. 总而言之, 引入随体系大小相依赖的波包宽度以后, 系统的稳定性、结合能和方均根半径以及熔合位垒都有一些改善.

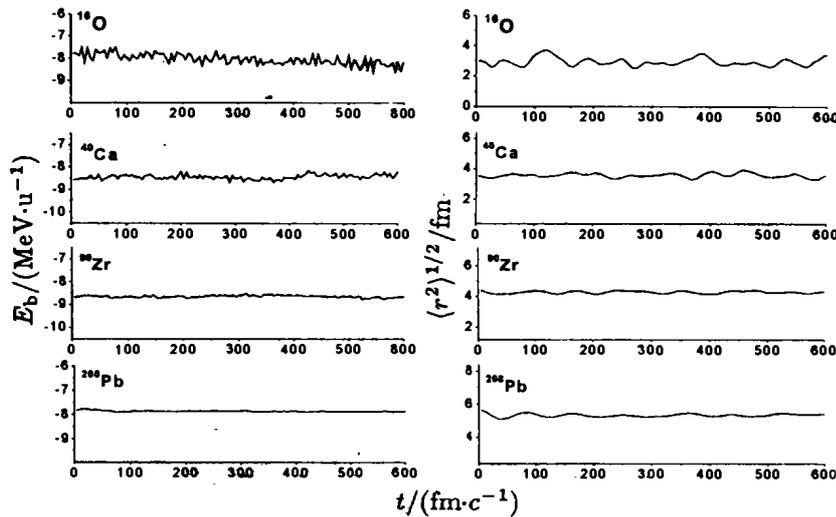


图 7 <sup>16</sup>O, <sup>40</sup>Ca, <sup>90</sup>Zr 以及<sup>208</sup>Pb 的结合能及方均根半径随时间的演化

### 3 熔合反应的动力学机制<sup>[6]</sup>

#### 3.1 引言

超重元素的合成促使了理论上和实验上对低能熔合机制研究的广泛展开, 从而研究熔合反应的动力学过程更显得重要. 一些研究表明, 熔合过程中动力学变形以及颈部的形成导致了熔合位垒的降低, 从而垒下熔合截面要比 WKB 方法计算出来的明显增强. 在研究颈部的动力学行为方面, 双中心壳模型得到了一些不错的结果<sup>[7, 8]</sup>. 然而, 双中心壳模型仅用很少的几个自由度(例如变形、体系拉长、质量不对称性等)来描述各种效应及机制非常复杂的熔合过程是不够的. 而 QMD 模型是在  $N$  个核子形成的  $6N$  维的相空间来描述熔合的动力学过程, 因此 QMD 模型能够提供熔合过程中很多更为细致的动力学信息, 例如位垒的分布、颈部的  $N/Z$  值、颈部的振荡、质子中子的转移以及颈部增大, 一直到随后形成复合核整个过程中能量的耗散等, 而且所有的这些过程都是在核体系自身形成的平均场的作用下自洽描述的. 因此, QMD 模型在描述

熔合过程中能够给出从两核相距很远到相接触, 再到颈部成长, 直到最后形成复合核整个过程统一的处理方法.

另一方面, 由于预言的超重元素的中心区在  $Z = 114$  或  $120$ ,  $N = 184$  附近, 这个区域的中子数要远远高于质子数, 所以丰中子核的熔合反应受到人们极大的关注. 在丰中子核反应中, 丰中子引起的同位旋效应对于熔合过程是很明显的, 包括位垒的降低、颈部的成长以及复合核的稳定性等, 因此研究丰中子核反应的动力学机制显然很必要.

我们运用改进的 QMD 模型研究了<sup>40</sup>Ca + <sup>90</sup>Zr 和丰中子核反应<sup>40</sup>Ca + <sup>96</sup>Zr, 在没有引入任何新的参数的情况下, 得到的熔合截面与实验结果相当符合. 我们进一步研究了丰中子核反应引起的截面增强的动力学机制, 发现了同位旋效应以及体系的动力学形变对熔合的动态位垒的降低效应. 由于动态位垒与熔合反应中颈部的形成有着密不可分的关系, 因此, 我们更详细地研究了颈部成长过程中的同位旋效应及其动力学行为.

