

文章编号: 1007-4627(2001)02-0085-06

# 转动谱的若干理论及其对超形变带的研究<sup>\*</sup>

郭建友, 陈永静, 徐辅新

(安徽大学物理系, 安徽 合肥 230039)

**摘 要:** 简述了若干转动谱理论及其对超形变带的应用, 并用 Bohr-Mottelson 的  $I(I+1)$  展开公式分析了  $A=190$  区超形变带的性质和指定了它们的能级自旋, 用 Harris 的  $\omega^2$  展开公式  $J^{(1)} = 2\alpha + (4/3)\beta\omega^2 + (6/5)\gamma\omega^4$  分析了  $A=150$  区 Tb 和 Dy 同位素 20 条超形变带的性质, 指定了它们的能级自旋. 对于首次发现的  $^{152}\text{Dy}(1)$  超形变带, 带首自旋指定为  $26\hbar$ , 与实验结果更加符合.

**关键词:** 转动谱理论; 能谱拟合; 自旋指定

**中图分类号:** O571.23 **文献标识码:** A

## 1 引言

原子核集体转动的研究是核结构领域十分热门的前沿课题之一, 迄今已发展了许多转动谱的理论, 它们对于原子核集体转动的研究都取得了很大的成功. 集体转动的早期研究可追溯到 20 世纪 50 年代初, Bohr 和 Mottelson 在分析远离满壳的区域, 如  $A \geq 225$ ,  $150 < A < 185$ ,  $19 \leq A \leq 27$  以及某些远离  $\beta$  稳定线的区域, 原子核低激发谱的特征时发现, 这些区域原子核低激发谱简单而有规律. Rainwater 指出这些区域的原子核可能发生了变形. 1952-1954 年, Bohr 和 Mottelson 系统地研究了由于变形而产生的集体运动(包括振动和转动). 他们在系统分析低激发谱性质时发现, 原子核低激发谱存在极为典型的集体运动的规律, 进而提出了原子核集体运动的 Bohr-Mottelson 模型<sup>[1-2]</sup>, 建立了原子核的集体运动理论, 解释了原子核低激发谱的性质. 后来他们进一步发展了原子核集体运动的理论, 证明了轴对称转子的转动能是  $I(I+1)$  展开的函数<sup>[3]</sup>, 即

$$E(I) = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2 + CI^3(I+1)^3 + DI^4(I+1)^4 + \dots, \quad (1)$$

其中  $A, B, C$  和  $D$  是展开系数,  $A$  与原子核的转

动惯量相关. 这种  $I(I+1)$  展开公式(B-M 公式)成功地解释了原子核低激发谱的性质及其能谱变化规律. 然而, 该公式收敛性较差. 60 年代, Harris 提出用  $\omega^2$  展开代替  $I(I+1)$  展开<sup>[4]</sup>

$$E(\omega) = \alpha\omega^2 + \beta\omega^4 + \gamma\omega^6 + \delta\omega^8 + \dots, \quad (2)$$

其中  $\alpha, \beta, \gamma$  和  $\delta$  是展开系数,  $\omega$  是原子核绕垂直于对称轴的任一轴(如  $x$  轴)的转动频率, 可从实验谱中提取,

$$\hbar\omega = \frac{dE}{dI_x}, \quad I_x = \sqrt{\left(I + \frac{1}{2}\right)^2 - K^2},$$

式中  $I$  是角动量量子数,  $K$  是它的第三分量. 其后, Scharff-Goldhaber<sup>[4]</sup> 考虑到核转动惯量随角动量改变的事实, 提出了原子核可变转动惯量模型, 转动能由下式

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{2J}I(I+1) + \frac{1}{2}C(J - J_0)^2 \quad (3)$$

及约束条件  $\frac{\partial E}{\partial J}|_I = 0$  定出. 式中  $J_0$  为基态转动惯量,  $C$  表征原子核的硬度,  $J_0$  和  $C$  为两个参数, 这个公式较好地解释了偶偶变形核的能级.

1968 年, Holmberg 等<sup>[4]</sup> 根据实验事实提出了一个二参数的转动能公式——平方根公式:

$$E(I) = a[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1], \quad (4)$$

收稿日期: 2000-10-20; 修改日期: 2000-12-25

\* 基金项目: 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心基金资助; 安徽省教委基金资助(98JL014)

作者简介: 郭建友(1969-), 男(汉族), 安徽舒城人, 博士, 副教授, 从事核结构理论研究.

