

文章编号: 1007-4627(2003)02-0132-05

重核熔合耗散动力学*

包景东

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000;

北京师范大学物理系, 北京 100875;

北京师范大学低能核物理研究所, 北京 100875)

摘要: 用双中心核态参数描写重核熔合过程, 以一个布朗粒子通过二次势位垒的简化模型得到了熔合几率的解析表达式. 在两碰撞核的接触处, 颈部变量的变化遵守高斯分布, 而沿拉长方向的初始平均动能由表面摩擦模型所确定. 计算了几个对称和近似对称的反应系统的熔合激发函数, 并与实验结果进行了比较. 讨论了颈部增长和初始能量损失对熔合障碍产生的效应.

关键词: 熔合几率; 双中心模型; 颈部; 朗之万方程

中图分类号: [O415.6]; O571.6 **文献标识码:** A

1 引言

对于近似对称靶弹组合的熔合反应系统, 当复合核的电荷数 $Z > 80$ 时, 接触态位于裂变鞍点脊线之外, 反应需要的能量必须大于库仑势能, 超出静态库仑位垒势能以上的部分被称作外部推动能量, 它描写了重核的熔合障碍^[1, 2]. 对此现象已有一些研究, 尤其是位垒漂移理论经常用来从实验数据中提取转移系数(熔合几率)^[1, 2]. 然而, 用熔合位垒高度和位置的变化^[1-3]来解释熔合障碍缺乏根据, 而应从核的集体耗散和涨落特性来理解它的物理机制. 有少量的宏观模型包含了涨落和耗散^[4, 5], 但并没有探讨熔合障碍的动力学起因. 最近, Abe 等^[6]和 Bao 等^[7]通过解一个阻尼布朗粒子翻越一维势垒鞍点问题, 给出了熔合几率的解析表达式, 却没有数值结果. 值得注意的是, 动力学模型不仅要考虑两碰撞核的质心距作为主要的输运变量, 同时其它态参数, 如颈部厚度、碰撞核的形变等也应计及.

本文关注 $^{100}\text{Mo} + ^{100}\text{Mo}$ 附近系统^[1, 2]的原因是, 它们具有小的条件鞍点和接触点间的势能差, 但需有大的外部推动能量, 并且熔合激发曲线随质心能量的变化非常缓慢, 而 WKB 和初步的扩散模型给出的结果却很陡. 从动力学角度出发, 可能有两个原因导致熔合障碍的出现, 其一是强摩擦作用

在集体运动自由度上, 其二是两碰撞核接触前要通过表面摩擦来克服 Bass 位垒等^[8], 就已经有一个大的能量损失. 事实上, 仅考虑耗散诱发熔合障碍是不够的, 因为对上述要研究的系统而言, 两碰撞核的接触点与条件鞍点的距离非常近. 因此, 希望搞清两个基本动力学问题: 在碰撞核接触点颈部先增长是使熔合容易还是困难? 接触相的动能损失对能量漂移的贡献有多大?

2 涨落耗散动力学

将熔合动力学过程分为两步或两相: 首先两碰撞核通过表面摩擦作用到达接触点, 然后再交叠熔合通过条件鞍点. 图 1 显示了 $^{100}\text{Mo} + ^{100}\text{Mo}$ 反应的库仑势与核势之和, 以及液滴模型下的复合核形变能与反应 Q 值之差, 其中实线和虚线的鞍点分别对应熔合条件鞍点和库仑 Bass 位垒. 可见在两球形核的接触点位置上, 由库仑势与核势之和确定的势能低于复合核形变势. 若考虑两个相的贡献, 熔合几率应等于两碰撞核的俘获几率和复合核通过鞍点的形成几率的乘积. 已有的研究表明: 当质心能量大于 Bass 位垒 2-3 MeV 以上, 两碰撞核的俘获几率趋于 1^[9]. 本文仅关注熔合动力学的第二步, 即形成相.

收稿日期: 2003 - 03 - 10

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10235020), 教育部跨世纪优秀人才基金资助项目

作者简介: 包景东(1962-), 男(满族), 辽宁瓦房店人, 教授, 博士生导师, 从事核理论、统计物理和生物物理的研究和教学工作.

