

文章编号: 1007-4627(2001)04-0282-04

核的巨单极激发的求和规则和核物质的不可压缩性系数*

马中玉

(中国原子能科学研究院, 北京 102413)

摘要: 采用近来在研究核基态中极为成功的相对论模型研究有限核的同位旋巨单极共振, 从而给出核物质的不可压缩性系数. 讨论了建立在相对论平均场基态上的相对论无规位相近似的自洽处理. 自洽要求基态和巨共振激发态的研究从同一个有效拉氏量出发. 与相对论平均场的无海近似自洽, 相对论无规位相近似不仅要包含正能态的粒子-空穴激发, 还必须考虑 Fermi 海核子态和 Dirac 海核子态激发的贡献. 用约束的相对论平均场方法得到核的巨单极共振的能量逆权重的求和规则, 验证 Dirac 海核子态的贡献. 比较理论计算和实验测量的巨单极共振的能量得到核物质的不可压缩性系数为 250 - 270 MeV.

关键词: 同位旋标量巨单极共振; 相对论无规位相近似; 核物质不可压缩性系数

中图分类号: O571.25⁺¹ **文献标识码:** A

研究核物质的不可压缩性系数 K , 对确定核的状态方程极为重要. 实验上主要是通过测量周期表上一系列核的呼吸模式能量, 即巨单极共振能量, 用参数化的方法来系统地分析实验数据, 得到核物质的不可压缩性系数. 目前这种方法只能定出 K_{∞} 在 200-350 MeV 范围^[1]. 为了建立实验测量的有限核的巨单极共振能量与核物质的不可压缩性系数的联系, 必须采用理论模型. 理论上核系统对外场的微扰的线性响应函数可以用无规位相近似来研究, 它是研究核的巨共振的最重要的微观方法之一. 非相对论方法研究中, 采用 Skyrme Hartree-Fock 基态的无规位相近似(RPA), 比较理论计算和实验测量的巨单极共振的能量, 得到 K_{∞} 在 230 MeV 左右^[2-3].

近来非线性相对论平均场理论(RMF)在描述核的整体性质上取得了很大的成功. 因而, 在 RMF 的基态上描述核的动力学过程, 特别是集体巨共振激发, 成为热点课题. 建立在 RMF 的基态上的相对论无规位相近似(RRPA)是非相对论 RPA 的相对论推广, 是时间相关的相对论平均场(TDRMF)

模型的小振幅极限. 早期的 RRPA 研究是建立在 RMF 线性模型基态上的, 并且在一些研究中只包含了正能的粒子-空穴激发. 虽然文献[4]讨论了流守恒要求包含 Dirac 负能核子态, 并且可以去除伪态. 但没有具体讨论 Dirac 负能核子态对巨单极共振的贡献和它是如何起作用的. 本文将详细讨论自洽的 RRPA 研究核的巨单极共振和用约束的 RMF 方法讨论核的巨单极共振的能量逆权重求和规则, 从而具体地讨论自洽条件的物理内涵和 Dirac 负能核子态对同位旋标量巨共振的重要贡献.

Hartree 单粒子的 Green 函数定义为

$$G_H(x, y) = -i \langle 0 | T(\Psi_H(x) \bar{\Psi}_H(y)) | 0 \rangle, \quad (1)$$

其中 $x = (t, \mathbf{r})$, $\Psi_H(x)$ 是 Hartree 场算符, $|0\rangle$ 是 Hartree 基态. 核子传播子满足的 Dyson 方程可表示为

$$G_H(x, y) = G_0(x, y) + \int d^4x_1 d^4x_2 G_0(x, x_1) \Sigma^H(x_1, x_2) G_H(x_2, y), \quad (2)$$

在 Hartree 近似下核子的自能只包含 Feynman 图的“蝌蚪”图, 核子的自能是由核子-介子的耦合得到:

* 收稿日期: 2001-09-29; 修改日期: 2001-10-18

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10075080, 19847002, 19835010); 国家重点基金研究发展规划资助项目(G2000077407)

作者简介: 马中玉(1943-), 女(汉族), 浙江余杭人, 研究员, 博士生导师, 从事原子核理论研究.