$a$  和  $b$  是两个可调参数. 1985 年, 吴崇试和曾谨言<sup>[5]</sup>在假设原子核具有轻度非轴对称形变的基础上求解 Bohr 哈密顿量, 得出了偶偶变形核基带的能谱公式, 与(4)式完全一致, 从而给出了参数  $a$  和  $b$  的物理解释. 他们用其分析了铜系和稀土区偶偶核基带, 取得了满意的结果.

80 年代后, 量子群和量子代数理论蓬勃发展, 并很快应用于凝聚态、光学、分子物理以及原子核物理等领域. 量子群  $SU_q(2)$  理论给出的  $q$  转子的能谱公式为<sup>[6,7]</sup>

$$E(I) = A_0 \frac{\sin(|\gamma|I)\sin[|\gamma|(I+1)]}{\sin^2|\gamma|}, \quad (5)$$

其中  $\gamma$  是  $q$  的形变参数. 该公式对于铜系和稀土区偶偶核基带和超形变带的描述比  $SU(2)$  转子能谱公式更好一些<sup>[8,9]</sup>.

近年来, 刘玉鑫等根据对称性的分析和受原子核可变转动惯量模型的启示, 提出了一种超对称代数模型<sup>[10]</sup>, 该模型给出的能谱公式为

$$E(I) = E_0(N_B, N_F) + B[\tau_1(\tau_1 + 3) + \tau_2(\tau_2 + 1)] + \frac{C_0}{1 + f_1 I(I+1) + f_2 I^2(I+1)^2} I(I+1), \quad (6)$$

式中  $N_B$  和  $N_F$  分别是玻色子和费米子数,  $(\tau_1, \tau_2)$  是  $SO_{\text{alg}}(5)$  的不可约表示.  $B, C_0, f_1$  和  $f_2$  是参数. 公式(6)不仅能合理定出 SD 带的带首自旋, 而且能描述 SD 带中出现的 Staggering, Turnover 和全同带等现象<sup>[11,12]</sup>.

1999 年, 方向正等根据量子群  $SU_q(2)$  理论和可变转动惯量的启示, 提出了转动惯量的  $q$ -公式<sup>[13]</sup>

$$J = J_0(1 + B[I][I+1]), \quad (7)$$

相应的能谱公式可写为

$$E(I) = \frac{I(I+1)}{2J}. \quad (8)$$

公式(8)能够统一描述正常形变带和超形变带的转动谱, 指出正常形变和超形变之间存在相变, 这个相变可通过取不同的形变因子得到.

我们曾基于 Davydov-Filipov 的非轴对称转子

模型, 在假设原子核具有较小的非轴对称形变情况下, 通过微扰方法导出了一个新的原子核转动谱公式<sup>[14]</sup>

$$E(I) = \frac{\hbar^2}{4B\beta^2} \left[ \frac{X_- + X_+}{4} I(I+1) + \frac{(X_- - X_+)^2}{32(X_- + X_+ - 2/\sin^2\gamma)} \cdot (I-1)I(I+1)(I+2) \right], \quad (9)$$

其中  $X_{\pm} = 1/\sin^2(2\pi/3 \pm \gamma)$ ,  $\gamma$  非轴对称参数,  $B$  是反映原子核刚性强弱的参数. 我们用其公式对超形变和正常形变的转动谱进行了分析, 发现正常形变核和超形变核的非轴对称  $\gamma$  形变普遍较小, 与我们的假设一致.

1999 年, 根据对称性的分析, 我们对  $SU(2)$  转动谱公式引入了  $q$  形变修正, 修正后的能谱公式能够很好地再现超形变带中出现的  $\Delta I=4$  的 Staggering 现象<sup>[15]</sup>.

总之, 原子核集体转动的理论近年来取得了长足进展, 相继得出了许多新的能谱公式, 然而, B-M 公式和 Harris 公式仍然是分析变形核转动谱的两个常用公式. 它们不仅对于正常形变带, 而且对于目前热门领域超形变带都能给出较好的描述. 下面我们用 B-M 公式和 Harris 公式分别对 190 区和 150 区的 SD 带进行分析.

