文章编号: 1007- 4627(2000)04-0191-05

相对论核多体理论中的自洽问题和求和规则*

马中玉[1, 2, 3], 曹李刚[2]

(1 兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心, 甘肃 兰州 730000;
2 中国原子能科学研究院, 北京 102413;
3 中国科学院理论物理研究所, 北京 100080)

摘 要: 着重讨论了建立在相对论平均场基态上的相对论无规位相近似的自洽处理. 自洽处理要求基态和巨共振激发态的研究从同一个拉氏量出发, 采用同一种建立在相对论下的完备基上的近似. 同时也讨论了自洽条件下 Dirac 海核子态的作用, 指出 Dirac 海核子态的贡献不能忽略, 特别是在核的巨单极共振的情况. 用约束的相对论平均场方法得到核的巨单极共振的能量逆权重的求和规则, 从数值上验证了 Dirac 海核子态的贡献.

关 键 词: 相对论无规位相近似; Dirac 海负能核子态; 同位旋标量巨单极共振

中图分类号: O571.25+1 文献标识码: A

1 引言

非线性相对论平均场理论(RMF)[1]在描述核的整体性质上取得了很大的成功. 从同一个有效拉氏量出发, 通常只包含 6 个自由参数, 在 RMF 近似下很好地描述了整个周期表上核素以及奇特核的基态性质. RMF 不仅被广泛地用于核基态性质的研究, 而且被推广应用于重离子碰撞、核天体、超核等. 对 RMF 的一个重要的推广是用于研究核结构的动力学过程, 特别是集体巨共振态. 系统对外场的线性响应函数可以用无规位相近似(RPA)来研究. 在非相对论情况下, RPA 是时间相关的 Hartree-Fock 理论的小振幅极限[2]. 在相对论情况下, 这种等价关系应仍然成立, 我们在 RMF 基态上用相对论 RPA(RRPA)来研究核的巨共振激发[3], 它是时间相关的相对论平均场理论(TDRMF)的小振幅极限.

在相对论情况下自洽的研究尤为重要, 核子在核内的中心场是很大的标量势和矢量势抵消的结果, 标量势和矢量势有特征的质量标度. 不自洽的处理往往对结果会有很大的影响, 例如在核物质中, 非相对论 Hartree-Fock 的单粒子波函数就是简单的平面波乘上 Pauli 旋量, 而相对论处理中单粒子波函数中的四分量旋量必须由自洽得到[4]. 在 RRPA 处理中存在两个自洽问题, 首先, RMF 和 RRPA 必须基于同一个拉氏量, 也就是粒子-空穴相互作用必须由同一个拉氏量来确定, 而不能人为地引入. 我们知道, 要定量描述核的基态性质, 必须引进介子的非线性自相互作用, 自洽条件要求在 RRPA 中必须采用包含非线性自相互作用的介子传播子. 另一方面, RMF 理论中作了无海假定, 即忽略了 Dirac 海中负能核子态对核子自能的贡献. RRPA 的处理必须与 RMF 的假定自洽, 在下面的讨论中, 我们得到在相对论完备基下 RRPA 与 RMF 的自洽性要求在 RRPA 中不仅要考虑正能的粒子-空穴对激发, 而且必须包含费米海核子态和 Dirac 海中负能核子态形成的对 $h\bar{a}$ 激发[3], 而 $h\bar{a}$ 对的激发在通常的研究中常被忽略. 本文主要研究在 RMF 基态的 RRPA 自洽处理的方法以及 Dirac 海负能核子态在核的同位旋标量巨单极共振(ISGMR)中的贡献. 用约束的 RMF 方法研究在核

° 收稿日期: 2000-04-26

* 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(19847002, 19835010); 国家重点基金研究发展规划(G200077407)部分资助

作者简介: 马中玉(1943-), 女(汉族), 浙江余杭人, 博士生导师, 研究员, 从事原子核理论研究.

的 ISGMR 中能量逆权重的求和规则, 从数值上进一步检验考虑 Dirac 海中负能核子的 RRPA 自洽处理的正确性.

