

文章编号: 1007-4627(2001)04-0308-08

在重核和超重原子核中量子混沌问题的研究*

吴锡真^{1,2}, 李祝霞^{1,2,3}, 张英逊¹, 卓益忠^{1,2,3}

(1 中国原子能科学研究院, 北京 102413;

2 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000;

3 中国科学院理论物理研究所, 北京 100080)

摘要: 通过观察和分析重核和超重核中量子谱的统计性质, 研究有限物理体系中量子混沌的一些问题. 介绍了原子核中量子谱显示的有序-混沌现象随激发能变化的实验数据, 研究了超重核体系中量子谱相邻能级间距分布的规则性随体系的依赖关系, 并预言了稳定的超重体系. 给出了原子核有序混沌相变现象与原子核形变以及原子核转动的依赖关系, 讨论了量子体系中的对效应对有序-混沌相变的影响. 最后, 用有序-混沌相变的概念解释和理解了核物理中一些重要的实验现象.

关键词: 有序-混沌相变; 相邻能级间距分布; 量子混沌

中图分类号: O571.2 **文献标识码:** A

1 引言

在经典力学里, “混沌”是指一类具有不可预测行为的确定性运动. 规则运动的确定性是指系统在任一时刻的状态能被其初始状态解析地确定. 而运动的可预测性意味着人们能依据运动的初始状态和运动规律推算出任一未来时刻的运动状态. 混沌运动对于初条件微小变动的指数不稳定性也就是它的非解析性. 由于初始状态的数据的测定不可能绝对精确, 非解析性结果难免使误差指数般扩大. 因此,

如果一个运动具有这样的特性, 它使人们不可能得到具有最低限度精度的预测结果. 这样的运动即便是确定性的, 也仍是不可预测的. 人们通过庞加莱截面图来表征体系的这种运动的不可预测性, 即混沌性. 图 1 给出了由 SU(3) 哈密顿模型的等价经典哈密顿量所得到的庞加莱图^[1], 看到随非线性相互作用增强而出现的运动对初值的敏感性, 即经典混沌的出现.

将确定性混沌(经典混沌)的概念推广到量子力学中时碰到了许多问题. 首先是, 什么是量子系统

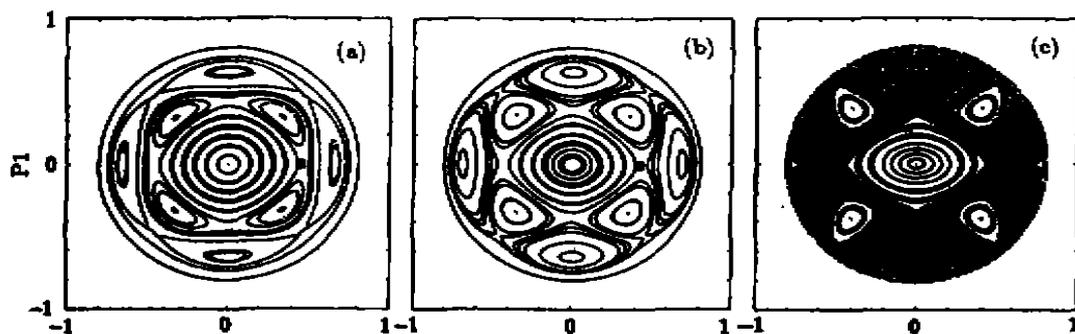


图 1 庞加莱截面图

(a), (b) 和 (c) 分别相应于相互作用强度为 0.01, 0.03 和 0.07.

收稿日期: 2001-09-29; 修改日期: 2001-10-15

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19975073); 核工业科学基金资助项目; 国家 973 基金资助项目(G2000077400)

作者简介: 吴锡真(1940-), 男(汉族), 河北东光人, 研究员, 从事原子核及统计理论研究.

的确定性运动？由于有测不准原理，在量子力学里人们不可能像在经典力学里那样对系统的运动作确定性的相空间轨道描述，因此对于量子混沌的概念本身仍有争议，但是不论人们对此抱什么态度，它已经给量子力学的研究带来巨大的冲击却是不容怀疑的，事实上混沌的发展带给理论物理学家的一个重要的信息是简单系统可以有复杂运动，以往由于主观认识上的局限，也由于缺乏合理的求解手段，人们曾经忽视了在动力学范围内研究复杂运动的重要性，今天，经典研究的辉煌成果已使人们大开眼界，以至于谁也不会怀疑，在量子力学里有着一个同样重要的未知领域正在等待人们开发，原子核是一个有数个粒子到数百个粒子的典型量子体系，对它的最初步的理论认识是：每个核子都在所有核子构成的平均场中运动，运动遵从量子力学规律，其能量状态不像经典力学里那样是连续的而是间断的，它构成一套量子能谱，在核中发现的许多与混沌有关的量子不规则特征应该在本征能谱和本征波函数中得到反映，概括起来，这些量子不规则性有三类，即非定态波函数的时间演化特征，能级间距分布的统计特征以及能量本征函数的形状特征，本文主要致力于研究原子核中相邻能级间距的统计特征，我们知道能级间距分布的具体形式取决于能级间的关联特性，而关联特性与量子体系的对称性，以及内部结构有密切关系，若所讨论系统的对称性高，相邻能级间距分布应服从泊松分布