### 3.2 融合反应的模拟

模拟融合反应的第一步工作就是初始化弹核与靶核。众所周知，QMD 计算中初始条件是很重要的。在我们的计算中，初始核的准备是这样的：首先，由相对论平均场(RMF)模型得到核的质子及中子的密度分布。基于得到的密度分布，运用 Monte-Carlo 随机抽样的方法得到每个核子的位置。然后，再基于抽样出来的核的密度分布，由费米气体模型采用的定域密度近似可以得到定域的费米动量。另外，我们还要求采用的初始核具有很好的基态属性，如结合能、方均根半径、密度分布、动量分布以及相空间分布等。

对每一组入射能量  $E$  和碰撞参数  $b$ ，我们从 100 个反应事件中统计出融合的事件数，得到融合几率  $g_{fu}(E, b)$ ，再由下面表达式可得到融合截面：

$$\begin{aligned} \sigma_{fu} &= 2\pi \int_0^{b_{\max}} b g_{fu}(E, b) db \\ &= 2\pi \sum b g_{fu}(E, b) \Delta b, \end{aligned} \quad (16)$$

弹核与靶核的初始时刻距离为 20 fm。

在 QMD 模型中，融合事件的定义仍然是一个需要仔细考虑的问题。在时间依赖的 Hartree-Fock (TDHF) 计算中，复合核在旋转一到几圈或者沿直径振荡几个来回的过程中，如果融合在一起的单体

密度一直能够维持，则认为这样的事件是融合事件。在我们的计算中也采用这一定义，并且考虑到 QMD 模型的特点，对于那些在形成真正的复合核之前有很少的几个(少于等于 6 个)核子发射的事件也被认为是融合事件。

图 8 分别给出了  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  以及  $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$  的融合截面，其中的实验数据取自文献[9]。从图中可以看出，我们的模型计算出来的  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  以及  $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$  的融合截面与实验数据都符合得相当好，尤其对丰中子核反应  $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$ ，没有引入任何新的参数，也没有加入特殊的反应道<sup>[10]</sup>，这说明我们的模型在描述丰中子核在近垒融合反应中是相当成功的。

### 3.3 库仑位垒

在融合反应的描述中，库仑位垒是一个很重要的量，它的高度和宽度对于 WKB 计算融合截面的影响非常明显。在 QMD 模型中，库仑位垒可以通过下面的表达式微观地计算出来：

$$\begin{aligned} V_b(r) &= \int d^3 r_1 \int d^3 r_2 \rho_1(r_1 - r_{1c}) \cdot \\ &\quad V(r_1 - r_2) \rho_2(r_2 - r_{2c}) \\ r &= |r_{1c} - r_{2c}|, \end{aligned} \quad (17)$$

其中， $\rho_1(r)$ ， $\rho_2(r)$  分别是弹核与靶核的密度分布， $r_{1c}$ ， $r_{2c}$  分别是弹核与靶核的质心。QMD 模型还能计算动态库仑位垒，只要弹核与靶核采用静态的或者动态的密度分布就可以了。显然静态库仑位垒没有考虑融合反应中的动力学效应，我们首先研究静态库仑位垒的一些信息。图 9 给出了反应  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  的静态库仑位垒。为了和其它模型相比较，我们给出了接触势计算出来的结果，以叉线表示。从图中可以看出，改进的 QMD 模型计算出来的库仑位垒与接触势得到的结果能够相符合。而如果波包宽度取为固定值， $\sigma_r = 1.04$  fm 或者  $\sigma_r = 1.3$  fm 得到的库仑位垒与接触势相比较或者偏高或者偏低，所以图 9 也说明了引入合适的随体系大小相依赖的波包宽度后，能够得到合理的库仑位垒。

图 10 给出了  $^{48}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  在入射能量为 95 MeV 下动态库仑位垒和静态库仑位垒的比较。从图中可以看出，动态库仑位垒要明显地低于静态库仑位垒，这是由于融合过程中的动力学形变和同位旋效应使得反应中弹核与靶核的密度分布发生改变，从

