

文章编号: 1007-4627(2001)03-0152-04

# 滴线核的质子发射\*

李君清, 邢永忠, 左 维

(兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000)

(中国科学院近代物理研究所, 甘肃 兰州 730000)

**摘 要:** 质子放射性是极端丰质子核的一个重要性质, 球形核的质子发射用 WKB 方法可以很好地描述, 变形核的质子发射则须解耦台道的薛定谔方程, 通过<sup>140</sup>Ho 和<sup>141</sup>Ho 质子发射体的研究可给出非束缚 Nilsson 轨道的结构信息.

**关键词:** 质子发射; WKB 方法; 耦合道方程; 非束缚 Nilsson 结构

**中图分类号:** O571.3 **文献标识码:** A

## 1 引言

实验上发现了许多球形的和变形的基态质子发射体, 这给理论研究提出了新的课题<sup>[1-3]</sup>. 质子发射是远离核重要的一种衰变模式, 位于滴线的低 Z 质子发射核仅作为一个短寿命的共振态而存在, 不能被直接测量到. 位于滴线的高 Z 区, 在非束缚质子与核芯之间的库仑相互作用所产生的势垒, 可使核存活足够长的时间而被探测到, 它们实际上超过了原子核存在的正式定义而位于粒子连续态. 文献[4]中提到, 有 23 个基态质子发射核和 12 个激发态质子衰变核已被发现.

质子发射的衰变率对量子数、母核和子核的结构很敏感, 它的发射时间提供了窄的质子共振波函数的直接信息, 发射质子的能量告诉我们关于在质子滴线附近核的结合能, 研究这种衰变模式对确定滴线核、研究滴线核形变、核半径, 以及在稳定线边缘的核的结构(如能级与能级角动量、宇称指定)等均有重要意义, 是国际上极为关注的问题之一.

## 2 研究质子发射的理论方法

### 2.1 球形核的质子发射几率

质子衰变半寿命  $\lambda = \ln 2 / T_{1/2} = \nu P$ , 式中  $\nu$  为频率因子,  $P$  为穿透系数. Gamow 用半经典方法得到

$$\nu = \sqrt{2} \pi^2 \hbar^2 \left[ m^{2/3} R_c^3 \left( \frac{zZe^2}{R_c} - Q_{p, \text{nuc}} \right)^{1/2} \right]^{-1}. \quad (1)$$

利用(1)式对<sup>153</sup>Lu 核的质子发射可得到  $\nu = 6 \cdot 10^{21}$  Hz. 利用 WKB 近似, 可以得到穿透系数为

$$P = P_{\mu} = \exp(-2G_{\mu}), \quad (2)$$

$$G_{\mu} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_{R_{in}}^{R_{out}} [V_{\mu}(r) + V_{\text{coul}}(r) + V_l(r) - Q_{p, \text{nuc}}]^{1/2} dr, \quad (3)$$

其中  $Q_{p, \text{nuc}}$  为电子屏蔽修正后的  $Q_p$  值<sup>[5]</sup>, 而  $V_{\mu}$ ,  $V_{\text{coul}}$  和  $V_l$  分别为核势、库仑势和离心势, 它们的具体形式分别如下:

$$V_{\mu}(r) = -V_R f(r, R_R, a_R) + V_{\infty} \sigma \cdot l \lambda_{\pi}^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_m, a_m), \quad (4)$$

(4)式中,  $V_R = [54.0 - 0.32E_p + 0.4Z/A^{1/2} + 21.0(N-Z)/A]$  MeV, 而  $N$ ,  $Z$  和  $A$  分别为子核的中子、质子和质量数;  $f(r, R, a) = [1 + \exp(-(r-R)/a)]^{-1}$ ,  $R_R = 1.17A^{1/2}$  fm,  $a_R = 0.75$  fm,  $R_m = 1.01A^{1/3}$  fm,  $a_m = 0.75$  fm;  $V_{\infty} = 6.2$  MeV;  $\lambda_{\pi}^2 = 2.0$  fm<sup>2</sup> 为介子的康普顿波长.