$$P(s) = \exp\{-s\},$$

其中 s 表示相邻能级间距除以平均能级间距，这时体系为有序状态，如果体系的某些对称性被剧烈破坏，则能级间距服从维格纳分布

$$P(s) = \frac{\pi}{2} s \exp\left\{-\frac{\pi s^2}{4}\right\},$$

人们应用无规矩阵理论^[2,3]在不包括任何参数的情况下推导出高斯正交系综(GOE)的能级间距分布，满足维格纳分布，由此人们认为能级分布满足维格纳分布是量子系统具有混沌的一种表现，基于以上的基本观点，人们对原子核能级间距分布进行了长期的较为广泛的研究，以观察在原子核这一典型量子体系中有秩序-混沌相变的物理内涵，

对于球形原子核能谱的统计性质，人们已经从理论和实践两方面进行了较为详尽的研究，原子核的基态或沿转晕线的最低激发态具有确定的能量和

角动量，同时宇称也是好量子数，因此能谱具有较大的简并度和较简单的结构，预期体系处在有序状态，理论学家从壳模型出发进行的单粒子能级间距分布计算，的确显示了泊松分布^[4]，实验物理学家 Garrett 等^[5]收集了 2 522 个能级间距的数据绘制了能级间距的分布图，见图 2(a)，其中每个间距数

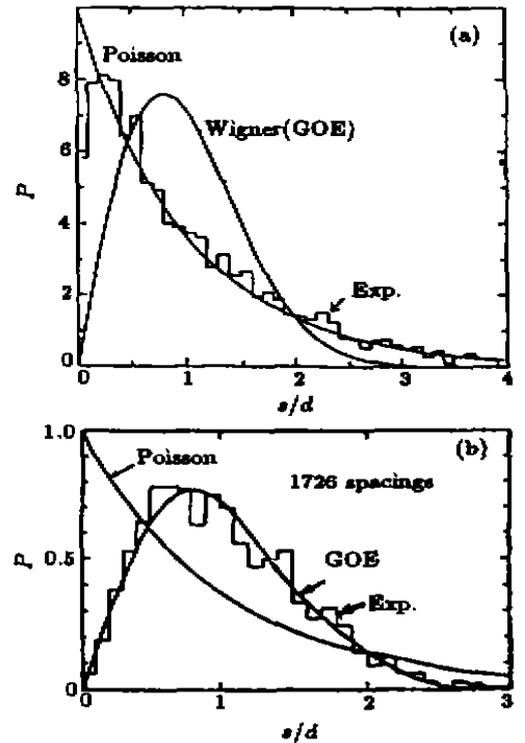


图 2 (a)在核的基态和沿转晕线最低激发态的相邻能级间距分布；(b)在核的激发能为中子结合能处核的相邻能级间距分布

据是指接近转晕线处具有相同角动量和宇称的两个态之间的能量差被平均能级间距除，收集这些数据涉及的核素范围是质量数从 155 至 185，质子数从 60 至 77 之间的稀土核，这个图给出了基态和最低激发态能谱的能级间距分布是泊松分布，从实验上证实了在这种情况下核内核子的有序运动状态，然而随着外部能量的输入，核被激发，能级结构变复杂，能级之间彼此有了相互作用，互相排斥使能谱不再有简并，因而能级间距分布将趋向于维格纳分布，例如，在激发能约等于中子结合能的地方，实验物理学家 O. Bohigas 和他的同事^[6]给出了能级间距分布的维格纳曲线，见图 2(b)，在这个图中他们汇集了 1 726 个能级间距数据形成一个极好的维格纳分布，即高斯正交系综(GOE)，这个事实无可争议地说明，在这种条件下，体系达到无序的混沌状

态. 由于实验学家和理论工作者的大量的辛勤劳动, 对球形原子核随激发能的增加从规则运动到混沌运动的相变现象已经被观察到, 并受到人们的普遍承认.

2 有序-混沌相变与超重体系稳定性

关于超重元素的研究是当今人们最感兴趣的课题之一. 现在的主要工作集中在用平均场理论预言超重核存在的可能性和超重岛的位置. 在此, 壳修正方法是一个主要应用的理论途径, 但是我们知道壳修正主要来源于 Fermi 面附近的能级涨落. 而能谱的统计行为也是能级涨落性质的量度. 因此从能级的统计性质出发, 即从有序混沌交叠迭观点出发, 研究超重核体系的性质特别是超重核的稳定性, 无疑是一个极有希望的探索和尝试. 在这一节, 我们将要简述我们近期的有关工作^[7].