## 2 190 区超形变带的 B-M 公式分析

B-M 公式不仅很好地再现了正常形变带的能谱变化规律, 对于超形变带的描述, 其结果也是令人满意的. 下面以 Bohr-Mottelson 的  $I(I+1)$  四参数展开公式为例, 分析 190 区 SD 带的性质. 考虑到 SD 带实验上测得的只是  $\gamma$  跃迁谱, 为了拟合  $\gamma$  跃迁谱, 从公式(1)可得

$$\begin{aligned} E_{\gamma}(I) &= E(I+2) - E(I) \\ &= A[(I+2)(I+3) - I(I+1)] + \\ &\quad B[(I+2)^2(I+3)^2 - I^2(I+1)^2] + \\ &\quad C[(I+2)^3(I+3)^3 - I^3(I+1)^3] + \\ &\quad D[(I+2)^4(I+3)^4 - I^4(I+1)^4]. \end{aligned} \quad (10)$$

(10)式可以用来拟合 190 区超形变带的  $\gamma$  跃迁谱. 拟合时, 选择合适的带首自旋  $I_0$ , 使计算能谱和实验能谱的相对方均根差

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ \frac{E_{\gamma}^{\text{cal}}(I_i) - E_{\gamma}^{\text{exp}}(I_i)}{E_{\gamma}^{\text{exp}}(I_i)} \right]^2} \quad (11)$$

取极小值, 以确定 SD 速带的能级自旋, 部分结果见表 1.

从表 1 可以看出, B-M 公式对于 190 区 SD 带的描述结果都是非常好的, 除少数几条 SD 带外, 对绝大多数 SD 带, 由公式(10)拟合实验能谱所得的计算能谱和实验能谱的相对方均根差均在万分之几以下.  $I(I+1)$  展开公式的收敛性也是令人满意的, 从表中还可以看出, 参数  $B$  比  $A$  小 4 个量级,  $C$  比  $B$  又小 4 个量级, 所以即便能级自旋较大, 其收敛性也是满足要求的. 这说明在 190 区, B-M 的  $I(I+1)$  展开公式能够较好地再现 SD 带的能谱变化规律. 不仅如此, B-M 的  $I(I+1)$  展开公式对于 190 区 SD 带的自旋指定也是可靠的. 例如  $^{194}\text{Hg}(1,$

3) 带, B-M 的  $I(I+1)$  展开公式指定的带首自旋与实验测得的带首自旋完全一致. 其余 SD 带的自旋指定也与其它理论一致, 少数带的带首自旋有  $\pm 1/2$  的偏差, 可能是实验误差所致. 所有这些说明: B-M 的  $I(I+1)$  展开是个较好的公式, 用它分析 190 区 SD 带的性质是可靠的. 例如, 从 B-M 的  $I(I+1)$  展开公式拟合 190 区 SD 带的能谱所确定的参数可以看出: 几乎所有带的参数  $A$  在 4—6 之间, 比正常形变带小得多, 反映出超形变带具有较大的形变, 转动惯量较大; 绝大部分 SD 带的参数  $B$  小于零, 两类转动惯量随角动量的增加而单调上升, 在微观上反映中子和质子是逐渐顺排的等. 然而对于大多数 150 区 SD 带, 由于其能级自旋一般都很高, 带首自旋都在 20 以上,  $I(I+1)$  展开的收敛性已不能满足要求.

