

文章编号: 1007- 4627(2000)04-0224-04

CSR 空间电荷效应的研究*

刘 勇, 夏佳文, 徐向阳, 陆晓文, 吴军丽

(中国科学院近代物理研究所, 甘肃 兰州 730000)

摘 要: 针对兰州重离子加速器冷却储存环的流强设计, 对其空间电荷效应进行了讨论. 随着流强增高和发射度降低, 束流自作用场效应(空间电荷效应)逐渐显现. 散焦的空间电荷力造成的粒子自由振荡频移和束流包络增长, 带来了不稳定因素, 这些不稳定因素就限定了储存环的流强极限.

关 键 词: 空间电荷效应; 空间电荷限; 冷却储存环

中图分类号: TL501.5 文献标识码: A

1 引言

重离子冷却储存环(CSR)是兰州重离子研究装置(HIRFL)的升级工程. HIRFL 加速的重离子束(10- 50 MeV/u)首先注入主环(CSR_m), 经累积、

冷却、增能后引出打靶产生放射性束或剥离成高电荷态重离子束, 分离选择后, 或注入实验环(CSR_e)冷却并进行内靶实验, 或直接引出进行外靶实验. 主要过程的束流参数见表1. 表中 ϵ 为均方根发射度, 下标 V, H 表示竖直、水平.

表1 CSR 的束流参数

	$E / (\text{MeV} \cdot \text{u}^{-1})$	$\epsilon / (\pi \text{mm} \cdot \text{mrad})$		动量分散 $\pm \Delta P / P$	环内 束团数	$I / (\text{ions} \cdot \text{s}^{-1})$
		ϵ_H	ϵ_V			
来自 HIRFL	10~ 15	10	10	1.5×10^{-3}	16, 32	$10^{12} - 10^9$
多圈注入到 CSR _m	10~ 50	150	20	1.5×10^{-3}	连续束	$10^{14} - 10^{12}$
CSR _m 累积冷却終了	10~ 50	30	5	2.0×10^{-4}	1	$10^{14} - 10^{12}$
自 CSR _m 引出	100~ 900	5	1	5.0×10^{-4}	1	$10^8 - 10^6$
CSR _e 接受的 RIB	100~ 600	20	20	5.0×10^{-3}	1	$10^{12} - 10^7$

CSR 实现的高流强、高品质(低发射度、低动量分散)束流特性将伴随明显的空间电荷效应. 加速器中带电粒子除受到加速器系统的电磁元件作用外, 还要与同向相邻粒子相互作用, 这种作用称空间电荷效应. 能量越低, 粒子数(流强)越多, 粒子平均距离(相当于发射度 ϵ)越小, 则库仑斥力主导的作用越强. HIRFL 束流多圈注入到 CSR_m 进行累积冷却, 这一阶段能量较低, 且过程中流强上升、发射度进一步降低, 故而空间电荷效应带来的问题最为明显.

横向空间电荷效应导致工作点移动和束流包络增长. 工作点的移动限度由工作区域的共振线强度(共振线阶数)、线宽(磁场公差)决定, 最大可容忍

频移限对应一个流强上限, 横向空间电荷效应决定加速器的一个流强上限.

空间电荷效应的复杂性在于含空间电荷力的束流运动方程自耦合. 束流的形状和分布决定空间电荷力, 而空间电荷力又反过来影响束流的形状和分布. 由于空间电荷的高阶项, 非均匀束空间电荷频移依赖于振幅. 具有较大的频率分散是离子加速器的一大特点. 分散的粒子自由振荡频率可以避免整个束流处于某共振态(隔离单共振情形), 但频率分散过大也会带来其他问题.

2 空间电荷效应下的粒子运动规律

空间电荷力由束流形状分布决定. 横向分布通

* 收稿日期: 2000 - 01 - 22

* 作者简介: 刘 勇 (1973-), 男(汉族), 湖北孝感人, 博士生, 从事工学、核技术及应用研究.