为了计算超重核体系的单粒子能级, 我们使用了 Skyrme-Hartree-Fock 模型^[8]和相对论平均场模

型^[9], 并在坐标空间中求解单粒子能级. 为了保证结果的可靠性, 对所用坐标空间的大小经过严格数值检验, 即对稳定核特别是²⁰⁸Pb 核所作的能级统计性质必须是严格的 Poisson 分布检验. 根据目前对超重核壳修正研究的知识, 质子数为 $Z=120$ 或 $Z=126$ 附近的超重体系可能是最有希望的超重岛位置. 为此, 我们选取待研究的超重体系为质子数 $Z=120$ 和中子数分别为 $N=150, 158, 164, 172, 182, 184, 190$. 对以上超重体系, 我们在 Skyrme-Hartree-Fock 和相对论平均场两种理论框架下, 进行了能级间距统计分析, 得到相邻单粒子(中子)能级分布与体系中子数的依赖关系. 为了定量描述能级间距分布的规则度(或混沌度), 我们引入了 Brody 参数. 这是 Brody 分布中的一个参数, 当这个参数的值为 0 时, Brody 分布就是 Poisson 分布. 它表征运动是规则的, 即体系相对混沌运动稳定. 如果 Brody 参数的值为 1, Brody 分布就是 Wigner 分布, 这表征运动是完全混沌的, 即体系相对混沌运动是不稳定的.

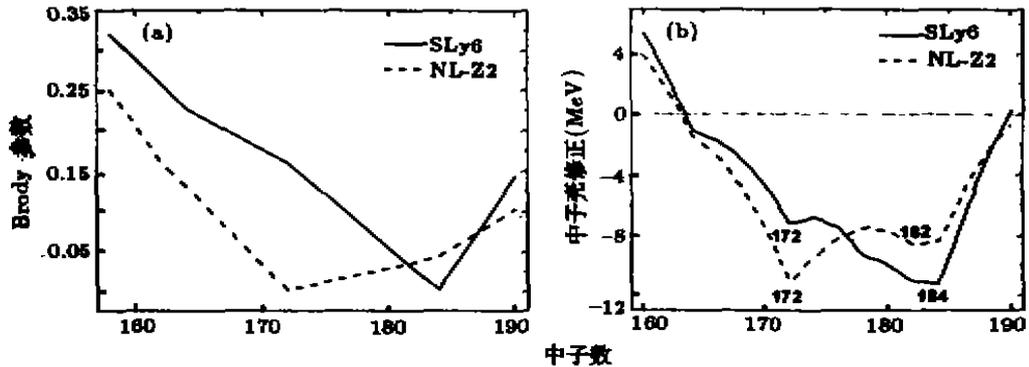


图 3 (a) Brody 参数随中子数的变化; (b) 壳修正随中子数的变化

图 3(a)给出了 Brody 参数随 $Z=120$ 的超重体系的中子数的变化. 实线和虚线分别代表在 Skyrme-Hartree-Fock 模型和相对论平均场模型下计算的结果. 从这个图可见, Skyrme-Hartree-Fock 给出的 $Z=120$ 超重元素的最稳定体系是中子数 $N=184$, 而相对论平均场给出的 $Z=120$ 超重元素的最稳定体系是中子数 $N=172$. 为了对这个研究结果提供验证, 在图 3(b)中给出了 $Z=120$ 超重元素的壳修正随体系中子数的变化. 实线和虚线也分别对应于 Skyrme-Hartree-Fock 和相对论平均场所得的结果. 通过壳修正曲线与 Brody 参数曲线的比较, 我们发现两者之间的相似性. 众所周知, 壳修

正的大小可以明确无误的表征超重体系相对裂变的稳定性. 因此, 量子能谱统计性质也能给出体系稳定性的信息. 当然量子能谱的统计分析不仅能给出体系稳定性的信息, 还能对超重体系形成的平均场中的单粒子运动提供更深刻的洞察. 由于超重研究本质上是低激发能下平均场行为的研究, 因此从有序-混沌相变观点出发研究超重问题无疑是一个非常基本的问题.

3 有序-混沌相变与原子核形变

对于变形原子核, 特别是涉及原子核裂变现象的大变形原子核, 是否存在有序-混沌相变, 这是人

们极想知道的课题。最近的一些研究^[10]，特别是我们^[11]对真实重核，象铀(²³²Cf) 等进行的研究，揭示了丰富的有序-混沌相变图像。为了清楚地说明这个现象，原子核的双中心壳模型被利用了。这个模型的哈密顿量为