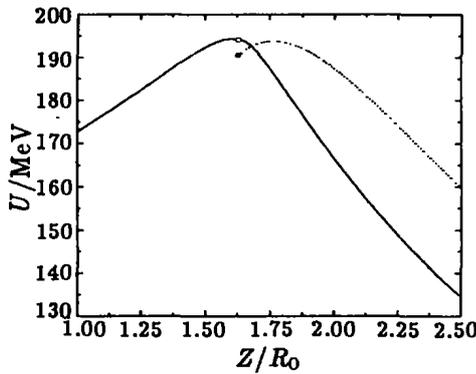


图 1 $^{100}\text{Mo} + ^{100}\text{Mo}$ 反应在 $\epsilon=1$ 的形变势能(—)和库仑加核势能(---)
 ○是熔合接触点, ●是表面摩擦模型的端点; R_0 为球形复合核的半径.

为了求得重核的熔合几率,我们将形成复合核后的核表面形变看成一个布朗运动,以两碰撞核的质心距为一个相关自由度,颈部参数为非相关自由度.那么,粒子翻越位垒的通过几率就是所求的熔合形成几率.在条件鞍点附近,将核沿拉长方向的形变势近似成一个倒谐振子,即 $V(z) = -(1/2)m_z\omega_z^2z^2$, 其中势能鞍点已经选在坐标原点,系统的惯性和摩擦被假设成常数,则粒子的运动满足以下的朗之万方程:

$$\ddot{z} + \beta_z \dot{z} - \omega_z^2 z = r_z(t), \quad (1)$$

式中 β_z 为折合摩擦, $r_z(t)$ 是一个高斯白噪声,遵守

$$\langle r_z(t) \rangle = 0, \quad \langle r_z(t) r_z(t') \rangle = \frac{2T\beta_z}{m_z} \delta(t-t'),$$

T 是复合核温度,由反应系统在鞍点处耗散给热浴的能量所量度: $T = (a_{lev}^{-1}(E^* - \bar{B}))^{1/2}$, 这里 $a_{lev} = A/10$ 是能级常数, A 是核子数, E^* 为激发能, \bar{B} 代表平均熔合位垒高度.

假设粒子的初始位置和动量的分布为

$$W_0(z_0, p_0) = \frac{1}{2\pi\sqrt{m_z T_0} \sigma_{z_0}} \exp\left[-\frac{(p_0 - \bar{p}_0)^2}{2m_z T_0} - \frac{(z_0 - \bar{z}_0)^2}{2\sigma_{z_0}^2}\right], \quad (2)$$

式中 $\bar{z}_0 > 0$, $\bar{p}_0 = m_z \bar{z}_0 < 0$ 为初始的平均值, σ_{z_0} 是拉长自由度涨落宽度, T_0 为两碰撞核在接触相通过表面摩擦损失掉的质心能量所提供系统在接触点的温度,它不等于 T , 而是根据以下的能量守恒关系式确定:

$$E_{cm} + Q - V_{cont} = \bar{K} + a_{lev} T_0^*, \quad (3)$$

其中 E_{cm} 是质心系能量, V_{cont} 为复合核断点的势能, \bar{K} 是接触态系统的平均动能. 由于两反应核在碰撞相, 受一个大的表面摩擦作用, 要首先克服库仑位垒, 则它们的相对动能的一部分被转移到内部自由度, 系统达到接触态时的运动动能要小于入射炮弹和靶组合的质心系能量, 即存在能量损失. 这里我们使用表面摩擦研究的结果^[9], \bar{K} 的取值为: $\bar{K} \approx 0.6(E_{cm} - V_c)$, 其中 V_c 是库仑位垒的势能.

由于噪声的高斯性和势的倒谐振子性, 则粒子轨道满足如下的高斯分布:

$$W(z, t; \bar{z}_0, \sigma_{z_0}, \bar{p}_0, T_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z(t)} \exp\left(-\frac{[z - \langle z(t) \rangle]^2}{2\sigma_z^2(t)}\right). \quad (4)$$

粒子通过鞍点的几率定义为

$$P(t; \bar{z}_0, \sigma_{z_0}, \bar{p}_0, T_0) = \int_{-\infty}^{\infty} dz_0 \int_{-\infty}^{\infty} dp_0 W_0(z_0, p_0) \int_{-\infty}^0 dz W(z, t; \bar{z}_0, \sigma_{z_0}, \bar{p}_0, T_0). \quad (5)$$