表 1 用 B-M 公式拟合 190 区 SD 带所得的参数、带首自旋和相对方均根差

Band	$E_{\gamma}^{I+2+I_0}$ /keV	$A$	$B(\times 10^{-4})$	$C(\times 10^{-8})$	$D(\times 10^{-11})$	$I_0$	$\sigma$ ( $\times 10^{-3}$ )
$^{191}\text{Au}$	229.5	5.255	-1.203	-7.216	2.865	9.5	0.691
$^{190}\text{Hg}$	366.4	6.011	-6.804	35.58	-10.67	14.5	0.417
$^{190}\text{Hg}(1)$	316.9	6.096	-6.732	24.83	-5.647	12.0	0.639
$^{191}\text{Hg}(1)$	310.9	5.230	-0.883	-4.096	1.179	13.5	0.240
$^{192}\text{Hg}(1)$	214.4	5.700	-4.364	7.654	-0.502	8.0	1.525
$^{193}\text{Hg}(1)$	233.2	5.946	-9.059	30.44	-4.171	8.5	3.141
$^{194}\text{Hg}(1)$	253.93	5.614	-3.876	5.607	-0.280	10.0	0.393
$^{195}\text{Hg}(a)$	294.0	5.382	-3.352	5.335	-0.428	12.5	0.677
$^{191}\text{Tl}(1)$	317.9	5.945	-8.082	45.17	-13.66	12.5	0.459
$^{192}\text{Tl}(a)$	283.0	4.467	2.279	-8.485	1.042	14.0	0.346
$^{193}\text{Tl}(1)$	227.3	5.211	-1.661	-0.137	0.671	9.5	0.400
$^{194}\text{Tl}(1)$	268.0	5.005	-1.109	-1.491	0.766	12.0	1.057
$^{195}\text{Tl}(1)$	146.2	5.241	-1.469	-1.943	0.836	5.5	0.892
$^{192}\text{Pb}$	315.6	6.557	-17.41	122.6	-39.13	7.0	2.658
$^{193}\text{Pb}(1)$	277.2	4.908	1.350	-11.11	2.538	12.5	0.281
$^{194}\text{Pb}(1)$	213.2	5.713	-5.841	28.46	-8.907	8.0	0.628
$^{195}\text{Pb}(1)$	182.13	5.080	-1.379	7.052	-1.935	7.5	0.340
$^{196}\text{Pb}(1)$	171.5	5.723	-3.026	2.938	-0.254	6.0	1.337
$^{197}\text{Pb}(1)$	184.4	5.138	-1.266	4.174	-0.911	7.5	0.447
$^{198}\text{Pb}$	305.1	5.756	-3.225	10.03	-2.019	12.0	0.650
$^{195}\text{Bi}$	261.5	4.430	8.421	-87.00	31.12	12.5	0.791
$^{196}\text{Bi}$	166.2	5.549	-4.827	36.09	-12.17	6.0	2.384
$^{198}\text{Po}$	175.9	5.930	-7.325	36.82	-11.33	6.0	0.975

### 3 150 区 SD 带的 Harris 公式分析

由上可知, B-M 的  $I(I+1)$  展开公式较好地再现了 190 区 SD 带的能谱变化规律, 成功地确定了 190 区 SD 带的能级自旋. 然而, 对于 150 区 SD

带, 由于 B-M 公式的收敛性较差, B-M 公式遇到了困难, 特别是计算能谱与实验能谱的方均根差对自旋很不敏感, 以致于 150 区 SD 带的能级自旋很难用 B-M 公式指定. 考虑到 Harris 的  $\omega^2$  展开公式

收敛性好于 B-M 公式, 用 Harris 公式分析 150 区 SD 带的性质更为合适. 下面为利用(2)式导出的 Harris 转动惯量三参数公式

$$J^{(1)} = 2\alpha + \frac{4}{3}\beta\omega^2 + \frac{6}{5}\gamma\omega^4, \quad (12)$$

拟合  $J^{(1)}$  的实验提取值  $J_{\text{exp}}^{(1)}$ , 其中  $J_{\text{exp}}^{(1)}$  由下式算出:

$$J_{\text{exp}}^{(1)}(I-1) = \frac{\hbar^2(2I-1)}{E_\gamma(I)}. \quad (13)$$

从(13)式可以看出,  $J_{\text{exp}}^{(1)}(I-1)$  的值与能级自旋密切相关. 所以利用(2)式和(13)式, 通过选择合适的带首自旋, 使  $J^{(1)}$  的计算值与其实验提取值  $J_{\text{exp}}^{(1)}$  的方均根差最小即可定出 SD 带的能级自旋. 我们利

用(12)和(13)式, 通过最小二乘法, 对 150 区 Tb 和 Dy 同位素的 SD 带的运动学转动惯量  $J^{(1)}$  进行了拟合. 发现对其中 20 条 SD 带,  $J^{(1)}$  的计算值与其实验提取值符合得很好, 结果见表 2. 第一列表征所选择的 SD 带; 第二列为拟合时所取的最低的  $\gamma$  射线跃迁能量; 接下来的三列分别是拟合参数  $\alpha$ ,  $\beta$  和  $\gamma$ ; 第六列是拟合时所取的带首自旋的参考值  $I_i$ , 拟合时  $I_i$  的精度取为 1%; 第七列  $I_0$  是最接近  $I_i$  的整数(半整数), 依赖于相应 SD 带的(A, Z),  $I_0$  被认为是相应 SD 带的带首物理自旋; 第八列是  $I_i$  和  $I_0$  的偏差  $\Delta = I_i - I_0$ ; 最后一列是拟合精