$$V(\rho, z) = \begin{cases} \frac{1}{2} m_0 \tilde{\omega}_{z_1}^2 z'^2 + \frac{1}{2} m_0 \tilde{\omega}_{\rho_1}^2 \rho^2, & z < z_1 \\ \frac{1}{2} f_0 m_0 \tilde{\omega}_{z_1}^2 z'^2 (1 + c_1 z' + d_1 z'^2) - \frac{1}{2} m_0 \tilde{\omega}_{\rho_1}^2 (1 + g_1 z'^2) \rho^2, & z_1 < z < 0 \\ \frac{1}{2} f_0 m_0 \tilde{\omega}_{z_2}^2 z'^2 (1 + c_2 z' + d_2 z'^2) + \frac{1}{2} m_0 \tilde{\omega}_{\rho_2}^2 (1 + g_2 z'^2) \rho^2, & 0 < z < z_2 \\ \frac{1}{2} m_0 \tilde{\omega}_{z_2}^2 z'^2 + \frac{1}{2} m_0 \tilde{\omega}_{\rho_2}^2 \rho^2, & z > z_2 \end{cases}$$

其中

$$z' = \begin{cases} z - z_1, & z < 0 \\ z - z_2, & z > 0 \end{cases}$$

z_1 和 z_2 表示原子核两个碎片中心的位置, $z_1 < 0 < z_2$. 在上面公式中的所有参数都与描述原子核变形的五个参数有关. 这五个参数是: 两碎片中心距离、质量不对称坐标、颈部自由度坐标以及两碎片本身的形变. 运用这些变形参数, 可以很好地描述原子核从球形到断裂成两碎片的整个过程. 建立在双中心壳模型的基础上, 我们可以计算出壳修正能, 再加上液滴能, 便获得如图 4 所示的裂变位能曲线. 对一些特别重要的变形情况, 图中还给出相应原子核形状的示意图. 由图可见, 存在着三个鞍点和三个位阱, 其中第三位垒和位阱是由于质量不对称变形引起的, 限于篇幅在此不详述. 由于核裂变体系可以沿这个位能曲线所示的变形坐标走向裂变, 因此研究核体系沿这个路径的有序-混沌相变有着特别典型的意义. 图 5 给出了在裂变路径的不同变形

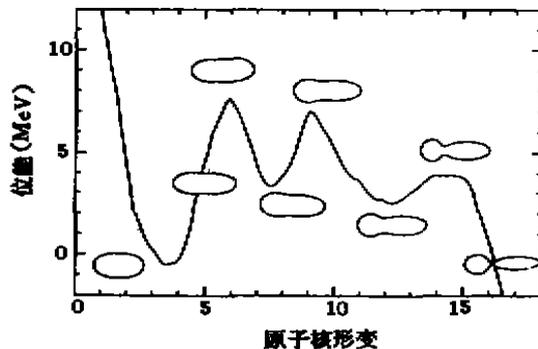


图 4 ²³²Cf 核的裂变位能曲线

$$h_0 = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_0} + V(\rho, z) + V_{LS}(\rho, s) + V_{L^2}(l),$$

$V_{LS}(\rho, s)$ 和 $V_{L^2}(l)$ 分别是自旋轨道耦合项和 l^2 项.

原子核的位能, 相对 z 轴是对称的, 它被表示成如下形式:

下计算的相邻能级间距分布, 这些结果也是通过运用双中心壳模型所得到的量子能谱而统计出来的. 由图可见: 随着核从基态走向断点核内核子经历了从有序(在基态)到混沌(第一鞍点), 再到有序(在第二极小)再趋向混沌(第二鞍点), 再回到有序(第三极小)和再走向混沌(在第三鞍点), 最后再回到有序(在断点)的有序-混沌相变过程. 这个惊人的结果不仅使我们对裂变过程有了一个从有序-混沌相变观点出发的新认识, 而且还揭示了断点构形是有序状态, 即可存在稳定成颈形状的重要概念. 图 6 特别画出了在断点构型下量子谱统计性质和相应的经典庞加莱截面图, 以更加确信这个状态的有序性. 从这个概念出发, 某些有关裂变和重离子反应的重要问题得到了理论上的理解和解释. 例如 1996 年在实验上发现了 ²⁵²Cf 核自发裂变的巨超形变(指核的两轴比为 3:1 的大变形)碎片 ¹⁴⁴⁻¹⁴⁶Ba^[12], 这是人们第一次从实验上观察到巨超形变现象. 为了从理论上理解这个现象, 观察 ²⁵²Cf 核在断点构型下相邻单粒子能级间距分布(泊松分布)和相应的庞加莱截面图(KAM 环), 清楚显示具有巨超形变碎片的断点构型是一个有序状态, 可布居巨超形变态. 为了对这个解释给予进一步的旁证, 图 7 给出了相应的裂变位能曲面. 图中位能极小处恰恰相应于具有巨超形变碎片的断点构型, 即在钡碎片变形为长短轴之比约为 3:1 和钡碎片与另一碎片的中心距离 D 为 18.2 fm 处. 这就从理论上解释了人们首次观察到的巨超形变现象.