在长时间极限下, 上式收敛于一个有限值, 即

$$P(t \rightarrow \infty; \bar{z}_0, \sigma_{z_0}, \bar{p}_0, T) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\omega_z \sqrt{\bar{K}} - \frac{1}{2}(\beta_z + \beta'_z) \sqrt{\bar{B}}}{\left\{ T\beta_z \frac{1}{2}(\beta_z + \beta'_z) + T_0\omega_z^2 + \sigma_{z_0}^2 m_z \omega_z^2 \left(\frac{\beta_z + \beta'_z}{2}\right)^2 \right\}^{1/2}} \right], \quad (6)$$

式中 $\beta'_z = \sqrt{\beta_z^2 + 4\omega_z^2}$, $\bar{K} = (1/2)m_z^{-1}p_0^2$ 是两碰撞核在接触点的平均动能, $\bar{B} = (1/2)m_z\omega_z^2\bar{z}_0^2$ 为熔合鞍点和接触态的平均势能差. 如果一半的粒子能通过鞍点, 即粒子的平均坐标为零, 此时粒子的初始动能定义为临界动能, 即

$$\bar{K}_c = \left(\frac{\beta_z + \beta'_z}{2\omega_z}\right)^2 \bar{B}. \quad (7)$$

本文用含两个参数 $\{z, \epsilon\}$ 的双中心模型描写核形状, 这里 z 为两个反应核的质心距, ϵ 是颈部参数, 用液滴模型计算形变势能, 用 Werner-Wheeler 方法计算惯性张量和窗加墙一体耗散机制给出摩擦张量.

3 颈部的形成

图 2 画出了粒子要克服的与颈部参数 ϵ 有关的势垒, 这里黑点对应着具有一定长度颈部但接触点的颈部半径为零的两碰撞核的接触态, 它们的联线近似为一条直线. 在 $\{z, \epsilon\}$ 双中心动力学模型中, 拉长和颈部变量满足一个耦合的朗之万方程组. 事实上, 在粒子通过熔合鞍点的过程中, 颈部变量 ϵ 是远离平衡态的, 又因为 $\beta_s \gg \beta_z$, 颈部运动为一个慢过程. 这意味着熔合过程是从不同的状态出发的, 后者可以用如下的关于 ϵ 的分布来体现:

$$\rho(\epsilon) = N_0^{-1} \exp\left(-\frac{(\epsilon - \bar{\epsilon})^2}{2\sigma_\epsilon^2}\right), \quad (8)$$

归一化常数从 $\int_0^1 \rho(\epsilon) d\epsilon = 1$ 给出:

$$N_0 = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_\epsilon}{2} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1-\bar{\epsilon}}{\sqrt{2}\sigma_\epsilon}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{\bar{\epsilon}}{\sqrt{2}\sigma_\epsilon}\right) \right]. \quad (9)$$

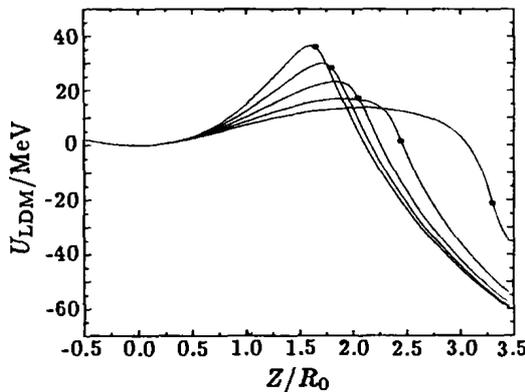


图 2 $^{100}\text{Mo} + ^{100}\text{Mo}$ 反应形成的复合核的形变势能
从上到下的 $\epsilon = 1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2$, ●是接触态; R_0 为球形复合核的半径.

为了求得 $\bar{\epsilon}$ 和 σ_ϵ , 本文提出在熔合反应的初始阶段, 颈部变量沿着接触线的动力学演化方程为

$$\ddot{\epsilon} + \beta_s \dot{\epsilon} - \frac{f_\epsilon}{m_\epsilon} = \sqrt{\frac{2\beta_s T}{m_\epsilon}} r_\epsilon(t). \quad (10)$$

初始条件是: $\epsilon(0) = 1$ 和 $\dot{\epsilon}(0) = 0$.