常选用的模型有自洽的 K-V 模型、Water bag 模型以及较为方便的高斯分布模型. 对于横向高斯分布的束流, x, y 方向的均方根为 σ_x, σ_y . 设纵向粒子数线密度为 λ , 则其自作用势场为

$$U(x, y) = - \frac{e^2 \lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\infty} \frac{1 - \exp\left[-\frac{x^2}{2\sigma_x^2 + t} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2 + t}\right]}{\sqrt{(2\sigma_x^2 + t)(2\sigma_y^2 + t)}} dt, \quad (1)$$

将其代入粒子自由振荡方程得

$$\frac{d^2 y}{ds^2} + K(s)y + \frac{\lambda r_p}{\beta^2 \gamma^3} \frac{dU}{dy} = 0, \quad (2)$$

其中, $r_p = r_0 \cdot q^2 / A$ 为粒子经典半径, β, γ 分别为相速度和 Lorentz 因子.

考虑椭圆截面束团的形状修正和感生场而得到的 Lasllet 频移公式^[1]为

$$\delta Q_V = - N \frac{q^2}{A} \frac{r_p}{\pi B_t (\epsilon_V + \sqrt{\epsilon_t \epsilon_V}) \beta^2 \gamma^3} \frac{1}{F}, \quad (3)$$

N 为粒子数, B_t 为束流占空比, $\beta(s)$ 为 Twiss 参数, F 为计入感生场而引入的磁极、管道形状因子. 方程(2)还应加入场误差项

$$\frac{B_x(s, y)}{B\rho} = - \sum_{p=0}^{\infty} d_p(s) y^p,$$

x, y 分别为横向纵向坐标, s 为弧长. 对应 $2p$ 极场误差 ($p = 1, 2, \dots$), 方程为

$$\frac{d^2 y}{ds^2} + K(s)y + \frac{\lambda r_p}{\beta^2 \gamma^3} \frac{dU}{dy} + d_{p-1}(s) y^{p-1} = 0. \quad (4)$$

将(4)式正则化并适当变换^[2]. 正则变换量为 $(\eta, d\eta/d\varphi)$, 其中作用量为角度坐标 (I, ψ) , 即

$$\begin{vmatrix} \eta \\ \eta/Q \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1/\omega & \sqrt{\beta} & 0 \\ \omega & \sqrt{\beta} & \sqrt{\beta} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y \\ y \end{vmatrix}, \quad \begin{matrix} \eta = \sqrt{I} \cos\psi, \\ \dot{\eta} = Q \sqrt{I} \sin\psi. \end{matrix} \quad (5)$$

独立变量由弧长 s 换为相位 φ , Q 为自由振荡频率, 单位为回旋频率,

$$\varphi = \frac{1}{Q} \int_0^{\varphi} \frac{ds}{\beta(s)}. \quad (6)$$

利用生成函数 $G = I\psi - I(m/p)\varphi$ 转化到移动坐标系 (α, τ) ,

$$\begin{cases} \alpha = \frac{I}{2\epsilon_{rms}}, \\ \tau = \psi - \frac{m}{p}\varphi, \end{cases} \quad m = 0, 1, \dots, p-1 \quad (7)$$

α 为约化作用量. 哈密顿量为

$$C = \Delta_L \alpha - \xi U(\alpha) + \frac{2}{p} \Delta_c \alpha^{(1/2)p} \cos(p\tau), \quad (8)$$

这里, $\tau \in [0, 2\pi]$, $k = 0, 1, \dots$, 其中空间电荷频移系数 ξ 、工作点与共振线距离 Δ_L 以及 p 阶共振线禁带宽度指数 Δ_c 的意义为

$$\begin{cases} \xi = \frac{Nr_p}{4\pi\epsilon_{rms}\beta^2\gamma^3}, \\ \Delta_L = Q - \frac{m}{p}, \\ \Delta_c = \frac{Q\beta^{(1/2)(p+2)}\epsilon_{rms}^{(1/2)(p-2)}}{2^{(1/2)(p+2)}} \left| \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi d_{p-1}(\varphi) e^{im\varphi} \right|, \end{cases}$$