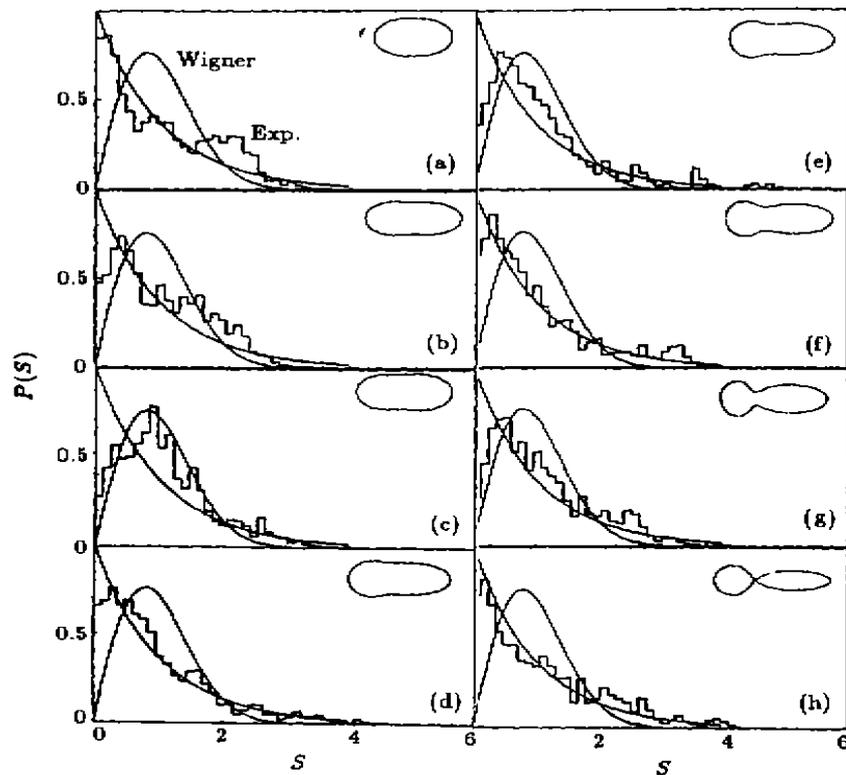


图 5 在²⁵²Cf 核裂变路径不同变形下相邻能级间距分布

(a)在基态变形下, (b)基态和第一鞍点中间变形, (c)在第一鞍点, (d)在第二极小, (e)在第二鞍点, (f)在第三极小, (g)在第三鞍点, (h)在断点构型下.

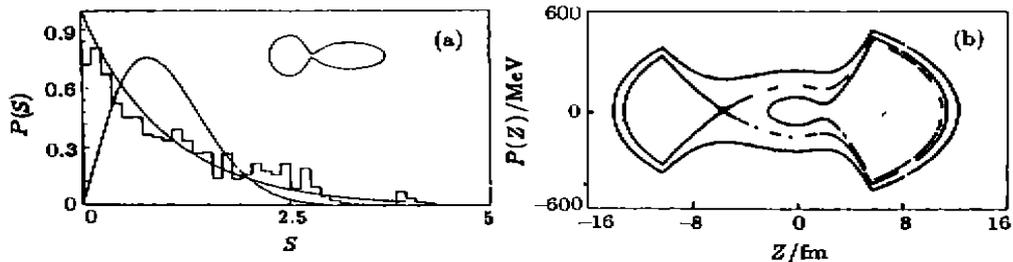


图 6 (a) 在断点构型下相邻能级间距分布; (b) 在断点构型下庞加莱截面图

为了合成超重元素, 双核融合反应机制受到人们特别的关注^[13], 为了得到与实验符合的融合反应截面, 人们必须假定双核系统在具有确定大小的颈部下输运核物质, 这就要求沿颈部坐标的质量参数必须很大, 而如何获得大的相应颈部坐标的质量参数, 这是一个尚待研究的问题. 按照推转模型, 对质量参数的主要贡献来自对角项. 但是在人们经常用来计算质量参数的线性响应理论框架内, 由于认为系统处在各态历经态(即混沌态), 根据随机矩阵理论, 对角成分应为零^[14]. 由于质量参数的对角项是零, 致使计算得到的沿颈部坐标的质量参数很

小, 即颈部快速成长, 造成融合截面远大于实验值. 根据我们得出的在断点为非各态历经的结论, 即在断点单粒子运动有序的观点, 断点质量参数的对角项应不为零, 因而可获得较大的沿颈部坐标质量参数, 得到与实验数据相符合的融合截面, 给与实验很好符合的双核模型以有力的理论支持. 而融合截面的大小直接关系到超重能否形成的问题, 因而研究原子核变形过程中有序-混沌相变问题直接关系到当代核物理研究的最前沿问题, 即合成超重以及寻找巨超形变问题.

