

文章编号: 1007-4627(2002)03-0352-05

快堆有效增殖因子的灵敏度分析

荣 健, 刘桂生

(中国原子能科学研究院, 北京 102413)

摘 要: 采用一级微扰理论研究了有效增殖因子 K_{eff} 随截面变化的灵敏度, 以 GODIVA 和 ZPR-6/7 两个快中子基准装置为例, 计算了它们的 K_{eff} 相对于 $\bar{\nu}$ 值、裂变截面和俘获截面的灵敏度函数. 经对计算结果分析和与 FORSS 计算结果的比较, 表明计算正确反映了问题的物理意义, 结果可靠, 能够用于实际的基准检验工作中.

关键词: 灵敏度; 微扰; K_{eff} ; 快中子基准装置

中图分类号: O571 **文献标识码:** A

1 引言

核工程装置设计计算的精确度主要由两方面的因素决定: 一是计算用的程序; 二是使用的核数据本身的误差. 近年来, 随着计算机技术的不断更新, 一些像 Monte-Carlo 方法、细网差分等新的方法被广泛应用, 使计算方法的精确度得到了很大的提高. 这样, 核数据的误差引起的计算的不确定度问题就显得很重要了.

在进行不确定度分析时, 首先要进行装置的宏观参量相对于截面的灵敏度分析, 计算它的灵敏度函数. 灵敏度函数是指宏观参量随输入截面变化的变化量. 灵敏度分析广泛应用于辐射屏蔽^[1]、反应堆物理计算^[2]和聚变堆包壳的研究之中^[3]. 目前灵敏度分析中广泛采用的是一级微扰理论. 广义的微扰理论由 Usachev^[4]引入, Gandini^[5]做了进一步的发展. 首先给出需要研究的宏观物理量的特征函数形式, 采用变分法将此特征函数相对于某截面作展开, 在截面变化较小(微扰)时, 可以只取展开的一次项进行计算, 就可以得到物理量相对于此截面的灵敏度函数. 可以证明在微扰情况下, 这种近似计算是合理的^[6].

在本工作中, 我们用上述方法给出了球坐标下装置的有效增殖因子 K_{eff} 相对于每次裂变放出的裂变中子数 ν 值、裂变截面和俘获截面的灵敏度计算公式, 计算了两个球形快基准装置 GODIVA 和 ZPR-6/7 的灵敏度. 通过对计算结果的分析以及与

FORSS 程序^[7]的结果的比较, 可以认为我们的灵敏度分析方法正确反映出了物理意义, 结果是可靠的, 能够用于实际的基准检验计算.

2 有效增殖因子 K_{eff} 的灵敏度分析

核装置的 Boltzmann 本征方程的形式为

$$\begin{aligned} & [\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma_t(\mathbf{r}, E)] \Phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) - \\ & \int dE' \int d\boldsymbol{\Omega}' \Sigma_s(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow E, \boldsymbol{\Omega}) \Phi(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}') - \\ & \lambda \frac{\chi(\mathbf{r}, E)}{4\pi} \int dE' \nu(\mathbf{r}, E') \Sigma_f(\mathbf{r}, E') \Phi(\mathbf{r}, E') = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 Φ 为中子通量, Σ_t 和 Σ_f 分别为总截面和裂变截面, Σ_s 为散射截面, $\chi(\mathbf{r}, E)$ 为裂变谱函数, ν 为裂变中子数, $\lambda \equiv 1/K_{\text{eff}}$. 相应的共轭方程为

$$\begin{aligned} & [-\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma_t(\mathbf{r}, E)] \Phi^*(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) - \\ & \int dE' \int d\boldsymbol{\Omega}' \Sigma_s(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}' \rightarrow E', \boldsymbol{\Omega}') \Phi^*(\mathbf{r}, E', \boldsymbol{\Omega}') - \\ & \lambda \nu(\mathbf{r}, E) \Sigma_f(\mathbf{r}, E) \int dE' \chi(\mathbf{r}, E') \Phi^*(\mathbf{r}, E') = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

Φ^* 相应的被称为共轭通量.