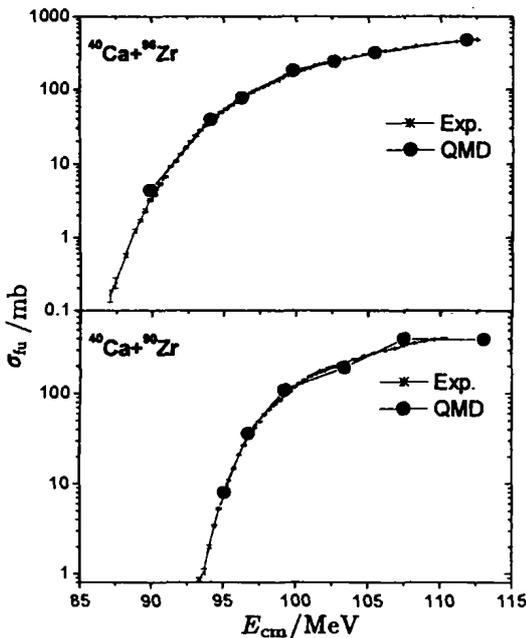


图 8  $^{40}\text{Ca}+^{90,96}\text{Zr}$  的融合截面

--- 表示我们的计算结果，\*- 表示实验数据<sup>[9]</sup>。

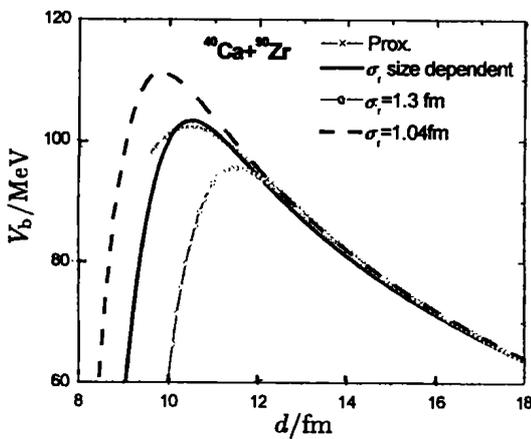


图 9  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  的静态库仑位垒

— 表示采用随体系大小相依赖的波包宽度得到的结果, --- 和 -·- 分别表示波包宽度取 1.04 fm<sup>[4]</sup>和 1.3 fm<sup>[2]</sup>时的结果, -·- 表示接触势的计算结果.

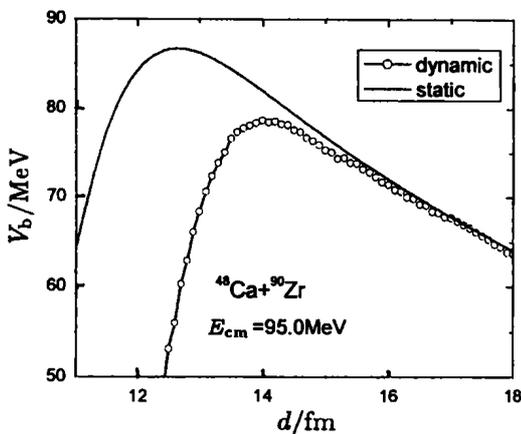


图 10  $^{48}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  的静态库仑位垒与动态库仑位垒的比较

— 表示颈态库仑位垒, -o- 表示动态库仑位垒.

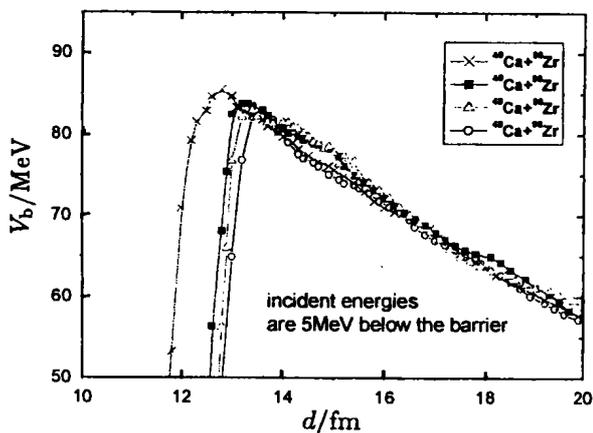


图 11  $^{40,48}\text{Ca} + ^{90,96}\text{Zr}$  4 个反应体系在入射能量为垒下 5 MeV 时的动态库仑位垒

而位垒发生相应的改变. 图 11 给出了  $^{40,48}\text{Ca} +$

$^{90,96}\text{Zr}$  4 个反应体系在入射能量为垒下 5 MeV 时的动态库仑位垒的比较. 从图中可以看出, 随着反应体系中子数的增多, 动态库仑位垒逐渐降低. 这也部分地解释了为什么  $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$  的熔合截面比  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  的熔合截面大的原因.