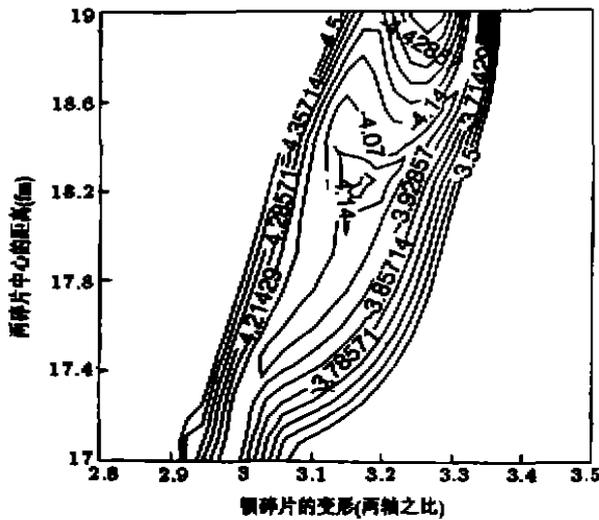


图 7 在 ^{252}Cf 核断点构型时的位能曲面

4 有序-混沌相变与原子核转动

在重离子反应中形成的原子核或复合系统可具有大的角动量，因此研究在转动系统中能谱的统计性质是研究原子核中有序-混沌相变的主要组成部分。众所周知，转动的引入破坏了核系统的时间对称性，对于不具有时间反演不变性的系统（称为高

斯么正系综，Gaussian Unitary Ensemble，缩写成为 GUE）达到混沌的条件是满足 GUE 分布^[12]

$$p(s) = \frac{32}{\pi^2} s^2 \exp\left\{-\frac{4s^2}{\pi}\right\}.$$

对于转动系统，其处在有序状态的一个标志仍是其相邻能级间距分布满足泊松分布。为了研究在转动系统中量子谱的统计性质，我们应用转动双中心壳模型，系统哈密顿量

$$h = h_0(\Delta z, x, \epsilon, \beta_1, \beta_2) - \Omega j_x,$$

其中 $h_0(\Delta z, x, \epsilon, \beta_1, \beta_2)$ 是在实验室系统中的单粒子哈密顿量，关于 z 轴是轴对称的，这在第 2 节中已描述过。 j_x 表示单粒子角动量在 x 轴上的分量。 Ω 是推转角频率，以 $\hbar\Omega_0 = 41 \text{ MeV}/A^{1/3}$ 为单位 (A 是原子核的质量数) 来量度。我们研究了原子核在不同形状下单粒子能级间距分布随原子核推转角频率的变化^[15,16]，发现当原子核处于基态时，即使加上较大的转动速度，相邻能级间距分布仍是泊松型，即核内核子的运动仍是有序的。这主要是因为基态时壳效应足够强的缘故。当核发生了某些形变，壳效应变弱了，但在没有转动或转动很小时，仍能保持有序运动状态，如图 8(a) 所示。进而如对

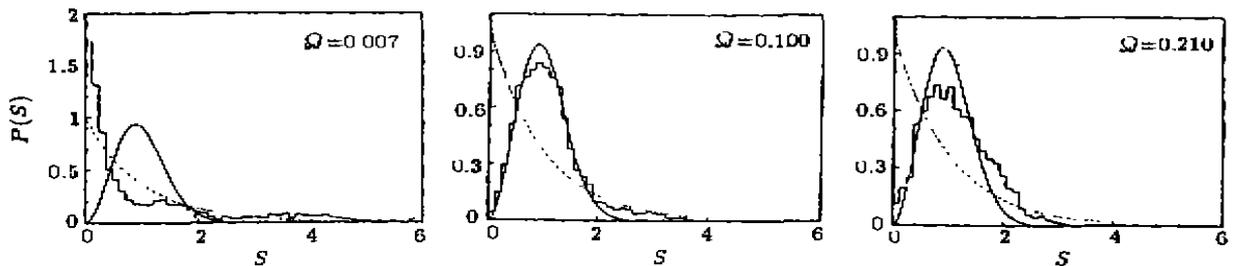


图 8 在转动系统中 ^{238}U 核的质子能级间距分布

(a) 转动角速度很小，例如， $0.007\Omega_0$ ；(b) 转动角速度 $0.100\Omega_0$ ；(c) 转动角速度较大，例如 $0.210\Omega_0$ 。

体系施行转动，即给体系加上科里奥利力，核的单粒子能级之间发生关联，相邻能级间距分布趋向于 GUE，如图 8(b) 所示。这时核子表现了混沌运动特征。如果转动速度继续增加，核子运动被转动控制，自旋发生顺排，核子运动偏离了 GUE，图 8(c) 表现了这种情况。因此在转动原子核系统中我们观察到随转动速度变化而出现的有序-混沌相变现象。这个现象的研究无疑对深入研究高自旋态物理具有重要意义。