上述两方程可以简写为算符形式

$$(\hat{A} - \lambda \hat{B}) \Phi = \hat{L} \Phi = 0 \quad (3)$$

和

收稿日期: 2001 - 09 - 11; 修改日期: 2002 - 01 - 16

作者简介: 荣 健(1972-), 男(汉族), 河北霸州人, 助理研究员, 从事核数据研究.

$$(\hat{A}^* - \lambda \hat{B}^*)\Phi^* = \hat{L}^* \Phi^* = 0. \quad (4)$$

对微扰系统, Boltzmann 方程可写为

$$[\hat{A}' - \lambda' \hat{B}']\Phi' = 0, \quad (5)$$

其中 Φ' 为微扰后通量,

$$\begin{aligned} \hat{A}' &= \hat{A} + d\hat{A}, \hat{B}' = \hat{B} + d\hat{B}, \\ \lambda' &= \lambda + d\lambda. \end{aligned} \quad (6)$$

(4)式乘以 Φ' , (3)式乘以 Φ^* , 两式相减并以全体装置体积为积分区域进行积分, 可得:

$$\begin{aligned} \langle \Phi^*, (\hat{A}' - \lambda' \hat{B}')\Phi' \rangle - \\ \langle \Phi', (\hat{A}^* - \lambda \hat{B}^*)\Phi^* \rangle = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

(5)式代入(7)式中:

$$\begin{aligned} \langle \Phi^*, (\hat{A} + d\hat{A} - (\lambda + d\lambda)(\hat{B} + d\hat{B}))\Phi' \rangle \\ = \langle \Phi^*, (\hat{A} + d\hat{A} - \lambda \hat{B} - \lambda d\hat{B} - \\ \hat{B}d\lambda - d\lambda d\hat{B})\Phi' \rangle \\ = \langle \Phi^*, (\hat{A} - \lambda \hat{B})\Phi' \rangle + \\ \langle \Phi^*, (d\hat{A} - \lambda d\hat{B} - \hat{B}d\lambda - d\lambda d\hat{B})\Phi' \rangle \\ = \langle \Phi^*, (d\hat{A} - \lambda d\hat{B} - \hat{B}d\lambda - d\lambda d\hat{B})\Phi' \rangle \\ = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

取 Φ' 近似等于 Φ , 并忽略二级小量 $d\lambda d\hat{B}$, 可以得到:

$$\langle \Phi^*, (d\hat{A} - \lambda d\hat{B} - \hat{B}d\lambda)\Phi \rangle = 0, \quad (9)$$

解出相对微扰为

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{\langle \Phi^*, (d\hat{A} - \lambda d\hat{B})\Phi \rangle}{\langle \Phi^*, \lambda \hat{B}\Phi \rangle}. \quad (10)$$

于是, 相对于宏观截面 $\Sigma(\rho)$, λ 的灵敏度为

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda/\lambda}{d\Sigma(\rho)/\Sigma(\rho)} \\ = \frac{\Sigma(\rho)}{d\Sigma(\rho)} \frac{\langle \Phi^*, (d\hat{A} - \lambda d\hat{B})\Phi \rangle}{\langle \Phi^*, \lambda \hat{B}\Phi \rangle} \\ = \frac{\Sigma(\rho)}{\lambda} \frac{\langle \Phi^*, \left(\frac{d\hat{A}}{d\Sigma(\rho)} - \lambda \frac{d\hat{B}}{d\Sigma(\rho)} \right) \Phi \rangle}{\langle \Phi^*, \hat{B}\Phi \rangle}, \end{aligned} \quad (11)$$

注意到 $\lambda \equiv \frac{1}{K_{\text{eff}}}$, (12)

于是有 $\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{dK_{\text{eff}}}{K_{\text{eff}}}$. (13)