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i [J_{\text{th}}^{(1)}(i) - J_{\text{exp}}^{(1)}(i)]^2}.$$

表 2 用 Harris 公式拟合  $J^{(1)}$  所得的 150 区部分 SD 带的参数、带首自旋和方均根差

Band	$E_{\gamma}^{I_0 \rightarrow I_0+2}$ /keV	$\alpha (\times 10^{-2})$ /( $\hbar^2 \cdot \text{keV}^{-1}$ )	$\beta (\times 10^{-9})$ /( $\hbar^4 \cdot \text{keV}^{-3}$ )	$\gamma (\times 10^{-16})$ /( $\hbar^6 \cdot \text{keV}^{-5}$ )	$I_i$ / $\hbar$	$I_0$ / $\hbar$	$\Delta(\hbar)$	$\sigma$ ( $\times 10^{-1}$ )
<sup>149</sup> Tb(2)*	697.4	4.134	-8.461	5.828	26.89	26.5	0.39	0.062 3
<sup>150</sup> Tb(1)	596.8	4.113	-7.399	4.011	22.80	23	-0.20	0.197 8
<sup>150</sup> Tb(2)	662.5	3.736	-1.411	4.667	23.20	23	0.20	0.215 4
<sup>151</sup> Tb(1)	726.5	5.552	-31.56	19.69	36.98	36.5	0.48	0.330 5
<sup>151</sup> Tb(2)*	602.1	4.658	-11.25	7.773	26.15	26.5	-0.35	0.235 1
<sup>151</sup> Tb(3)	681.5	4.720	-18.017	15.601	29.80	29.50	0.30	0.320 0
<sup>152</sup> Tb(1)	823.0	5.684	-35.196	22.479	42.30	42.0	0.30	0.566 4
<sup>152</sup> Tb(2)*	801.0	5.095	-13.319	-3.232	38.12	38.0	0.12	0.358 0
<sup>151</sup> Dy(1)*	681.8	3.753	3.540	-0.763	24.27	24.5	-0.23	0.125 8
<sup>151</sup> Dy(2)*	719.2	4.572	-11.626	9.814	30.73	30.5	0.23	0.091 1
<sup>151</sup> Dy(3)	765.1	4.523	-14.002	13.350	32.19	32.5	-0.31	0.377 9
<sup>151</sup> Dy(4)	712.0	4.565	-11.927	11.622	30.37	30.5	-0.13	0.217 4
<sup>152</sup> Dy(1)	602.4	4.641	-11.411	8.652	26.07	26.0	0.07	0.110 0
<sup>152</sup> Dy(4)	669.6	3.768	2.357	2.535	23.85	24.0	-0.15	0.562 1
<sup>152</sup> Dy(5)	642.1	3.709	4.600	-2.471	22.52	23.0	-0.48	0.367 7
<sup>153</sup> Dy(1)	721.4	4.746	-9.975	7.029	32.17	32.5	-0.33	0.128 3
<sup>153</sup> Dy(2)	678.6	4.604	-11.139	8.918	29.21	29.5	-0.29	0.222 6
<sup>153</sup> Dy(3)	702.0	4.625	-11.897	9.991	30.34	30.5	-0.16	0.199 5
<sup>153</sup> Dy(5)	743.2	4.638	-10.934	8.489	32.31	32.5	-0.19	0.418 9
<sup>154</sup> Dy	701.7	4.591	-10.568	9.102	30.19	30.0	0.19	0.355 6

\* 带的带首或带尾明显不规则的谱线被截去.

从表中可以看出, 三参数公式(12)对于这些带的拟合精度都是非常高的,  $J^{(1)}$  的计算值和实验提取值的方均根差均在 0.06 以下. 由此说明用公式(12)指定这些带的能级自旋是合适的, 这些 SD 核态可能具有 Harris 所假设的简单结构, 转动谱简单而有规律, 运动学转动惯量随转动频率平缓变化,

SD 带可用 Harris 公式描述, 用最接近于  $I_i$  的整数(半整数)作为相应 SD 带的带首物理自旋是正确的. 例如 <sup>152</sup>Dy(1)带, 大部分理论公式确定的带首自旋为 25  $\hbar$ <sup>[16,17]</sup>, 本文利用公式(12)拟合运动学转动惯量  $J^{(1)}$  所确定的带首自旋为 26  $\hbar$ , 更符合物理事实. 因为只有当  $I_0$  取 26  $\hbar$  时, 两类转动惯量随转