5 原子核的对相互作用与有序混沌相变

鉴于实验研究的量子谱除包含有单粒子谱外，还有集体态谱，如振动谱和转动谱。因此为了能将实验分析和理论计算相比较，我们需要发展能考虑单粒子之间运动关联的模型。作为这个研究工作的第一步，我们首先考虑对效应，即考虑准粒子谱的统计性质。准粒子谱通过 BCS 理论来获得。在简单情况下，如假定对相互作用矩阵元为常数，则系统哈密顿量为

$$\hat{H} = \sum \epsilon_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k - G \sum_{k, k' > 0} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_{k'}^\dagger \hat{a}_{k'} \hat{a}_k$$

对相互作用强度 G 可取为 $(16.6 - 2.8)/A$, A 是核质量数, 能量单位是 MeV. 这个值适合于重核体系的对能计算. 在 BCS 近似下, 上面哈密顿量的解为

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_{-k}^\dagger) |0\rangle$$

任一对单粒子能级 $(k, -k)$ 被占据的几率为 $|v_k|^2$, 不被占据的几率为 $|u_k|^2$. u_k 和 v_k 可通过变分原理得到. 而对能隙 Δ 可通过叠代解对方程

$$\Delta = \frac{G}{2} \sum_{k>0} \left[\frac{\Delta}{\sqrt{(\epsilon_k - \epsilon_F)^2 + \Delta^2}} \right]$$

得到. ϵ_k 是单粒子能级, 可通过双中心壳模型来计算, 费米能 ϵ_F 通过核子数守恒来决定. 最后获得准粒子能谱:

$$E_k = \sqrt{(\epsilon_k - \epsilon_F)^2 + \Delta^2}$$

在这个模型基础上, 计算了重核铀(U)准粒子

能级. 研究发现, 在没有对相互作用时, 处在基态变形下的核子呈现有序运动状态, 相邻单粒子能级间距分布呈现泊松分布. 这时如果加上对力, 其相应的准粒子谱的统计性质仍显示典型的泊松分布. 因此, 此时对力没有改变量子谱的统计性质. 这主要是因为基态时壳效应足够强的缘故.

但是当研究大变形情况^[3], 特别是研究不对称鞍点构型时, 情况就完全不同了. 鉴于这种大变形构型研究对核裂变和巨超形变研究的极端重要性和以往人们从静力学观点(即对位能贡献大小的角度)进行的研究的局限性(即在大变形下对修正能比壳修正能小的多, 故可将对效应忽略的作法), 因此从一种新的观点即有序-混沌相变观点重新考察对效应的重要性是非常有意义的. 为此我们研究了处在不对称鞍点上的²³²Cf 原子核在没有和有对力两种情况下的单粒子谱和准粒子谱的统计性质. 图9

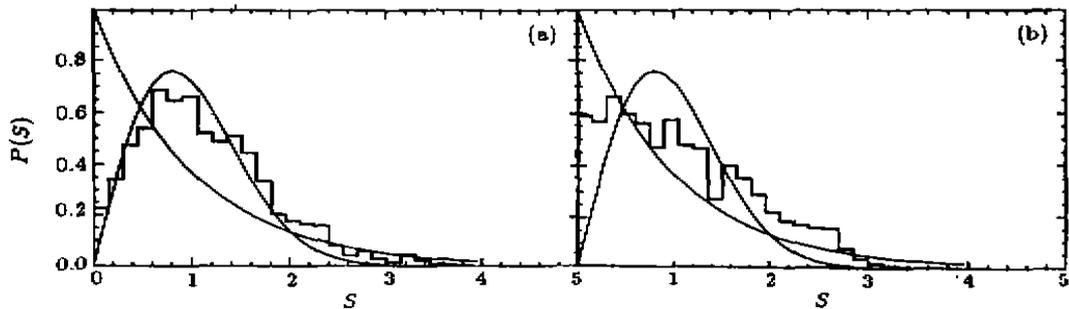


图 9 (a)在²³²Cf 核鞍点单粒子谱能级间距分布; (b)在²³²Cf 核鞍点准粒子谱能级间距分布

给出所得的结果. 其中图(a)指出在没有对力时, 单粒子能级间距呈现维格纳分布, 而图(b)给出有对力时准粒子能级间距的泊松分布. 从而清楚地显示了对效应使准粒子的能级间距分布偏离原来的表征混沌运动的单粒子谱的维格纳分布. 因而, 对力提高了体系抵制混沌的稳定性. 关于这一点我们可做如下理解: 按照 BCS 模型, 将真实的单粒子转换到准粒子的时候, 原来在单粒子哈密顿中包含的一些剩余相互作用或复杂性被部分的消除了. 因而准粒

子能级之间的关联比原来的单粒子能级间关联要弱.

综上所述, 有序-混沌相变的研究不仅为经典物理开辟了新的研究领域, 而且在量子体系特别是在固体和原子核中也带来了巨大的挑战. 仅就目前的初步研究所知, 在原子核中可存在丰富的有序-混沌相变问题. 相信随着核物理的进一步发展, 人们将会大大扩展有序-混沌相变的研究范围, 届时将会出现一个丰富多彩的微观研究领域.