方程(10)可精确求解, ϵ 的平均和方差分别为

$$\begin{aligned} \langle \epsilon(t) \rangle &= \epsilon(0) + \\ &\frac{f_\epsilon}{m_\epsilon \beta_s} \left\{ t - \frac{1}{\beta_s} [1 - \exp(-\beta_s t)] \right\}, \quad (11) \\ \langle [\epsilon(t) - \langle \epsilon(t) \rangle]^2 \rangle & \end{aligned}$$

$$= \frac{2T}{m_\epsilon \beta_s} \left[t - \frac{3}{2\beta_s} + \frac{2}{\beta_s} \exp(-\beta_s t) - \frac{1}{2\beta_s} \exp(-2\beta_s t) \right]. \quad (12)$$

对方程(11)和(12)进行 τ_z 时间间隔内的平均, 则有

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{\tau_z} \int_0^{\tau_z} \langle \epsilon(t) \rangle dt \cong \epsilon(0) + \frac{1}{2} \frac{f_\epsilon}{m_\epsilon \beta_s} \tau_z, \quad (13)$$

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{1}{\tau_z} \int_0^{\tau_z} \langle [\epsilon(t) - \langle \epsilon(t) \rangle]^2 \rangle dt \cong \frac{T}{m_\epsilon \beta_s} \tau_z, \quad (14)$$

式中 τ_z 是一维鞍点的通过时间, 由平均轨道指数收敛于熔合位垒顶部所确定, 其为 $\tau_z = 2(\beta_z + \beta'_z)^{-1}$, 它是 ϵ 的函数, 因为 β_z 和 ω_z 均是 ϵ 的函数.

从一个粒子在二维势能区面的运动学角度来看, 它一方面在沿两反应核质心方向的初始动能的驱动下, 定向从该方向爬过位垒顶部; 同时接触后由于库仑斥力的作用, 系统又有形变势能降低的趋势, 即粒子沿着颈部增长的方向下滑. 其轨迹为两者的合成. 其实这是一条作用量极小的路径.

最终考虑了颈部增长和涨落贡献的熔合几率表达式写作

$$P_{\text{fus}} = \int_0^1 d\epsilon \rho(\epsilon) P(t \rightarrow \infty; \bar{z}_0, \sigma_{z_0}, \bar{p}_0, T_0) \cdot \delta(ax + b\epsilon + c), \quad (15)$$

积分是沿着接触线方程 $[(ax + b\epsilon + c) = 0]$ 进行的.

4 结果和讨论

本文计算对称和近似对称的炮弹和靶组合反应系统的对心碰撞熔合几率, 复合核的有效可裂变参数^[2]为

$$x_{\text{eff}} = \frac{4Z_p Z_t}{A_p^{1/3} A_t^{1/3} (A_p^{1/3} + A_t^{1/3})} \left[\left(\frac{Z}{A} \right)_{\text{crit}} \right]^{-1}, \quad (15a)$$

$$\left(\frac{Z}{A} \right)_{\text{crit}} = 50.883 \left\{ 1 - 1.7826 \left(\frac{A - 2Z}{A} \right)^2 \right\}, \quad (15b)$$

式中 $Z = Z_p + Z_t$ 和 $A = A_p + A_t$.

图 3 显示了存在和没有颈部效应两种情况下, $^{100}\text{Mo} + ^{100}\text{Mo}$ 反应的熔合几率随两碰撞核的质心系能量的变化. 因为在没有颈部($\epsilon = 1$)时从接触点到

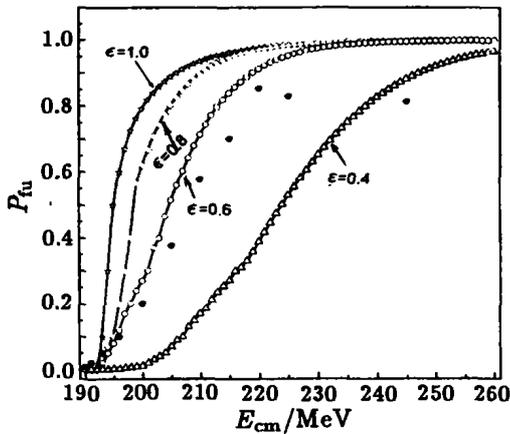


图 3 取不同颈部参数计算的¹⁰⁰Mo+¹⁰⁰Mo 反应的熔合几率
这里没有考虑初始能量损失, ●是实验结果^[1].