这样, 可以得到有效增殖因子 K_{eff} 相对于截面 $\Sigma(\rho)$ 的灵敏度为

$$P_{\Sigma(\rho)}^{K_{\text{eff}}} = \frac{dK_{\text{eff}}/K_{\text{eff}}}{d\Sigma(\rho)/\Sigma(\rho)}$$

$$\begin{aligned} &= - \frac{\Sigma(\rho)}{\lambda} \frac{\langle \Phi^*, \left(\frac{d\hat{A}}{d\Sigma(\rho)} - \lambda \frac{d\hat{B}}{d\Sigma(\rho)} \right) \Phi \rangle}{\langle \Phi^*, \hat{B}\Phi \rangle} \\ &= - \frac{\Sigma(\rho)}{K_{\text{eff}}} \frac{\langle \Phi^*, \left(\frac{d\hat{A}}{d\Sigma(\rho)} - \frac{1}{K_{\text{eff}}} \frac{d\hat{B}}{d\Sigma(\rho)} \right) \Phi \rangle}{\langle \Phi^*, \frac{1}{K_{\text{eff}}} \hat{B}\Phi \rangle}, \end{aligned} \quad (14)$$

相应的总灵敏度为

$$S_{\Sigma(\rho)}^{K_{\text{eff}}} = \sum P_{\Sigma(\rho)}^{K_{\text{eff}}} \text{ (对能量求和)}. \quad (15)$$

在本工作中, 我们用一维离散坐标程序 SCALE^[8] 计算出装置的通量 Φ 和共轭通量 Φ^* 代入 (14) 式, 并将该式对不同的截面进行展开并离散化, 即可计算出 K_{eff} 相对于不同截面的灵敏度. 然后应用 (15) 式可计算对不同截面装置 K_{eff} 的总灵敏度^[7, 9]. 这一方法与 FORSS 程序系统中计算灵敏度的方法相同.

3 快堆 K_{eff} 灵敏度分析结果及讨论

与热堆装置相比较, 快堆装置核素成分单一, 结构简单. 另外, 由于快装置中中子通量集中在热上几百 keV 到几个 MeV 左右能区, K_{eff} 与微观截面在热能和热上能区 (小于几个 keV) 的截面关系不大, 主要与平滑区中子截面有关. 而且, 快堆装置中一般不含 H 和 D 等慢化材料, 在计算中可以摆脱热散射等复杂因素的影响. 因此, 对快堆进行灵敏度分析计算, 易于找出 K_{eff} 与某一截面的关系, 可以很方便的鉴别方法的可靠性. 我们选用了两个球模型快中子装置 (高浓铀裸球 GODIVA 和混合 U-Pu 装置 ZPR-6/7) 进行分析.

GODIVA 是高浓铀裸球装置, ZPR-6/7 是一个很大的 (3 100 升) U-PuO₂ 燃料的快临界装置, 分燃料区和转换区两个区. 表 1 列出了这两个装置的同位素含量. 图 1 给出了这两个装置的核芯区中子能谱, 从能谱图上可以看出, 这两个装置都具有典型的快堆中子谱, 与 GODIVA 相比, ZPR-6/7 能谱较软. 同时可以看出, 由于 GODIVA 成分简单, 能谱较平滑; 而 ZPR-6/7 的成分复杂一些, 能谱上出现一些明显的共振吸收峰.

表 2 列出了这两个装置的 K_{eff} 相对于截面的积分灵敏度的计算结果. 图 2 至图 4 给出了几个灵敏度函数的曲线, 作为例子进行分析. 表 2 中最后一

列的数据全部取自文献[10]中, 是 Weisbin 等人用 FORSS 程序系统对 ENDF/B-V 数据的计算结果. 我们的计算采用的是 ENDF/B-VI 的数据. 数据的不同会使两者的计算结果有所差异, 例如表中两个计算的 K_{eff} 有大约 0.7% 的差别, 但这种差别主要是采用不同数据库数据的结果, 并非来自计算方法本身. 并且我们计算的灵敏度是 K_{eff} 变化的百分比, 这 0.7% 的差别不会对结果产生明显影响. 从上面所列的数据表可以看出, 我们的结果和 Weisbin 等人的结果在积分灵敏度上的差别一般出现在有效数字的第三位, 两者符合得很好.