动频率的变化规律与微观计算结果相一致，即在所观察的频率范围内，随  $\omega$  增大， $J^{(1)}$  和  $J^{(2)}$  都缓慢地减小，如图 1 所示。当  $\omega$  趋于零时，两者都趋于同

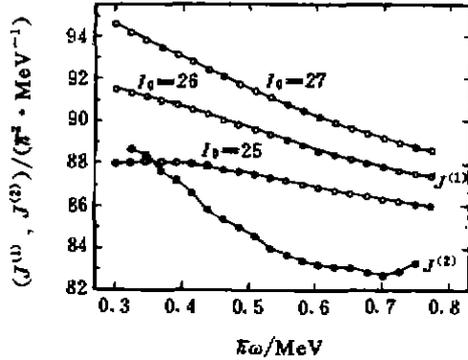


图 1  $^{152}\text{Dy}(1)$  带转动惯量  $J^{(1)}$  和  $J^{(2)}$  随转动频率的变化

一值——带首转动惯量  $J_0$ 。而当带首自旋  $I_0$  取 25  $\hbar$  时，两类转动惯量发生了明显的交叉；当  $I_0$  取 27  $\hbar$  时，在转动频率减小时，两类转动惯量不趋于同一值，这些都与微观理论不相符，所以 Harris 公式指定的 SD 带的能级自旋是合适的。不仅如此，Harris 公式指定带首自旋时， $J^{(1)}$  的计算值与其实验提取值的方均根差  $\sigma$  对自旋也是相当敏感的，只有当自旋选择正确，方均根差才取极小值，如果自旋选择偏离即使  $\pm \hbar$ ， $\sigma$  也显著增大。例如  $^{152}\text{Dy}(1)$  带，当带首自旋取 26  $\hbar$  时， $\sigma$  取极小值；当带首自旋取 25 或 27  $\hbar$  时， $\sigma$  都显著增大，如图 2 所示。这

参 考 文 献：

[1] Bohr A. The Coupling of Nuclear Surface Oscillations to the Motion of Individual Nucleons[J]. Dan Mat Fys Medd, 1952, 26(14), 1-40.  
 [2] Bohr A, Mottelson B R. Collective and Individual-particle Aspects of Nuclear Structure[J]. Dan Mat Fys Medd, 1953, 27(16): 1-174.  
 [3] Bohr A, Mottelson B R. Nuclear Structure: II nuclear deformation [M]. Benjamin W A, ed. Inc, New York, 1975.  
 [4] 曾谨言, 孙洪洲. 原子核结构理论[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1987, 178--181.  
 [5] Wu Chongshi, Zeng Jinyan. New Expressions for the Collective Excitation Spectra in Even-even Nuclei[J]. Commun in Theor Phys (China), 1985, 8: 51-74.  
 [6] Raychev P P, Roussev R P, Smirnov Y F. The Quantum Algebra  $SU_q(2)$  and Rotational Spectra of Deformed Nuclei[J]. J Phys, 1990, G16: L137-L141.

些都表明，由 Harris 公式拟合运动学转动惯量  $J^{(1)}$  的实验提取值确定 SD 的能级自旋是可靠的。

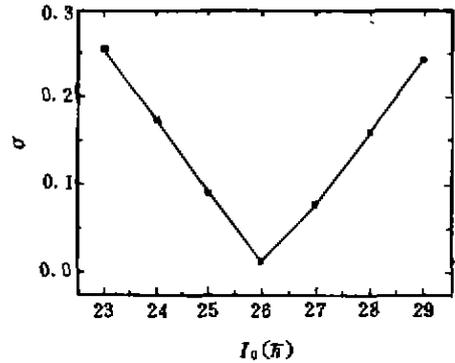


图 2  $^{152}\text{Dy}(1)$  带  $J^{(1)}$  与实验值提取的均方根差对能级自旋的敏感性

4 结 论

本文简述了若干转动谱理论及其对超形变带的研究，讨论了一些新的转动谱公式对于正常形变带和超形变带的应用。用 Bohr-Mottelson 的  $I(I+1)$  展开公式分析了  $A=190$  区超形变带的性质和指定了它们的能级自旋，用 Harris 的  $\omega^2$  展开公式分析了  $A=150$  区超形变带性质，指定了它们的能级自旋，并比较了最早发现的超形变带  $^{152}\text{Dy}(1)$  在不同能级自旋情况下，两类转动惯量随转动频率的变化规律。