$$\begin{aligned} \Sigma^H(x, y) = & \delta^4(x - y) \{-ig_s^2 \cdot \\ & \int d^4x_1 D_\sigma(x - x_1) Tr[G_H(x_1, x_1^+)] - i\gamma_\mu g_\omega^2 \cdot \\ & \int d^4x_1 D_\omega^\mu(x - x_1) Tr[\gamma^\mu G_H(x_1, x_1^+)]\}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 x^+ 表示在 x 的时间次序之后; D_σ, D_ω 为 σ 和 ω 介子的传播子. 在谱表象下 Hartree 近似下的单粒子 Green 函数可表示为

$$\begin{aligned} G_H(r_1, r_2, E) = & \sum_{h < \alpha} \frac{\Psi_h(r_1) \bar{\Psi}_h(r_2)}{E - \epsilon_h - i\eta} + \\ & \sum_p \frac{\Psi_p(r_1) \bar{\Psi}_p(r_2)}{E - \epsilon_p - i\eta} + \\ & \sum_\alpha \frac{\Psi_\alpha(r_1) \bar{\Psi}_\alpha(r_2)}{E - \epsilon_\alpha - i\eta}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 h, p 分别定义为所有的正能的 Fermi 海中的核子态和未占有的核子态, α 表示所有的负能核子态. 当我们用(3)式计算核子自能时, 所有的占有态都有贡献, 从所有 Dirac 负能态核子对自能的贡献是发散的, 需要做重整化处理, 但是有限核严格的相对论 Hartree 重整化计算还很困难. 我们的讨论是建立在 RMF 基态上的 RRPA, RMF 作了无海的假定, 即忽略 Dirac 海负能核子态对核子自能的贡献. 这种假定在数学上可表示为用 G_{RMF} 来代替 $G_H^{[4]}$, 即在公式(4)中负能态的分母改为 $E - \epsilon_\alpha + i\eta$. 建立在 RMF 基态的自洽的 RRPA 计算必须采用修正的单粒子 Green 函数 G_{RMF} .

系统对外场的线性响应函数是推迟的关联极化算符的虚部,

$$\begin{aligned} R(Q, Q; k, k', E) \\ = \frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi^R(Q, Q; k, k', E), \end{aligned} \quad (5)$$

其中 Q 是外场算符, 在相对论情况下, 核的同位旋标量巨单极共振 (ISGMR) 算符为 $Q = \gamma^0 r^2$. 关联极化算符由解 Bethe-Salpeter (BS) 方程得到, 在相对论平均场基态上的 BS 方程可简化为

$$\begin{aligned} \Pi(P, Q; k, k', E) \\ = \Pi_0(P, Q; k, k', E) - \int \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3} \int d^3k_2 \cdot \\ D_i(k_1 - k_2, E) \Pi(\Gamma_i, Q; k, k', E), \end{aligned} \quad (6)$$

其中 i 表示 $\sigma, \omega, \rho, g,$ 和 D_i 是相应的耦合常数和传播子. 在非线性模型中介子的传播子在动量表象下不再是一个简单的定域形式, $D(k_1 - k_2, E)$ 可以用数值方法求解非定域方程得到^[5]. $\Pi_0(P, Q; k, k',$

$E)$ 是 $\Pi_0(P, Q; x_1, x_2)$ 的 Fourier 变换, 它是 RMF 基态上的粒子-空穴激发,

$$\begin{aligned} \Pi_0(P, Q; x_1, x_2) \\ = iTr[PG_{RMF}(x_1, x_2)QG_{RMF}(x_2, x_1)]. \end{aligned} \quad (7)$$

在谱表象下自洽的非微扰的极化算符 Π_0 为

$$\begin{aligned} \Pi_0^R(P, Q; k, k', E) \\ = \sum_{h, \alpha < p, \alpha} \left[\frac{\bar{\Psi}_h | P | \Psi_\alpha \rangle \langle \bar{\Psi}_\alpha | Q | \Psi_h \rangle}{E - (\epsilon_\alpha - \epsilon_h) + i\eta} - \frac{\bar{\Psi}_\alpha | P | \Psi_h \rangle \langle \bar{\Psi}_h | Q | \Psi_\alpha \rangle}{E + (\epsilon_\alpha - \epsilon_h) + i\eta} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

可以看到 Π_0 不仅包含正能的粒子-空穴对(ph), 而且还有由 Fermi 海和 Dirac 海核子态(ha)组成的对激发.