F 函数及其积分 U 函数描述频移对振幅的依赖关系为:

$$\begin{aligned} F(\alpha) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} du \cos^2 u \int_0^{\pi} dt \cdot e^{-i\alpha \cos^2 u}, \\ U(\alpha) &= \int_0^{\alpha} F(x) dx. \end{aligned} \quad (9)$$

通过研究函数固定点来研究已得到的哈密顿函数的动力学性质. 由函数固定点概念

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial \tau} = \frac{\partial C}{\partial \alpha} = 0, \\ \begin{cases} \left| \frac{\partial^2 C}{\partial \alpha \partial \tau} \right|^2 - 4 \frac{\partial^2 C}{\partial \alpha^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \tau^2} > 0, & \text{稳定固定点} \\ < 0. & \text{不稳定固定点} \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

可求得哈密顿量 C 的固定点条件,

$$\begin{cases} 2\Delta_c \alpha^{(1/2)p} \sin(p\tau) = 0, \\ \Delta_L - \xi F(\alpha) + \Delta_c \alpha^{(1/2)(p-2)} \cos(p\tau) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

可推出

$$\begin{aligned} \tau = \frac{2k\pi}{p}, \quad \Delta_L - \xi F(\alpha) + \Delta_c \alpha^{(1/2)(p-2)} = 0, \\ \tau = \frac{(2k+1)\pi}{p}, \quad \Delta_L - \xi F(\alpha) - \Delta_c \alpha^{(1/2)(p-2)} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

3 CSR 的空间电荷限

Lasllet 频移公式所给出的线性频移, 对于均匀连续束, 就是束流的一致频移; 对于一般的非均匀束, 则是中心粒子的频移或者说是频移范围. 由 Lasllet 公式可以估算 CSR 一般运行情形下的空间

电荷频移如下:

(1) CSRm 捕获之后, 束团占空比 $B_r = 1/6$, 竖直、水平发射度 $\epsilon_v = 10 \pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$, $\epsilon_H = 30 \pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$.

离子	能量(MeV/u)	离子数	空间电荷频移
C ⁶⁺	50	10 ⁹	2.76 × 10 ⁻³
U ⁷²⁺	10	10 ⁷	1.07 × 10 ⁻³

(2) CSRc 冷却后, 束团占空比 $B_r = 1/6$, 竖直、水平发射度 $\epsilon_v = 20 \pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$, $\epsilon_H = 20 \pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$.

离子	能量(MeV/u)	离子数	空间电荷频移
C ⁶⁺	400	10 ⁸	1.47 × 10 ⁻⁵
U ⁹⁰⁺	250	10 ⁶	3.23 × 10 ⁻⁶

空间电荷流强限如表2.

表2 CSRm 的空间电荷限(每环储存)*

离子	能量(MeV/u)	流强限(10 ¹⁰ ions)
¹² C ⁶⁺	50	5.41
¹⁴ N ⁷⁺	50	4.64
¹⁶ O ⁸⁺	50	4.06
²⁰ Ne ¹⁰⁺	50	3.25
⁴⁰ Ar ¹⁸⁺	30	1.17
⁸⁴ Kr ³³⁺	25	0.602
¹³² Xe ⁴⁸⁺	20	0.447
¹⁸¹ Ta ⁵⁹⁺	10	0.159
¹⁹⁷ Au ⁶³⁺	10	0.151
²³⁸ U ⁷²⁺	10	0.140