条件鞍点的一维路径很短, 所以没有颈部的纯一维模型不能产生一个大的熔合障碍. 这里, 熔合障碍被定义为熔合几率等于 1/2 所对应的质心系能量与库仑位垒的势能之差, 也就是

$$E_{XX} = E_{cm} |_{P_{fu}=1/2} - V_C. \quad (16)$$

若熔合系统在接触后马上生长出颈部, 即 ϵ 的值减小, 那么接触点的势能降低, 但较小的 ϵ 所对应的鞍点与接触点的势能差升高(见图 2). 虽然这导致了复合核温度的增加, 粒子却要克服一个高的熔合位垒, 因此需要一个大外部推动能来抑制复合核颈部的生成, 则熔合激发曲线随质心能量 E_{cm} 的增长变得平滑. 理论结果与实验结果相符.

如果在接触态, 任意改变初始温度 T_0 , 将熔合几率作为 T_0 的函数, ¹⁰⁰Mo+¹⁰⁰Mo 的结果见图 4. 增加 T_0 , 意味着在碰撞相表面摩擦效应损失了质心系能量的比较大的一部分, 那么两反应核到达接触点, 系统的初始动能被降低了, 等价于熔合障碍被增加, 熔合激发曲线朝着大的质心系的能量漂移.

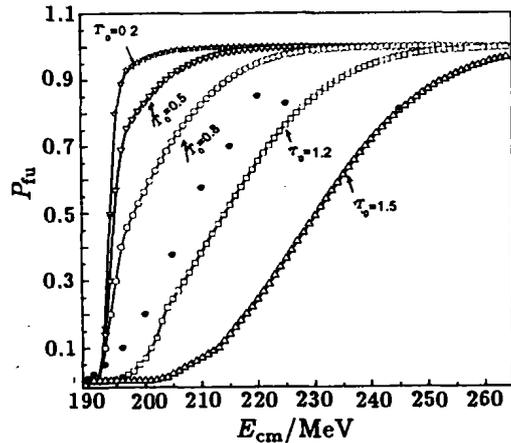


图 4 取不同的初始温度计算¹⁰⁰Mo+¹⁰⁰Mo 反应的熔合几率
这里选 $\epsilon=1$, ●是实验结果^[1].

在图 5 的 3 幅图中, 同时考虑了颈部增长和初始动能损失效应, 计算给出了其它 3 个典型重核系统 ¹⁰⁰Mo+¹¹⁰Pd, ⁸⁶Kr+¹²³Sb 和 ⁹⁶Zr+¹²⁴Sn 的熔合激发曲线, 结果与实验较好地符合. 这些系统所对应的平均颈部参数 $\bar{\epsilon}$ 分别为 0.59, 0.73 和 0.52. 在

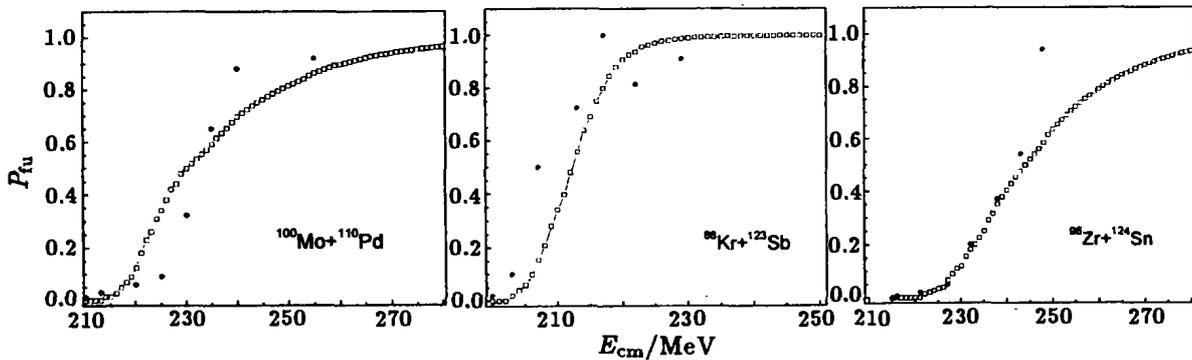


图 5 同时考虑了颈部和初始能量损失计算的¹⁰⁰Mo+¹¹⁰Pd, ⁸⁶Kr+¹²³Sb 和 ⁹⁶Zr+¹²⁴Sn 反应的熔合几率
●是实验结果^[1, 10, 11].