我们可以严格地证明包含 Dirac 海负能核子态贡献的 RRPA 完全等价于 TDRMF 在小振幅下的极限^[6-7]. 对于给定的密度和流的初始条件下 TDRMF 模型描述 Fermi 海单核子波函数在时间相关的平均场下随时间的演化. 在解 TDRMF 方程时在所有时间上都采用了无海近似, 核子态与时间有关. 在小振幅极限下密度算符 $\rho(t)$ 可以表示为 $\rho(t) = \rho^{(0)} + \delta\rho(t)$. 在静态基下表示, $\delta\rho(t)$ 只有在占有数为 1 和占有数为 0 的态之间的矩阵元不为零, 即粒子-空穴矩阵元 $\delta\rho_{ph}$ 和 Dirac 海核子态和 Fermi 态核子态之间的矩阵元 $\delta\rho_{ah}$. 这说明了 RRPA 的粒子-空穴空间必须包含正能和负能的核子态.

在非相对论 RPA 计算中巨共振激发态的极化度可以从约束的 Hartree-Fock 基态得到, 并给出求和规则^[8]. 在相对论模型中也可找到同样的规则. 我们采用约束的 RMF 方法, 在 RMF 方程中引进微扰外场 λQ , λ 为小量, 得到约束的 RMF 方程,

$$(H(\lambda) + \lambda Q) |\lambda\rangle = E(\lambda) |\lambda\rangle. \quad (9)$$

$H(\lambda)$ 是哈密顿量, 由于核子的自能是由自洽计算得到, 哈密顿量是 λ 的函数, $|\lambda\rangle$ 和 $E(\lambda)$ 分别为 $H(\lambda) + \lambda Q$ 的基态和相应的能量. Q 的基态期望值随 λ 的变分, 即系统对 $Q = \gamma^0 r^2$ 的定态极化率, 它满足:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \langle \lambda | Q | \lambda \rangle}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=0} &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \langle E \rangle}{\partial \lambda^2} \\ &= \sum_{\alpha < \beta} \frac{\langle 0 | Q | \Psi_\alpha \rangle \langle \Psi_\beta | Q | 0 \rangle}{E_\beta - E_\alpha}. \end{aligned} \quad (10)$$

上式给出了系统同位旋标量巨单极共振的能量逆权重 $m_{-1} = \sum_n [|\langle 0 | Q | n \rangle|^2 / (E_n - E_0)]$ 的求和规则.

它也可以用 $E=0$ 的 Π 的实部来表示, 即 $m_{-1} = \text{Re}\Pi(Q, Q, E=0)$. 如果我们用 RMF 的基态哈密顿量来 H_0 代替约束方程中的 $H(\lambda)$, 方程(10)就给出非微扰响应函数的求和规则. 表 1 中给出 ^{208}Pb 采用 NL3 计算得到的同位旋标量巨单极共振的能量逆权重求和规则. 比较用约束的 RMF 计算得到的 $1/2(\partial^2\langle r^2 \rangle/\partial\lambda)$ 和由 RRPA 数值计算得到的同位旋标量巨单极共振强度的能量逆权重 m_{-1} , 我们可以用求和规则来检验 RRPA 计算结果.

表 1 ^{208}Pb 的 ISGMR 能量逆权重的求和规则*

	约束 RMF		RRPA	
	$\frac{1}{2} \frac{\partial \langle r^2 \rangle}{\partial \lambda}$	$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \langle E \rangle}{\partial \lambda^2}$	m_{-1}	$\frac{1}{2} \text{Re}\Pi(E=0)$
I	1.66	1.67	1.66	1.66
II	2.76	2.76	2.92	2.93
III			7.37	7.40

* I, II, III 分别相应于非微扰响应函数, RRPA 响应函数考虑和不考虑 Dirac 海负能态的结果. 表中计算采用 NL3 参数.