表 1 两个装置的同位素含量
(单位: 10^{24} atoms/cm³)

同位素	堆芯 ($r=8.7407$ cm)		
	GODIVA	^{234}U	0.000 498 4
	^{235}U	0.044 994	
	^{238}U	0.002 498 4	
同位素	堆芯	转换区	
	($r=88.16$ cm)	($d=33.81$ cm)	
ZPR-6/7	^{239}Pu	0.000 886 72	
	^{240}Pu	0.000 119 44	
	^{241}Pu	0.000 013 3	
	^{235}U	0.000 012 6	0.000 085 6
	^{238}U	0.005 780 36	0.039 617 9
	Mo	0.000 235 7	0.000 003 8
	Na	0.009 290 4	—
	O	0.013 90	0.000 024
	Fe	0.013 431	0.004 637
	Cr	0.002 842	0.001 295
	Ni	0.001 291	0.000 563 5
	Mn	0.000 221	0.000 099 8

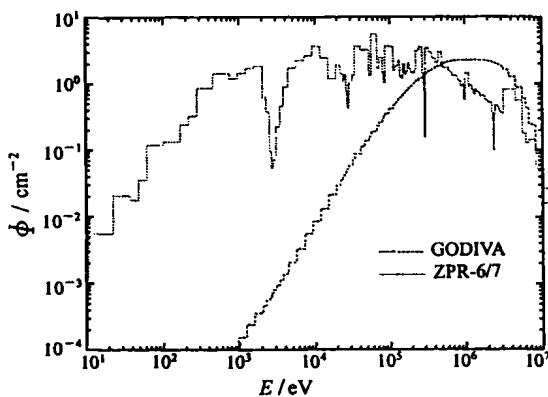


图 1 两个装置核芯区中子通量

表 2 两个装置的 K_{eff} 相对于截面的总灵敏度 (%)

反应	本计算结果 ^{a)}	文献[10] ^{b)}
$^{235}\text{U } \nu$	+1.007	+0.982
$^{235}\text{U} (n, f)$	+0.596	+0.659
$^{235}\text{U} (n, \gamma)$	-0.038	-0.037
$^{238}\text{U } \nu$	+0.009 2	+0.009 8
GODIVA $^{238}\text{U} (n, f)$	+0.007 3	+0.007
$^{238}\text{U} (n, \gamma)$	-0.001	-0.001
$^{234}\text{U } \nu$	+0.01	+0.008 3
$^{234}\text{U} (n, f)$	+0.005 6	+0.006
$^{234}\text{U} (n, \gamma)$	-0.000 8	—
$^{239}\text{Pu}(n, f)$	0.593 6	0.591
$^{240}\text{Pu}(n, f)$	0.016 19	0.016
$^{241}\text{Pu}(n, f)$	0.013 29	0.013
$^{235}\text{U}(n, f)$	0.010 23	0.009
$^{238}\text{U}(n, f)$	0.080 06	0.079
$^{239}\text{Pu } \nu$	0.823 4	0.819
$^{240}\text{Pu } \nu$	0.022 16	0.023
$^{241}\text{Pu } \nu$	0.017 83	0.018
ZPR-6/7 $^{235}\text{U } \nu$	0.012 51	—
$^{238}\text{U } \nu$	0.171 9	0.166
$^{239}\text{Pu}(n, \gamma)$	-0.067 45	-0.067
$^{240}\text{Pu}(n, \gamma)$	-0.009 08	-0.009
$^{241}\text{Pu}(n, \gamma)$	-0.000 63	-0.001
$^{235}\text{U}(n, \gamma)$	-0.000 75	-0.001
$^{238}\text{U}(n, \gamma)$	-0.284 5	-0.239
$\text{Na}(n, \gamma)$	-0.003 18	-0.003
$\text{Fe}(n, \gamma)$	-0.017 02	-0.020
$\text{Ni}(n, \gamma)$	-0.004 39	-0.004
$\text{Cr}(n, \gamma)$	-0.006 98	-0.007