收稿日期: 2001-02-20; 修改日期: 2001-05-23

\* 基金项目: 中国科学院重大项目(KJ951-A1-410); 国家自然科学基金资助项目(19847002, 19775057); 中国科学院“百人计划”资助项目

作者简介: 李君清(1941-), 女(汉族), 浙江肖山人, 研究员, 博士生导师, 从事核结构理论和混沌研究.

$$V_{\text{coul}}(r) = \left[ \frac{zZe^2}{2R_c} \right] \left[ 3 - \left( \frac{r^2}{R_c^2} \right) \right] \quad (r \leq R_c),$$

$$V_{\text{coul}}(r) = \left[ \frac{zZe^2}{r} \right] \quad (r > R_c). \quad (5)$$

其中,  $R_c = 1.21A^{1/3} \text{ fm}$ ,  $e^2 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ .

$$V_l(r) = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2mr^2}, \quad (6)$$

$$m = \frac{1}{1+A} m_u, \quad m_u = 931.50 \text{ MeV}/c^2.$$

(4)式中,

$$\sigma \cdot l = l \quad (j = l + 1/2)$$

$$\sigma \cdot l = -(l+1) \quad (j = l - 1/2 > 0), \quad (7)$$

简单的 WKB 半寿命计算可被用于确定质子跃迁的谱因子

$$S_{\text{exp}} = \frac{T_{1/2, \text{p, WKB}}}{T_{1/2, \text{p, exp}}}, \quad (8)$$

其中, 分子、分母分别为计算的和测量的质子发射半寿命. Giltzer 等<sup>[6]</sup>对于球形壳模型组态  $(\pi j l)^n$  引入了一个谱因子, 是由一质子拾取反应得到的. 如果质子由到先辈数为零的态跃迁而被发射, 则谱因子为

$$S_{j l} = \frac{2j+2-n}{2j+1}, \quad \lambda = \nu P_{j l} S_{j l}. \quad (9)$$

如果刚刚高于闭壳,  $S_{j l} = 1$ ; 若在亚壳中间, 则  $S_{j l} = 0.5$ . 与半经典单粒子模型的结果相比, 谱因子的引入将半寿命延长许多数量级.

但是, 用半经典 WKB 方法只能算出质子发射几率, 而得不到有关质子滴线核费米面附近亚稳态能级的信息. 用球形核光学模型处理质子入射问题, 通过势散射共振可得到复合核能级包括亚稳态能级的信息, 同时得到生成复合核, 亦即对应于具体能级的质子发射几率.

## 2.2 变形核质子发射

质子放射性是三维量子力学隧道效应的典型例子, 质子发射寿命可提供窄质子共振波函数的直接信息, 而发射质子的能量可给出质子滴线附近核的结合能信息. 最近发现的  $^{16}\text{Ho}$  ( $Z=67$ ) 质子发射

核, 其跃迁率与 WKB 方法计算的结果完全不同. 此核是大变形核,  $\beta \approx 0.3$ . Rykaczewski 等<sup>[4]</sup>用耦合道 Schrödinger 方程描述变形核的窄共振.

变形的光学模型势为

$$V(r, \theta, \varphi) = \sum_{\lambda} V_{\lambda}(r) Y_{\lambda}(\theta), \quad (10)$$

其中

$$V_{\lambda}(r) = \int V(r, \theta, \varphi) Y_{\lambda}(\theta) d\Omega, \quad (11)$$

形变半径

$$R_{\lambda}(\theta) = R_c [1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda}(\theta)]. \quad (12)$$

本体坐标系与实验室坐标系之间的转换关系

$$V(r, \theta, \varphi) = \sum_{\lambda \mu} V_{\lambda}(r) D_{\lambda \mu}^{\lambda} Y_{\lambda}(\theta', \varphi'), \quad (13)$$

$\lambda=0$  时,  $\mu=0$ ,  $Y_{\lambda \mu}$  与角度无关,  $D_{\lambda 0}^{\lambda} = 1$ . 所以,  $V(r, \theta, \varphi) = V_0(r) + V_{\text{co}}(r, \theta, \varphi)$ ,  $V_0 = V_0(r) / \sqrt{4\pi}$ ,  $V_0$  是一般球对称的光学模型势, 与角度有关的势则为

$$V_{\text{co}}(r, \theta, \varphi) = \sum_{\substack{\lambda \mu \\ \lambda \neq 0}} V_{\lambda}(r) D_{\lambda \mu}^{\lambda} Y_{\lambda}(\theta', \varphi'). \quad (14)$$