表中可以看到在非微扰情况, 约束 RMF 与非微扰粒子-空穴激发计算的强度能量逆权重的结果符合得非常好($<1\%$), 对 RRPA 情况在 10% 以内符合. 这 10% 的误差可能是由于 RRPA 数值计算中忽略了库仑势引起的. 而如果不考虑 Dirac 海负能态的贡献, 它们的差别非常大. 因而同位旋标量巨单极共振能量逆权重求和规则说明, 如果不考虑 Dirac 海核子态的贡献得到的结果是不合理的.

为了研究核物质的不可压缩性系数, 我们采用不同的相对论平均场的模型参数: NL1($K_\infty = 211 \text{ MeV}$)^[9], NL3($K_\infty = 272 \text{ MeV}$)^[10], TM1($K_\infty = 281 \text{ MeV}$)^[11], NLSH($K_\infty = 355 \text{ MeV}$)^[12], 它们都能很好地描述核物质饱和性质和有限核的基态性质. 用自洽的 RRPA 方法, 我们研究了 ^{208}Pb 和 ^{144}Sm 的巨单极共振的能量. 在图 1 中给出了巨单极共振的能量(作为核物质不可压缩性系数 K_∞ 的函数). 为了比较, 我们也采用了 Walecka 的线性模型参数^[13]来计算. 我们看到计算得到的 RRPA 的峰值能量与中心能量相差很小, 这是因为同位旋巨

单极激发的强度集中在巨共振区域. 图中也可以看到 TDRMF 计算的结果与 RRPA 结果非常接近, 这两个模型给出相同的结果. 同位旋巨单极共振激发能随 K_∞ 近似成线性变化, 图中看出当 K_∞ 的值为 $250-270 \text{ MeV}$ 时计算的 RRPA 的同位旋巨单极共振能量与实验一致.

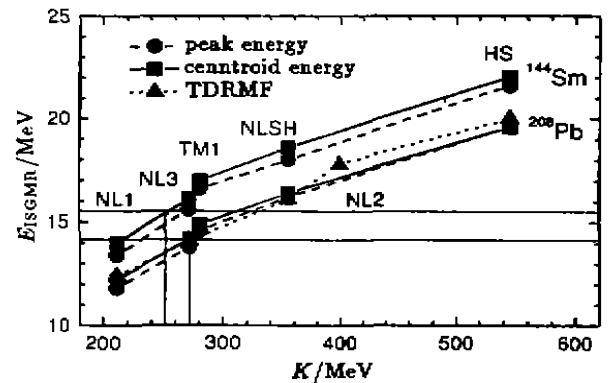


图 1 ^{208}Pb 和 ^{144}Sm 的同位旋巨单极共振 RRPA 峰值和中心能量作为核物质不可压缩性系数 K_∞ 的函数. TDRMF 计算的 ^{208}Pb 同位旋巨单极共振能量^[14]. 在图上用三角表示. 实验值^[15]为 ^{208}Pb $E = 14.2 \pm 0.3 \text{ MeV}$ 和 ^{144}Sm $E = 15.4 \pm 0.3 \text{ MeV}$, 在图上用直线表示.

总之, 我们在文章中讨论了在 RMF 基态上的自洽的 RRPA 方法, 完全自洽的计算要求基态波函数和粒子-空穴剩余相互作用由同一个有效拉氏量来得到. 在无海近似下, RRPA 的自洽处理必须包括正能的粒子-空穴对以及由 Fermi 海粒子和 Dirac 海负能态组成的 $h\nu$ 对. 采用约束 RMF 方法得到能量逆权重求和规则, 对自洽的 RRPA 方法和 Dirac 海负能态的贡献作了进一步的检验. 建立在 RMF 的基态上的相对论无规位相近似是时间相关的相对论平均场的小振幅极限. 采用 RRPA 和 TDRMF 计算得 ^{208}Pb 和 ^{144}Sm 的同位旋巨单极共振能量, 其结果一致. 比较理论计算和实验结果我们可以得到核物质的不可压缩性系数 K_∞ 的值应为 $250-270 \text{ MeV}$. 这个结论与非相对论模型的结果有一些差别, 目前还不能解释这个差别的物理原因.

参 考 文 献:

[1] Shlomo S, Youngblood D H. Nuclear Matter Compressibility from Isoscalar Giant Monopole Resonance [J]. Phys Rev. 1993, C47: 529-536.