a) $K_{\text{eff}}(\text{cal})=0.994 457$; $K_{\text{eff}}(\text{exp})=1.000 \pm 0.001$

b) $K_{\text{eff}}(\text{cal})=1.003 3$.

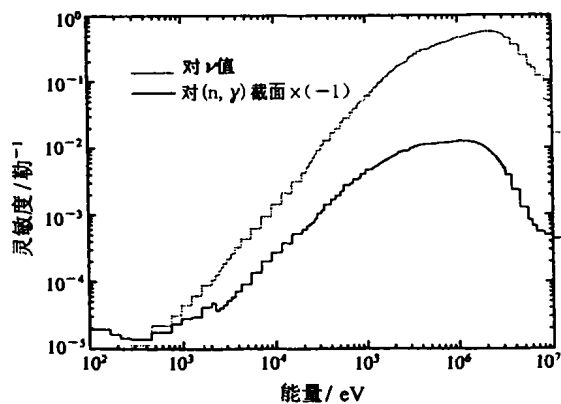


图 2 GODIVA K_{eff} 相对于 ^{235}U 的 ν 值和 (n, γ) 截面的灵敏度

从灵敏度函数的计算公式可以看出, 灵敏度主要由材料的截面、装置的通量和共轭通量共同决定. 共轭通量中子价值函数的物理意义. 在堆物理中, 中子价值函数的定义为: 在临界反应堆中, 在 r 处投入一个能量为 E , 运动方向为 Ω 的中子引起的对稳定功率的影响. 在堆芯附近它的变化远不及通量和截面随能量的变化剧烈, 于是灵敏度函数曲线形状主要是由通量和截面决定的. 因此灵敏度函数曲线的形状应大致体现出装置的通量和所研究的截面的特征. 对快堆而言, 相对于无阈能反应的灵敏度分布集中于热上能区, 形状与装置通量类似; 相对于阈能反应的灵敏度分布集中于高能区. 我们的计算反映出了这一特点: ^{238}U 的裂变反应为阈能反应, 所以对 ^{238}U 的裂变截面和 $\bar{\nu}$ 值的灵敏度函数集中于阈能以上 1 MeV 左右的区域. 灵敏度函数曲

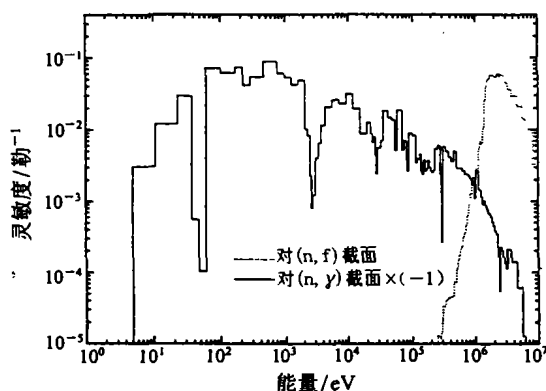


图 3 ZPR-6/7 K_{eff} 相对于 ^{238}U 的 (n, f) 截面和 (n, γ) 截面的灵敏度

参 考 文 献:

- [1] Bartine D E, Oblov E, Mynatt F R. Neutron Cross-section Sensitivity Analysis: A general approach illustrated for a Na-Fe system[R]. ORNL-TM-3 944, 1972.
- [2] Greenspan E. On the Calculation of Reactivity Worths in Fission Reactors[R]. MATT-944, Princeton Plasma Physics Laboratory, 1972.
- [3] Hongenbirk A. Calculation of Design Uncertainties for the Development of Fusion Reactor Blankets, Taking into Account Uncertainties in Nuclear Data[R]. ECN-Rx-94-058, 1994.
- [4] Usachev L N. Perturbation Theory for the Breeding Ratio and for Other Number Ratios Pertaining to Various Reactor Processes[J]. J Nucl Energy, A/B, 1964, 18: 571.
- [5] Gandini A. Generalized Perturbation Theory for Nonlinear