描写质子发射核集体运动的哈密顿量为  $H_c$ , 其本征方程为

$$H_c \Phi_{IK} = \epsilon_n \Phi_{IK}, \quad (15)$$

$\epsilon_n$  是子核第  $n$  个集体态的激发能.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + H_c + V(r, \theta, \varphi). \quad (16)$$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - H_c - V_0(r) + E \right] \Psi = V_{\text{co}}(r, \theta, \varphi) \Psi. \quad (17)$$

对于奇  $Z$  母核, 如有大的平衡形变, 波函数是强耦合极限下的粒子加转子模型的波函数, 发射质子后, 子核为偶-偶核, 处于基态, 被发射质子所携带的角动量是  $j_p = \Omega$  (总粒子角动量在对称轴上的投影).

变形时的质子共振宽度

$$\Gamma = S_p \Gamma_{S_p}, \quad (18)$$

式中,  $S_p$  为质子谱因子,  $\Gamma_{S_p}$  为穿透变形的库仑位

垒的形变单粒子共振宽度, 可以是束缚的或准束缚的, 宇称为  $\pi$  和角动量为  $\Omega$  所表征的单粒子波函数可展开为

$$\Psi_{\alpha\pi}(r) = \sum_{\nu} \frac{u_{\nu}^{\alpha\pi}}{r} [Y_{\nu}(r)\chi_{1,2}]_{\alpha} \quad (19)$$

将(19)式代入 Schrödinger 方程, 得到径向波函数  $u_{\nu}^{\alpha\pi}(r)$  所满足的耦合方程组:

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l_{\nu}(l_{\nu}+1)}{r^2} - K^2 \right] u_{\nu}^{\alpha\pi}(r) = \sum_{\alpha'} v_{\alpha\nu\alpha'}^{\alpha\pi} u_{\alpha'}^{\alpha\pi}(r) \quad (20)$$

对每个  $\alpha=[l_a, j]$  道, 将给定的  $\Omega$  和所考虑的宇称耦合,  $K^2=2\mu/\hbar^2\epsilon$ , 而  $\mu, \epsilon, v_{\alpha\nu\alpha'}^{\alpha\pi}$  分别是波数、约化质量、单粒子能量以及  $\alpha, \alpha'$  道之间的耦合势为

$$v_{\alpha\nu\alpha'}^{\alpha\pi} = r^2 \int \int \varphi^{\nu M} Y_{\nu}^*(r) \chi_{1,2}^{\nu} V_{\alpha\alpha'}(r, \theta, \varphi) \cdot \varphi^{\alpha' M} Y_{\nu}(r) \chi_{1,2}^{\alpha'} d\Omega d\epsilon_A \quad (21)$$

(21)式中的每个径向分量应该在原点是规则的, 并在渐近区正比于向外的库仑波函数. 对于共振态, 单粒子能为  $\epsilon = \epsilon_0 - \frac{i}{2}\Gamma_p$ , 是个复数. 共振态的归一化用外部复刻度方法, 中心势的深度  $V_0$  是对每个轨道调节的, 以符合实验的  $Q_p$  值.

### 3 在 $^{140}\text{Ho}$ 和 $^{141}\text{Ho}$ 质子发射体中探测非束缚 Nilsson 轨道的结构<sup>[4]</sup>

图 1 给出了对  $^{141}\text{Ho}$  核所计算的  $1/2^+[411]$ 、 $7/2^- [523]$ ,  $5/2^- [532]$ ,  $5/2^+ [413]$  共振态的半寿命与四极形变  $\beta_2$  ( $\beta_2 = -0.06$ , 计算值在  $-0.08 < \beta_2 < -0.04$  的区域与  $\beta_2$  无关) 的关系. 可见在所考虑的  $\beta_2$  区域, 半寿命不随形变明显的变化. 计算中用到  $\lambda_{\text{max}}=12, l \leq 17$ .