### 3.4 颈部的动力学行为

众所周知, 熔合反应中位垒高度及宽度对熔合截面有很重要的影响. 而影响熔合位垒很重要的一个方面便是反应过程中两核接触时体系的形状, 特别是颈部的形状. 我们跟踪了熔合反应过程中不同时刻反应体系的密度分布、平均单粒子势分布以及这个时刻的熔合位垒高度.

图 12 描述了  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  熔合反应中一个典型的反应事件, 图中纵坐标是动力学位垒  $V_b$ , 横坐标是弹核与靶核之间的距离. 这儿弹核与靶核的密度分布是随时间变化的. 与此同时, 在子图中还画出了 3 个不同时刻(接触前、刚接触以及接触后)核的密度分布以及单粒子势分布. 子图(1a)和(1b)给出了在熔合路径中点 1 的密度分布以及单粒子势分布. 从这两个子图可以看出, 在这一时刻两个核还没有接触上(图(1a)), 两核之间的势垒还比较高, 从而防止核子穿过势垒进行交换. 在点 2 处, 动力学位垒达到最大值, 密度分布(子图(2a))显示出两个核此时刚接触上, 颈部开始形成, 两核之间的势垒有所降低(子图(2b)), 从而少量核子能够在弹靶之间穿过势垒进行交换. 从图中可以看出, 当熔合体系穿过位垒最高点以后, 体系形成的位垒则迅速下降. 在点 3 处, 子图(3a)和(3b)显示了此时颈部有很明显的成长, 势阱中间的势垒也明显地降低, 从而弹核与靶核之间的核子交换与以前比较容易. 复合核在此后就逐渐形成. 从图 12 可以了解到熔合体系的结构沿着熔合路径的发展情况, 可以看出熔合位垒与反应体系在不同时刻所形成的不同形状结构有着密切的关系. 从而通过研究颈部的动力学行为可以得到熔合反应过程中一些更为细致的信息.

从上面的讨论中我们知道, 动态的熔合位垒与颈部的形状结构有着密切的关系. 此外, 它还与颈部物质的成分(即中子质子比率)有密切的关系. 对

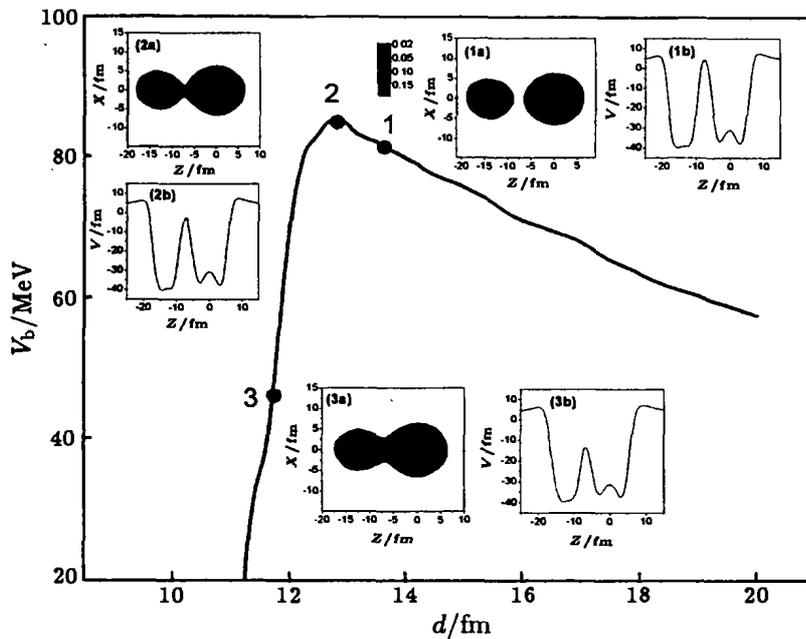


图 12  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  反应 ( $E_{\text{cm}} = 95 \text{ MeV}$ ,  $b = 0.5 \text{ m}$ ) 中一个典型熔合事件的熔合路径