[7] Bonatsos D, Argyres E N, Drenska S B, et al.  $SU_q(2)$  Description of Rotational Spectra and its Relation to the Variable Motion of the Inertia Model[J]. Phys Lett, 1990, 251: 477-482.  
 [8] 张新明, 周焕强. 偶偶核基带的量子群  $U_{qp}(u_2)$  模型的理论分析[J]. 高能物理与核物理, 1996, 20: 165-174.  
 [9] 张新明, 周焕强, 贺劲松. “全同”超形变核转动带的量子群  $U_{qp}(u_2)$  模型的理论分析[J]. 高能物理与核物理, 1998, 22: 803-811.  
 [10] Liu Y X, Song J G, Sun H Z, et al. Description of Superdeformed Nuclear States in the Interacting Boson Model[J]. Phys Rev, 1997, C56, 1 370-1 379.  
 [11] Liu Y X. Superdeformed Identical Bands  $^{152}\text{Dy}(1)$  and  $^{151}\text{Gd}(2)$  in Supersymmetry with a Many-body Interaction[J]. Phys Rev, 1998, C58: 900-904.  
 [12] Liu Y X, Sun D, Zhao E G. Systematic Description of the Su-

- perdeformed Bands of the Odd-A Nuclei in the  $A \approx 150$  Region [J]. *Phys Rev*, 1999, C59, 2 511–2 519.
- [13] 方向正. 转动惯量的  $q$ -公式[D], 合肥: 中国科学技术大学, 1999.
- [14] 郭建友, 徐辅新. 铜系和稀土区偶-偶核形变参数分析[J]. 宁夏大学学报(自然科学版), 1998, 4: 317--318; 郭建友, 徐辅新, 阮图南. 190 区超形变核态的形变参数分析[J]. 中国科技大学学报, 1999, 1: 66–70.
- [15] Guo Jian You, Xu Fu Xin, Ruan Tu Nan. Description of Staggering Phenomenon of the Superdeformed Bands in  $SUq(2)$  Symmetry [J]. *High Energy Physics and Nuclear Physics*, 2000, 24, 181–184.
- [16] Zeng J Y, Meng J, Wu C S, *et al.* Spin Determination and Quantized Alignment in the Superdeformed Bands in  $^{152}\text{Dy}$ ,  $^{151}\text{Tb}$  and  $^{150}\text{Gd}$ [J]. *Phys Rev*, 1991, C44: R1 745–R1 748; Wu C S, Zeng J Y, Xing Z, *et al.* Spin Determination and Calculation of Nuclear Superdeformed Bands in  $A \approx 190$  Region[J]. *Phys Rev*, 1992, C45: 261–274.
- [17] Xu F R, Hu J M. Cranking Bohr-Mottelson Hamiltonian Applied to Superdeformed Bands in the  $A \approx 150$  Region[J]. *Phys Rev*, 1995, C52, 431–434.

## Nuclear Rotational Spectral Theories and Its Application to Superdeformed Bands\*

GUO Jian-you, CHEN Yong-jing, XU Fu-xin

(Department of Physics, Anhui University, Hefei 230039, China)

**Abstract:** The recent developments of rotational spectral theories and its application to superdeformed bands were briefly reviewed. The superdeformed bands in  $A \approx 190$  region were analyzed and the spins of energy level were determined by the least-square fitting experimental transition energy with the formula of Bohr-Mottelson's  $I(I+1)$  expansions. The superdeformed bands in  $A \approx 150$  region were analyzed by using the kinematic moments of inertia formula  $J^{(1)} = 2\alpha + (4/3)\beta\omega^2 + (6/5)\gamma\omega^4$  in order to extract level spin. The results show that the calculated  $J^{(1)}$  of 20 superdeformed bands in Tb and Dy isotopes are agreement excellently with that of extracted from expression  $\hbar^2(2I-1)/E_\gamma(I)$ . In particular, the spin of the lowest level of the first discovered high-spin SD band  $^{152}\text{Dy}(1)$  predicted to be  $I_0 = 26$  is more proper.

**Key words:** rotational spectral theory; energy spectra fitting; spin determination

\* **Foundation item:** Foundation of Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator, Lanzhou; Education Committee Foundation of Anhui Province (98JL014)