#### 3.1 基态的确定

对  $Q_p=1.19 \text{ MeV}$  (见图 1 左图), 基态被认为是  $7/2^- [523]$ . 实验值  $T_{1/2}=4 \text{ ms}$ . 在较大变形的 Ho 同位素中, 当  $N > 82$  时, 基态很清楚是  $7/2^- [523]$ . 理论预言  $5/2^- [532]$  的 Nilsson 态具有与之非常相似的半寿命. 计算表明它为空虚态, 具有十分小的谱因子 ( $u^2 \approx 0.23$ ); 当  $N < 82$  时, 在变形的稀土区中, 对 Nilsson 轨道位置的确定有很大的不确定性.  $5/2^- [532]$  态是否是基态不能被排除, 虽然可能性

不很大. 实际上  $7/2^- [523]$  和  $5/2^- [532]$  会被 Coriolis 相互作用所混杂. 文献 [1], [4] 和 [7] 都指定  $7/2^- [523]$  为基态.  $Q_p=1.25 \text{ MeV}$  (见图 1 右图) 时, 实验测到的  $S_{\mu s}$  共振态的唯一选择是  $1/2^+ [411]$  Nilsson 能级. 文献 [7] 也指定  $1/2^+ [411]$  能级为基态. 为便于比较, 同时也对  $5/2^+ [413]$  能级进行了计算. 得到的  $T_{1/2} \approx 0.1 \text{ ms}$ , 与实验数据不符.

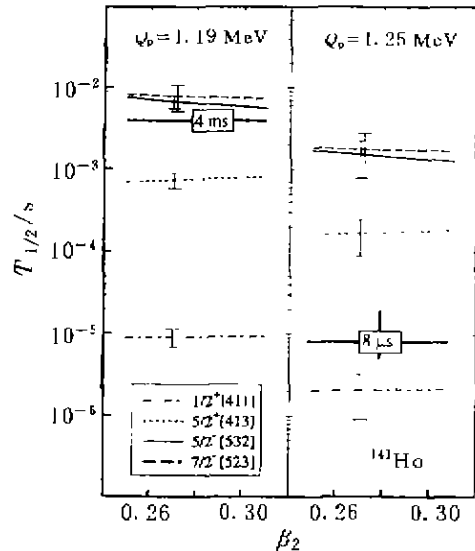


图 1  $^{141}\text{Ho}$  核 4 个共振态的半寿命与四极形变  $\beta_2$  的关系

实验半寿命值由粗线标出, 半寿命计算值的误差来自实验  $Q_p$  的不确定性.

#### 3.2 不同的角动量分波对质子衰变的贡献

在没有能级交叉而导致相干效应时, 变形的 Nilsson 轨道的粒子衰变宽度的主要贡献来自于允许角动量分波最低值的分波. 表 1 给出了  $^{141}\text{Ho}$  ( $\beta_2$

表 1 对  $^{141}\text{Ho}$  所计算的分波宽度  $\gamma_{li}$  和球形几率  $|C_{li}|^2$

Orbital	$l_i$	$\gamma_{li}$	$ C_{li} ^2$
$1/2^+[411]$	$s_{1/2}$	0.77	0.18
	$d_{5/2}$	0.16	0.24
	$d_{3/2}$	0.07	0.18
	$g_{7/2}$	$\sim 0.00$	0.31
$5/2^+[413]$	$d_{5/2}$	0.96	0.17
	$g_{7/2}$	0.04	0.75
$5/2^- [532]$	$f_{7/2}$	0.94	0.14
	$h_{11/2}$	0.03	0.81
$7/2^- [523]$	$f_{7/2}$	0.91	0.08
	$h_{11/2}$	0.08	0.86

$= 0.27$ ,  $\beta_2 = -0.06$ ) 形变核共振在  $Q_p = 1.19$  MeV 时分波宽度  $\gamma_{ij} = \Gamma_{ij}/\Gamma_{Sp}$ , 而  $|C_{ij}|^2$  是展开式  $\Psi_{\text{out}}(r) = \sum_{ij} \frac{u_{ij}^{\text{out}}(r)}{r} [Y_{ij}(\hat{r})\chi_{ij}]_{jm}$  中的  $l_j$  分波几率。

正如所预期的, 质子衰变几乎完全由在变形波函数中所出现的最低角动量分波所支配, 如  $7/2^-$  [523] 和  $5/2^-$  [532] 轨道主要来自于  $f$  波,  $5/2^+$  [413] 来自  $d$  波,  $1/2^+$  [411] 来自  $s$  波, 有意思的是对  $Q_p = 1.19$  MeV 球形共振, 计算的变形共振态半寿命  $T_{1/2} \approx 8$  ms,  $l=5$  时, 计算的半寿命  $T_{1/2} \approx 50$  ms,  $l=3$  时,  $T_{1/2} \approx 0.1$  ms, 因此, 所计算的  $T_{1/2} \approx 8$  ms 的半寿命来自  $f$  波穿过变形位垒的大的穿透几率及  $h$  波在波函数中所占的较大比率 (86%) 的共同作用, 在球形核中不出现的低  $l$  分波, 由于多极