图中中心的曲线表示这一熔合事件的动力学位垒，它是弹靶之间距离的函数；子图(1a)，(2a)和(3a)是反应体系在相应的  $V_b(d)$  曲线上标出的不同时刻的密度分布；子图(1b)，(2b)和(3b)在各自相应时刻的单粒子势。

于丰中子核反应，颈部的  $N/Z$  值是颈部形成过程中一个非常敏感的量。图 13 给出了  $^{40,48}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  以及  $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$  3 个熔合反应中颈部的  $N/Z$  值随时间的演化情况，图中横坐标是颈部形成的时间，起始于两核接触颈部形成的时刻。对于  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$ ， $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$  以及  $^{48}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  这 3 个熔合体系，它们初始的  $N/Z$  值分别是 1.17, 1.27, 1.30。

从图 13 可以清楚的看出，在颈部形成的初始阶段，颈部的  $N/Z$  值要明显的高于初始核的  $N/Z$  值。随着颈部的成长，颈部的  $N/Z$  值逐渐降低，趋

向于初始核的  $N/Z$  值。另外从图 13 也可以看出，随着反应体系中子数的增加，颈部的  $N/Z$  值也逐渐增加，特别是在颈部形成的初始时刻。

为什么在颈部形成的初始时刻，丰中子体系颈部的  $N/Z$  值要高于核的初始时刻的  $N/Z$  值？其主要原因是由于丰中子体系中对称能对质子和中子的影响。图 14 给出了  $\delta = (N - Z)/(N + Z) = 0.1$  时质子中子的化学势。从图中可以看出，中子化学势最低点(A 点)对应的密度要小于质子化学势最低点(B 点)对应的密度。当两个核接触后颈部开始形成时，颈部的密度大约是  $0.05 - 0.07 \text{ fm}^{-3}$ 。在这个

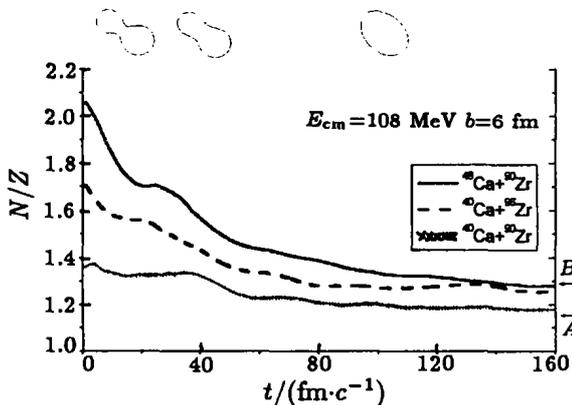


图 13  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$ ， $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$  以及  $^{48}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  3 个熔合体系颈部的中子质子比率随时间的演化  
A, B 分别为  $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$ ， $^{48}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$  反应体系的初始  $N/Z$  值。

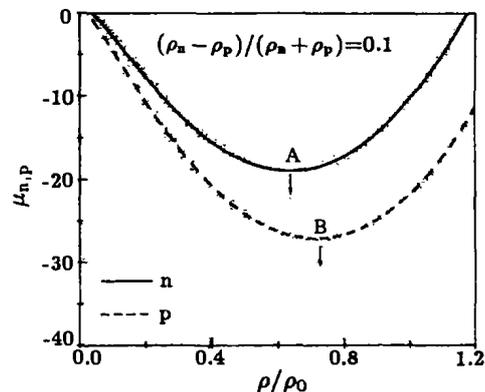


图 14 质子、中子化学势随密度的变化  
— 表示中子的化学势，--- 表示质子的化学势。

密度范围内, 由质子中子化学势的差别可以看出, 此刻质子受到一个向高密区域运动的力, 也就是说核表面的质子会向各自的核心运动而不是向颈部运动; 而此刻的中子却受到一个从高密区域向低密区域(颈部)运动的力. 因此质子中子化学势的差异使得颈部形成的初始时刻中子首先向颈部运动. 其二, 由于库仑排斥, 弹靶的质子相对于中子来说更难于相互靠近, 形成颈部. 为了将这一效应看得清楚一点, 图 15 给出了 $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$ ,  $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$  以及  $^{48}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  这 3 个熔合体系在颈部刚形成的时刻沿体系拉长方向的质子中子的密度分布. 通过比较这