线同时带有截面形状特点, 例如对 (n, γ) 反应, 截面在低能区的数值远大于高能区的数值, 反映在灵敏度曲线上即为对 (n, γ) 截面 K_{eff} 在低能区的灵敏度数值所占比例大于 K_{eff} 相对于 ^{235}U 和 ^{239}Pu 的裂变截面在低能区的灵敏度数值在总的灵敏度函数中所占的比例. 同时, (n, γ) 是吸收中子的反应, 截面升高会减少中子产生, 使 K_{eff} 降低, 因此 K_{eff} 相对 (n, γ) 截面的灵敏度应为负值, 在图 2 至图 4 中用实线表示负值.

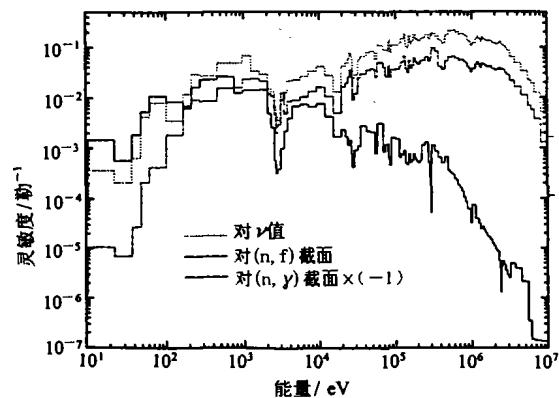


图 4 ZPR-6/7 K_{eff} 相对于 ^{239}Pu 的 ν 值, (n, f) 截面和截面的灵敏度

通过对上述两个装置的灵敏度计算结果的分析以及 FORSS 程序的计算结果比较, 可以认为我们的灵敏度分析方法正确反映出了物理意义, 结果是可靠的, 能够用于实际的基准检验计算.

- System from the Importance Conservation Principle[J]. Nucl Sci Eng, 1981, 77: 316.
- [6] Becker M. Perturbation Theory for Ratios in Linear and Non-linear Problems[J]. Nucl Sci Eng, 1977, 62: 296.
- [7] Lucius J L, Weisbin C R, Marable J H, et al. FORSS - A Sensitivity and Uncertainty Analysis Code System[R]. ORNL-5 316, 1981.
- [8] Greene N M, Lucius J L, Petrie L M, et al. SCALE: A Modular Code System for Performing Standardized Computer Analyses for Licensing Evaluation[R]. ORNL/NEREG/CSD-2/R4, 1990.
- [9] 荣 健. 核数据宏观检验中的灵敏度分析方法研究[D]. 北京: 中国原子能科学研究院, 2000.

[10] Weisbin C R, Marable J H, Lucius J L, *et al.* Application of FORSS Sensitivity and Uncertainty Methodology to Fast Reactor Benchmark Analysis[R]. ORNL/TM-5 563, 1976.

Sensitivity Profile of K_{eff} for Fast Reactor

RONG Jian, LIU Gui-sheng

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

Abstract: The first-order perturbation theory is used to calculate the sensitivity profile of K_{eff} in fast facility. The calculated formulas are given in the sphere co-ordinate. As an example, the sensitivity profiles of K_{eff} to $\bar{\nu}$, $\sigma_{n,f}$ and $\sigma_{n,\gamma}$ of GODIVA and ZPR-6/7 are all calculated. The results are also compared with those of FORSS. The calculation results have correct physical meaning and are reliable for application in the actual benchmark review.

Key words: sensitivity; perturbation theory; K_{eff} ; fast reactor