[2] Blaizot J P, Berger J F, Decharge J, et al. Microscopic and Macroscopic Determinations of Nuclear Compressibility [J]. Nucl Phys. 1995, A591: 435-457.

- [3] Abdalla M C B, Gadelha A L, Vanea I V. Duality between Coordinates and Dirac Field [J]. *Phys Lett*, 2000, B485: 362–366.
- [4] Dawson J F, Furnstahl R J. Relativistic Spectral Random-phase Approximation in Finite Nuclei [J]. *Phys Rev*, 1990, C42: 2 009–2 022.
- [5] Ma Z Y, Giai N V, Toki H. Compressibility of Nuclear Matter and Breathing Mode of Finite Nuclei in a Relativistic Model [J]. *Phys Rev*, 1997, C55: 2 385–2 388; Ma Z Y, Toki H, Giai N V, Giant Resonances in the Relativistic RPA with Non-linear Interactions [J]. *Nucl Phys*, 1997, A627: 1–13.
- [6] Ma Z Y, Giai N V, Wandelt A, *et al.* Isoscalar Compression Modes in Relativistic Random Phase Approximation [J]. *Nucl Phys*, 2001, A686: 173–186.
- [7] Ring P, Ma Z Y, Giai N V, *et al.* The Time-dependent Relativistic Mean-field Theory and the Random Phase Approximation [J]. *Nucl Phys A*, in press.
- [8] Bertsch G F, Tsai S F. A Study of the Nuclear Response Function [J]. *Phys Reports*, 1975, 18: 125–158.
- [9] Reinhard P G, Rufa M, Maruhn J, *et al.* Nuclear Ground-state Properties in a Relativistic Meson-field Theory [J]. *Z Phys*, 1986, A323: 13–25.
- [10] Lalazissis G A, Koenig J, Ring P. New Parametrization for the Lagrangian Density of Relativistic Mean Field Theory [J]. *Phys Rev* 1997, C55: 540–543.
- [11] Sugahara Y, Toki H. Relativistic Mean-field Theory for Unstable Nuclei with Non-linear and Terms [J]. *Nucl Phys*, 1994, A579: 557–572.
- [12] Sharma M M, Nagarajan M A, Ring P. Rho Meson Coupling in the Relativistic Mean Field Theory and Description of Exotic Nuclei [J]. *Phys Lett*, 1993, B312: 377–381.
- [13] Horowitz C J, Serot B D. Self-consistent Hartree Description of Finite Nuclei in a Relativistic Quantum Fields Theory [J]. *Nucl Phys*, 1981, A368: 503–528.
- [14] Vretenar D, Lalazissis G A, Behnsch R, *et al.* Monopole Giant Resonances and Nuclear Compressibility in Relativistic Mean Field Theory [J]. *Nucl Phys*, 1997, A621: 853–878.
- [15] Youngblood D H, Clark H L, Lui Y W. Incompressibility of Nuclear Matter from the Giant Monopole Resonance [J]. *Phys Rev Lett*, 1999, 82: 691–694.

Sum Rule in Nuclear Giant Monopole Resonance and Incompressibility of Nuclear Matter

MA Zhong-yu

(China Institute of Atomic Energy, Beijing 102413, China)

Abstract: The isoscalar giant monopole resonance for finite nuclei and the nuclear matter incompressibility are studied in a consistent relativistic approach, which achieves a great success in describing the properties of nuclear ground states. The consistency in the relativistic random phase approximation (RRPA) built on the relativistic mean field (RMF) ground states are investigated. The RMF wave function of nucleus and the particle-hole residual interactions in RRPA are calculated from a same effective Lagrangian. A fully consistent treatment of RRPA with the RMF approximation, i. e. no sea approximation, has to include not only the positive particle-hole excitation, but also the pairs formed from the Dirac states and Fermi states. The energy inverse weighted sum rule for the isoscalar giant monopole resonance is studied in the constrained RMF, which verifies the important contribution from the Dirac state. A comparison between experimental and calculated energies of isoscalar giant monopole energies points to a value of 250–270 MeV for the nuclear matter incompressibility.

Key words: isoscalar giant monopole resonance; relativistic random phase approximation; nuclear matter incompressibility