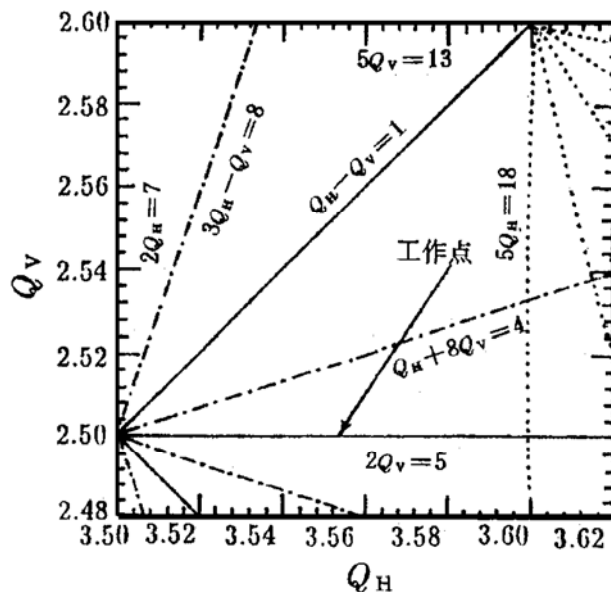
* 累积冷却末态 $\epsilon_H = 30 \pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$, $\epsilon_v = 5 \pi \text{mm} \cdot \text{mrad}$, $B_r = 1/6$, 频移上限0.03.

在这里, Lasllet 频移公式未能反映具体磁聚焦结构, 为此作以下处理. 为方便, 将各元件空间电荷项化为零长度传输元件, 放在实际元件入口. 根据方程(2)取线性项求得空间电荷矩阵. 这样的操作假定了元件矩阵和空间电荷矩阵对易. 经验估算在计算范围内误差小于1%. 由 MAD 程序输出文件计算出各元件的空间电荷作用自定义矩阵元件, 并代入原有输入文件重新用 MAD 程序计算, 发现计算的空间电荷频移比 Lasllet 公式的估算稍大.

4 空间电荷效应引起的发射度增长

由于空间电荷的非线性力作用下有“频-幅”依赖关系, 粒子频率有一个分布, 当这个分布足够大时总有部分粒子处在共振态而增大振幅, 但也伴随可

观的发射度增长和粒子丢失. 这个频移分布的大小将决定“空间电荷限”. 如图1, CSRm 的工作点是 (3.58, 2.54). 为避开半整数共振 $2Q_v = 5$, δQ_v 不能



超过0.04. 图1 CSRm 累积过程工作点移动路线

C⁶⁺ 粒子数 $N = 0.1 \times 10^{10} - 2.3 \times 10^{10}$; 到达 ($2Q_v = 5$) 临界流强 2.2×10^{10} .

在没有如(9)式的频-幅关系情况下, 如果发生共振, 则整个束团将全部处于共振状态, 束团将整个地丢失. 空间电荷效应的非线性项使束流在相空间具有一定的结构. 从而呈现出一幅等哈密顿线扭曲变形、破裂、束流发射度增长的图像. 为了更好地说明这个问题, 进行了模拟计算, 如图2. 设磁场存在某阶误差(这里设为3阶), 该误差造成的共振线禁带宽 Δ_c 为单位1, 空间电荷强度系数为 ξ , 工作点与共振线的距离为 Δ_L , 调节 Δ_L 使工作点通过共振线. 图中给出四个时刻的相空间图像和约化作用量 α 域上频移 $\Delta_L - \xi F(\alpha)$ 和误差策动力 $\pm \Delta_c \alpha^{(p-1)/2}$. 这两个函数都具有频率意义.

由频-幅图, 可以清晰看到固定点的位置, 由相图可以看到相空间结构的变化和发射度增长效应.

5 小结

重离子储存环为物理实验和其它研究提供高品质、高流强的束流, 同时也为加速器物理人员带来了新的问题. 重离子储存环的流强受空间电荷效应制约, 其空间电荷流强限由横向自由振荡频移决定. 空间电荷效应的非线性项也带来一系列新的现象. 可以想见, 随着世界上多个重离子储存环的设计、