3 个体系颈部的密度分布可以看出, 丰中子核反应  $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$  和  $^{48}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  颈部中子的密度分布要明显的高于质子的密度分布, 特别是丰中子核 ( $^{48}\text{Ca}$  和  $^{96}\text{Zr}$ ) 的中子密度分布. 这一点也能够解释图 13 中颈部的  $N/Z$  值在颈部开始形成的时刻要明显的高于反应体系初始的  $N/Z$  值. 另外, Stelson 通过研究熔合反应的位垒分布发现, 熔合反应初始阶段价中子形成的中子流是熔合截面增强的主要机制<sup>[11]</sup>. 实验上从  $^{28}\text{Si}+^{112,124}\text{Sn}$  的碎块形成中也发现在非对头碰撞下从颈部发射出来的 H 和 He 的丰中子的同位素明显偏多<sup>[12]</sup>.

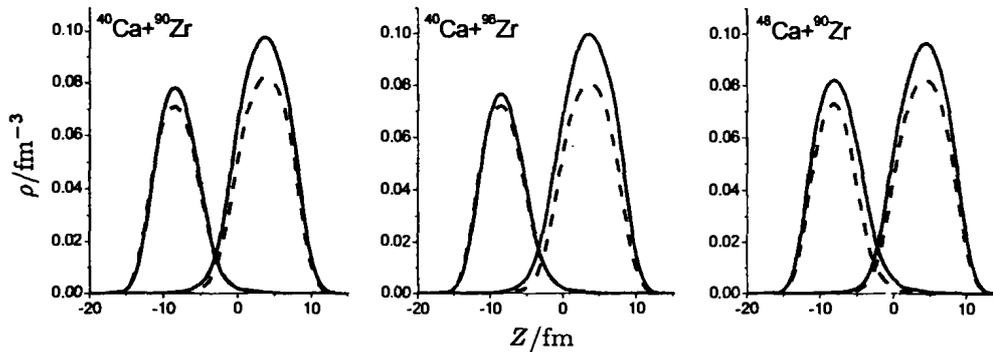


图 15  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$ ,  $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$  以及  $^{48}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  3 个熔合体系在颈部形成初期沿体系拉长方向的密度分布  
— 表示中子的密度分布, --- 表示质子的密度分布.

#### 4 总结

在本文中, 综述了我们发展改进的 QMD 模型, 以及用这一模型研究  $^{40,48}\text{Ca}+^{90,96}\text{Zr}$  的近垒熔合反应的结果. 其主要改进工作包括: 考虑了表面项效应以及相空间约束, 并且引入了随体系大小相依赖的波包宽度. 改进的 QMD 模型能很好地描述一系列核(从  $^6\text{Li}$  到  $^{208}\text{Pb}$ ) 的基态性质, 包括结合能、方均根半径、密度分布、动量分布以及它们的时间演化. 在没有引入任何新参数的情况下, 计算得到

的  $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$  以及  $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$  这两个熔合反应的激发函数与实验结果都符合得相当好. 此外, 在分析丰中子核反应截面增强的动力学机制中, 我们发现丰中子核熔合反应初始阶段颈部的  $N/Z$  值明显偏大, 促使反应中动态位垒降低, 从而引起了丰中子核反应熔合截面的增强. 另一方面, 我们还发现熔合截面对于核的结构效应也有一定的依赖, 这方面的工作正在进行.