参 考 文 献:

[1] Nguyen Dinh Dang, Dynamic Wu Xizhen, Sakata Fumihiko, et al. Realization of Statistical State in Finite Systems[J]. Phys Rev, 1996, C53: 1 233-1 244.
 [2] Weidenmuller Hans A. Statistical Theory of Nuclear Reactions

and the Gaussian Othogonal Ensemble[J]. Annals of Physics, 1984, 158: 120-141.
 [3] Hag R U, Pandey A, Bohigas O. Fluctuation Properties of Nuclear Energy Levels: Do theory and experiment agree? [J].

- Phys Rev Lett, 1982, 48: 1 086—1 089.
- [4] Wu Xizhen, Gu Jianzhong, Iwamoto Ahira. Statistical Properties of Quasiparticle Spectra in Deformed Nuclei [J]. Phys Rev, 1999, C59: 215—220.
- [5] Garrett J D, Robinson J Q, Foglia A J, *et al.* Nuclear Level Repulsion and Order vs Chaos [J]. Phys Lett, 1987, B392: 24—29.
- [6] Bohigas O, Hag R U, Pandey A. Fluctuation Properties of Nuclear Energy Levels and Widths Comparison of Theory with Experiment [C]. In Nuclear Data for Science and Technology, In: Bockhoff K H ed. Dordrecht: Reidel, 1983, 809—813.
- [7] Wu Xizhen, Li Zhuxia, Wang Ning, *et al.* Statistical Behaviors of Quantum Spectra in Superheavy Nuclei [J]. To be published.
- [8] Kruppa A T, Bender M, Nazarewicz W, *et al.* Shell Correction of Superheavy Nuclei in Self-consistent Calculations [J]. Phys Rev, 2000, C61: 034313-1—034313-13.
- [9] Bender M, Rutz K, Reinhard P G, *et al.* Shell Structure of Superheavy Nuclei in Self-consistent Mean-field Models [J]. Phys Rev, 1999, C60: 034304-1—034304-20.
- [10] Heiss W D, Nazmitdinov R G, Radu. Chaos in Axially Symmetric Potentials with Octupole Deformation [J]. Phys Rev Lett, 1994, 72: 2 351—2 354.
- [11] Wu Xizhen, Gu Jianzhong, Zhuo Yizhong, *et al.* Possible Understanding of Hyperdeformed $^{144-146}\text{Ba}$ Nuclei Appearing in the Spontaneous Fission of ^{252}Cf [J]. Phys Rev Lett, 1997, 79: 4 542—4 545.
- [12] Ter-Akopian G M, Hamilton J M, Oganessian Yu Ts, *et al.* New Spontaneous Fission Mode for ^{252}Cf : Indication of hyperdeformed $^{144,146}\text{Ba}$ at scission [J]. Phys Rev Lett, 1996, 77: 32—35.
- [13] Adamian G G, Antonenko N V, Ivanova S P, *et al.* Problems in Description of Fusion of Heavy Nuclei in the Two-center Shell Model Approach [J]. Nucl Phys, 1999, A646: 29—52.
- [14] Hofmann Helmut. A Quantal Transport Theory for Nuclear Collective Motion: The merits of a locally harmonic approximation method [J]. Phys Rep, 1997, 284: 139—380.
- [15] Gu Jianzhong, Wu Xizhen, Zhuo Yizhong. Quantum Chaotic Motion of a Single Particle in Heavy Nuclei [J]. Nucl Phys, 1997, A625: 621—632.
- [16] Gu Jianzhong, Wu Xizhen, Zhuo Yizhong. The Single-particle Spectrum and Its Spacing and Curvature Distributions in Rotating Heavy Nuclei [J]. Nucl Phys, 1996, A611: 315—331.

Investigation on Quantum Chaos in Heavy and Superheavy Nuclei*

WU Xi-zhen^{1,2}, LI Zhu-xia^{1,2,3}, ZHANG Ying-xun¹, FENG Ren-fa¹, ZHUO Yi-zhong^{1,2,3}

(1 China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China;

2 Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China;

3 Institute of Theoretical Physics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: Some aspects of quantum chaos in a finite system had been studied based on the analysis of statistical behaviors of quantum spectra in heavy and superheavy nuclei. The dependence of the transition from order to chaos on nuclear deformation and nuclear rotation had been described. The influence of pairing effect on the statistical properties of spectra is also discussed. Some important experiment phenomena in nuclear physics had been understood from the point of view of interplay between order and chaos.

Key words: transition from order to chaos; nearest neighbor level spacing distribution; quantum chaos

* Foundation item: NSFC(19975073); the Nuclear Industry Science Foundation of China; the Major State Basic Research Development (G2000077400)