建设、升级, 不断向高品质高流强挑战, 空间电荷效应仍将是一个非常活跃的课题。

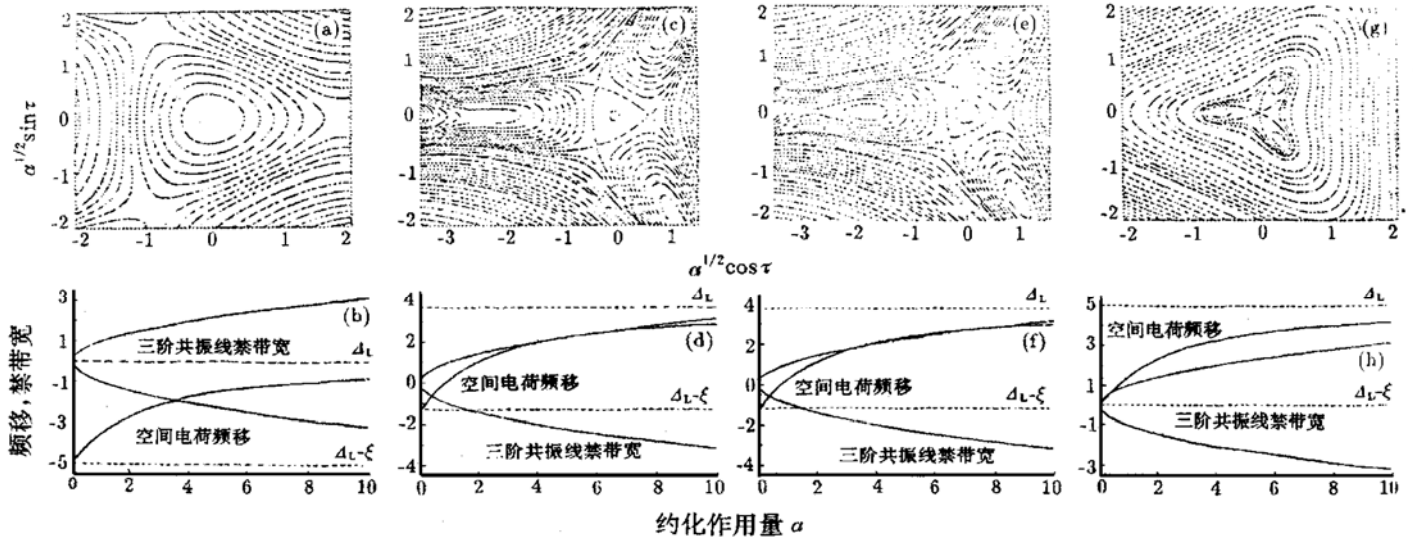


图2 三阶误差下的空间电荷效应

左边为相空间; 右边为对应的 ν - α 图, $-\Delta_L \xi F(\alpha)$, $-\Delta_c \alpha^{p-2/2}$. 其中 (a) $\Delta_L = 0$, $1+1 \times 3$ 个固定点, (b) $\Delta_L = 0$, 一个交点, $\alpha = 3.55$; (c) $\Delta_L = 3.7$, $1+2 \times 3$ 个固定点, (d) $\Delta_L = 3.7$, 交点 $\alpha = 0.40$, 切点 $\alpha = 5.11$; (e) $\Delta_L = 3.8$, $1+3 \times 3$ 个固定点, (f) $\Delta_L = 3.8$, 三个交点 $\alpha = 0.35$, $\alpha = 3.27$, $\alpha = 7.71$; (g) $\Delta_L = 3.8$, $1+2 \times 3$ 个固定点, (h) $\Delta_L = 5$, 两个交点 $\alpha = 0.34$, $\alpha = 21.01$.

参 考 文 献:

[1] Laslett L J. On Intensity Limitations Imposed by the Transverse Space Charge Effects in Circular Accelerators. BNL-7534, 1963. [2] Weng W T. Space Charge Effects—Tune Shifts and Resonance. AIP Conference Proceedings 153, (348-389), USPAS, 1984 and 1985.

Space Charge Effects of CSR

LIU Yong, XIA Jia-wen, XU Xiang-yang, LU Xiao-wen, WU Jun-li

(Institute of Modern Physics, the Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Cooler Storage Ring (CSR), an upgrading program planned at the Heavy Ion Research Facility in Lanzhou (HIRFL), will supply beams with higher quality and intensity. Space charge effects should be considered due to this magnitude of intensity in CSR. The concept and some phenomena of space charge effects are discussed. Space charge intensity limit and space charge tune shift of normal CSR operation are given. It is of significance for the construction and operation of the future facility.

Key words: space charge effect; space charge limit; cooler storage ring