目前的理论模型中, 对于颈部增长和初始动能损失效应还不能区分哪一个更重要, 可能依赖于具体的反应系统, 也需要朗之万数值模拟来验证. 如果计

算所得到的平均颈部参数越小, 即颈部越长, 或者初始温度 T_0 的值越小, 那么颈部效应就越强; 反之, 则初始动能损失效应为主要.

5 结语

本文提出了一个简化的有效二维重核反应涨落耗散模型, 给出了一个解析表达式用来计算重核融合几率和外部推动能量, 分别讨论了颈部和能量损失效应. 以往实验上所用到的融合位垒的弥漫效应, 其实在本模型中可由反应系统的颈部动力学初始演化来解释. 近位垒的外部推动能量放大的可能动力学机制来自融合复合核的颈部生长和两碰撞核

克服大的表面摩擦损失了动能.

还要进一步与不需将融合过程分为两步的统一朗之万数值模拟进行比较, 以及将目前的位垒动力学推广到超重元素区域. 这些工作正在研究中.

致谢: 作者与 Y. Abe 和 D. Boilley 进行了有益的讨论. 本工作的部分内容是在日本 RIKEN 和法国 GANIL 完成的.

参 考 文 献:

- [1] Schmidt K H, Morawek W. The Conditions for the Synthesis of Heavy Nuclei [J]. *Rep Prog Phys*, 1991, **54**: 949.
- [2] Reisdorf W. Heavy-ion Reactions Close to the Coulomb Barrier [J]. *J Phys*, 1994, **G20**: 1 297.
- [3] Keller J G, Schmidt K H, Hessberger F P, *et al.* Cold Fusion in Symmetric ^{90}Zr -induced Reactions [J]. *Nucl Phys*, 1986, **A452**: 173.
- [4] Aguiar C E, Barbosa V C, Donangelo R, *et al.* Thermal Fluctuations in Heavy-ion Fusion Reaction (I). One-dimensional Models [J]. *Nucl Phys*, 1989, **A499**: 609.
- [5] Tokuda T, Wada T, Ohta M. Fusion Cross Section of Massive Nuclei by Fluctuation-dissipation Dynamics [J]. *Prog Theor Phys*, 1999, **101**: 607.
- [6] Abe Y, Boilley D, Giraud B G, *et al.* Diffusion over a Saddle with a Langevin Equation [J]. *Phys Rev*, 2000, **E61**: 1 125.
- [7] Bao J D, Boilley D. Quantum Propagator Approach to Fusion of Massive Nuclei [J]. *Nucl Phys*, 2002, **A707**: 47.
- [8] Bass R. *Lecture Notes in Physics* [M]. Berlin, Springer, 1980, **117**: 281—293.
- [9] Abe Y, Boilley D, Kosenko G, *et al.* Fusion Dynamics of Massive Heavy-ion Systems [J]. *Prog Theor Phys Supp*, 2002, **146**: 104.
- [10] Sahn C C, Clera H G, Schmidt K H, *et al.* Hindrance of Fusion in Central Collisions of Heavy, Symmetric Nuclear Systems [J]. *Z Phys*, 1984, **A319**: 113.
- [11] Quint A B, Reisdorf W, Schmidt K H, *et al.* Investigation of the Fusion of Heavy Nearly Symmetric Systems [J]. *Z Phys*, 1993, **A346**: 119.

Dissipative Dynamics of Fusion of Massive Nuclei*

BAO Jing-dong

(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China;

Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China;

Institute of Low Energy Nuclear Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract: Dissipative dynamics of fusion of massive nuclei is studied in terms of the two-center shape parameterization. Fusion probability is obtained analytically from a Brownian particle passing over a parabolic potential barrier along the elongation coordinate. The neck variable at the initial contact shape is supposed to be a Gaussian distribution. Fusion probabilities of several symmetric or nearly symmetric systems in central collisions are calculated and compared with experimental data. Effects of neck folding and initial energy loss on the fusion hindrance are discussed.

Key words: fusion probability; two-center model; neck; Langevin equation

* Foundation Item: National Natural Science Foundation of China (10235020); Project of Trans-century Training Programmer Foundation for the Talents, Ministry of Education, China