耦合而在大变形下有贡献, 从表 1 可看到, 即使很小的低  $l$  分波混杂 ( $|C_{ij}|^2 \approx 10\%$ ), 也足够完全确定衰变过程 ( $\gamma_{ij} \approx 1$ ).

奇-奇核  $^{140}\text{Ho}$  的结构比较复杂, 由于  $^{140}\text{Ho}$  的半寿命在 ms 量级, 与  $^{140}\text{Er}$  的衰变类似, 可合理的假定  $^{140}\text{Ho}$  的奇质子占据  $7/2^-$  [523] 轨道, 所预言的单中子准粒子态靠近费米面的态是  $5/2^+$  [402] 和  $9/2^-$  [514], 分别来自于  $d_{3/2}$  和  $h_{11/2}$  壳, 根据计算  $\pi(7/2^- [523]) \otimes \nu(5/2^+ [402])$  和  $\pi(7/2^- [523]) \otimes \nu(9/2^- [514])$  在能量上靠近, 都可能是  $^{140}\text{Ho}$  的基态组态,  $^{140}\text{Ho}$  的波函数的结构可能受剩余质子, 中子价核子相互作用的影响, 对于可能的组态混杂对质子衰变宽度的影响还需要从理论上做进一步研究。

## 参 考 文 献:

- [1] Davids C N, Woods P J, Seweryniak D, *et al.* Proton Radioactivity from Highly Deformed Nuclei[J], Phys Rev Lett, 1978, 40(9): 1 549-1 552.
- [2] Woods P J, Davids C N, Nuclei Beyond the Proton Drip-line[J], Annu Rev Nucl Part Sci, 1997, 47: 541-590.
- [3] Davids C N, Woods P J, Batchelder J C, *et al.* New Proton Radioactivities  $^{155, 156, 157}\text{Ir}$  and  $^{171}\text{Au}$ [J], Phys Rev C, 1997, 55(5): 2 255-2 266.
- [4] Rykaczewski K, Batchelder J C, Batchelder J C, *et al.*, Proton Emitters  $^{140}\text{Ho}$  and  $^{141}\text{Ho}$ : Probing the structure of unbound Nilsson orbital[J], Phys Rev C, 1993, 60(1): 011301-011305.
- [5] Huang K N, Mark H, Neutral Atom Electron Binding Energies from Relaxed-orbital Relativistic Hartree-Fock-Slater Calculations  $2 \leq Z \leq 100$ [J], Atomic Data Nucl Data Tables, 1978, 18: 243.
- [6] Goltzer A, Faestermann T, Hirtel K, *et al.* Ground State Proton Radioactivity of Nuclei at the Tm Region[J], Z Phys A, 1987, 326: 107-119.
- [7] Maglione E, Ferreira C S, Liotta R J, Nuclear Decay From Deformed Nuclei[J], Phys Rev Lett, 1998, 81(3): 538-541, Proton Emission from Deformed Nuclei[J], Phys Rev C, 1999, 59(2): R529-R532.

## Proton Emission in Drip-line Nuclei\*

LI Jun-qing, XING Yong-zhong, ZUO Wei

(Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy-ion Accelerator, Lanzhou 730000, China)

(Institute of Modern Physics of the Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** Proton emission is a very important property of the extreme proton-rich nuclei. It is introduced that the proton emission from a spherical nucleus can be well described by WKB method, while that from a deformed nucleus must be described by means of solving coupled channel Schrödinger equations. The investigation of the proton emitters  $^{140}\text{Ho}$ ,  $^{141}\text{Ho}$  offered information about the structure of unbound Nilsson orbitals.

**Key words:** proton emission; WKB method; coupled channel equation; unbound Nilsson structure

\* Foundation item: Major Subject of the Chinese Academy of Sciences (KJ951-A1-410); NSFC(19847002); One Hundred Persons Project of the Chinese Academy of Sciences