#### 参 考 文 献.

- [1] Wang Ning, Li Zhuxia, Wu Xizhen. An Improved Quantum Molecular Dynamics Model and Its Applications to Fusion Reaction near Barrier[J]. Phys Rev, 2002, C65: 064608.
- [2] Massimo Papa, Toshiki Maruyama, Aldo Bonasera. Constraint Molecular Dynamics Approach to Fermionic Systems [J]. Phys Rev, 2001, C64: 024612.
- [3] Akira Ono, Hudan S, Chbihi A, et al. Compatibility of Localized Wave Packets and Unrestricted Single Particle Dynamics for Cluster Formation in Nuclear Collisions[J]. Phys Rev, 2002, C66: 014603.
- [4] Hartnack Ch, Puri R K, Aichelin J. Modelling the Many-Body Dynamics of Heavy Ion Collisions: Present status and future perspective[J]. Eur Phys J, 1998, A1: 151.
- [5] Preston M A, Bhaduri R K. Structure of the Nucleus[Z].

- Addison-Wesley, Reading, MA, 1975, 10.
- [6] Wang Ning, Wu Xizhen, Li Zhuxia. Dynamic Study of Fusion Reactions for  $^{40,48}\text{Ca} + ^{90,96}\text{Zr}$  around the Coulomb Barrier [J]. *Phys Rev*, 2003, **C67**: 024604.
- [7] Adamian G G, Antonenko N V, Diaz-Torres A, *et al.* Dynamical Restriction for a Growing Neck Due to Mass Parameters in a Dinuclear System[J]. *Nucl Phys*, 2000, **A671**: 233.
- [8] Adamian G G, Antonenko N V, Scheid W. Isotopic Dependence of Fusion Cross Sections in Reactions with Heavy Nuclei [J]. *Nucl Phys*, 2000, **A678**: 24.
- [9] Timmer H, Ackermann D, Beghini S, *et al.* A Case Study of Collectivity, Transfer and Fusion Enhancement [J]. *Nucl Phys*, 1988, **A633**: 421.
- [10] Denisov V Yu. Subbarrier Heavy Ion Fusion Enhanced by Nucleon Transfer and Subbarrier Fusion of Nuclei far from the Line of Beta-stability[J]. *Eur Phys J*, 2000, **A7**: 87.
- [11] Stelson P H. Neutron Flow between Nuclei as the Principal Enhancement Mechanism in Heavy-ion Subbarrier Fusion[J]. *Phys Lett*, 1988, **B205**: 190.
- [12] Veselsky M, Ibbotson R W, Lafores R, *et al.* Inhomogeneous Isospin Distribution in the Reactions of  $^{28}\text{Si} + ^{112}\text{Sn}$  and  $^{124}\text{Sn}$  at 30 and 50 MeV/u[J]. *Phys Rev*, 2000, **C62**: 041605.

## Dynamic Study of Fusion Reactions for $^{40,48}\text{Ca} + ^{90,96}\text{Zr}$ around Coulomb Barrier\*

WANG Ning<sup>2</sup>, LI Zhu-xia<sup>1, 2, 3</sup>, WU Xi-zhen<sup>1, 2</sup>

(1 Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000 China;

2 China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China;

3 Institute of Theoretical Physics, Chinese Academic of Sciences, Beijing, 100080, China)

**Abstract:** An improved Quantum Molecular Dynamics (QMD) model is proposed and the fusion reactions  $^{40,48}\text{Ca} + ^{90,96}\text{Zr}$  are studied by using this model. With our improved QMD model, the ground state properties and their time evolution of nuclei from  $^6\text{Li}$  to  $^{208}\text{Pb}$  can be reproduced reasonably well and the excitation functions of fusion cross section for reactions  $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$  and  $^{48}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$  at near barrier can be reproduced remarkably well with the same set of parameters. We found that the  $N/Z$  value in neck region is clearly large at the early stage of neck formation in neutron-rich nuclei reactions, which cause the lowering of dynamical Coulomb barrier and thus enhance the fusion cross section.

**Key words:** Quantum Molecular Dynamics model; fusion cross section;  $N/Z$  value of neck; dynamic barrier

\* **Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (19975073, 10175093, 10175089, 10235020, 10235030); Science Foundation of Chinese Nuclear Industry; Major State Basic Research Development Program and Contract (G20000774)