2 线性响应函数

系统对外场的线性响应函数是推迟的关联极化算符的虚部

$$R(Q, Q; \boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}', E) = \frac{1}{\pi}\mathrm{Im}\Pi^R(Q, Q; \boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}', E) , \quad (1)$$

其中 Q 是外场算符. 在相对论情况下, 核的同位旋标量巨单极共振算符为 $Q = \gamma_0 r^2$. 关联极化算符由解 Bethe-Salpeter(BS) 方程得到, 在相对论平均场基态上的 BS 方程可简化为

$$\begin{aligned}\Pi(P, Q; \boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}', E) &= \Pi_0(P, Q; \boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}', E) - \sum_i g_i^2 \int \mathrm{d}^3k_1 \mathrm{d}^3k_2 \cdot \\ &\quad \Pi_0(P, \Gamma^i; \boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}_1, E) D_i(\boldsymbol{k}_1 - \boldsymbol{k}_2) \cdot \\ &\quad \Pi(\Gamma_i, Q; \boldsymbol{k}_2, \boldsymbol{k}', E) , \end{aligned} \quad (2)$$

其中 i 表示 σ、ω、ρ; g_i 和 D 是相应的耦合常数和传播子. 在非线性模型中, 介子的传播子在动量表象下不再是一个简单定域形式, $D(k_1 - k_2, E)$ 可以用数值方法求解非定域方程得到[5]. $\Pi_0(P, Q; \boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}', E)$ 是 $\Pi_0(P, Q; x_1, x_2)$ 的 Fourier 变换, 它是 RMF 基态上的粒子-空穴对激发,

$$\begin{aligned}\Pi_0(P, Q; x_1, x_2) &= \mathrm{i}\langle 0| T[\bar\Psi_H(x_1) P \Psi_H(x_1) \bar\Psi_H(x_2) \cdot \\ &\quad Q\Psi_H(x_2)] |0\rangle = \mathrm{i}\mathrm{Tr}[P G_H(x_1, x_2) \cdot \\ &\quad Q G_H(x_2, x_1)] , \end{aligned} \quad (3)$$

G_H 是相对论 Hartree 近似下的单粒子 Green 函数.

$$\begin{aligned}G_H(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; E) &= \sum_\alpha \frac{\Psi_\alpha(\boldsymbol{r}_1)\bar\Psi_\alpha(\boldsymbol{r}_2)}{E - \epsilon_\alpha - \mathrm{i}\eta} + \\ &\quad \sum_{\bar\alpha} \frac{\Psi_{\bar\alpha}(\boldsymbol{r}_1)\bar\Psi_{\bar\alpha}(\boldsymbol{r}_2)}{E - \epsilon_{\bar\alpha} - \mathrm{i}\eta} + \\ &\quad \sum_{h < \epsilon_F} \Psi_h(\boldsymbol{r}_1)\bar\Psi_h(\boldsymbol{r}_2) \cdot \\ &\quad \left[\frac{1}{E - \epsilon_h - \mathrm{i}\eta} - \frac{1}{E - \epsilon_h + \mathrm{i}\eta} \right] , \end{aligned} \quad (4)$$

其中 α 为所有的正能态($\epsilon_\alpha > 0$), $\bar\alpha$ 为所有的负能态($\epsilon_{\bar\alpha} < 0$), h 为 Fermi 海中的态. 我们知道在 Hartree 近似下, 所有占有的核子态都将对核子的自能作贡献. 所有负能态核子的贡献是发散的, 需要做重整化处理, 但是有限核严格的相对论 Hartree 重整化计算还很困难. 我们的讨论是建立在 RMF 基态上的 RRPA, 对 RMF 作了无海的假定, 即忽略 Dirac 海负能粒子对核子自能的贡献. 这种假定在数学上可表示为用 G_{RMF} 来代替 G_H[6], 即在公式(4)中负能态的分母改为 $E - \epsilon_{\bar\alpha} + \mathrm{i}\eta$. 在(3)式中用 G_{RMF} 来代替 G_H, 就可以得到在单粒子谱表象下自洽的非微扰的极化算符 Π_0,

$$\begin{aligned}\Pi_0^R(P, Q; \boldsymbol{k}, \boldsymbol{k}', E) &= \sum_{h, \alpha = p, \bar\alpha} \left[\frac{\langle \bar\Psi_h | P | \Psi_\alpha \rangle \langle \bar\Psi_\alpha | Q | \Psi_h \rangle}{E - (\epsilon_\alpha - \epsilon_h) + \mathrm{i}\eta} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\langle \bar\Psi_\alpha | P | \Psi_h \rangle \langle \bar\Psi_h | Q | \Psi_\alpha \rangle}{E + (\epsilon_\alpha - \epsilon_h) + \mathrm{i}\eta} \right] . \end{aligned} \quad (5)$$

可以看到, Π_0 不仅包含正能的粒子-空穴对, 而且还有由 Fermi 海和 Dirac 海核子态($h\bar\alpha$)组成的对激发.

3 同位旋标量巨单级共振

核物质的不可压缩性系数是一个非常重要的物理量, 它不能被直接测量, 主要是由实验上测量有限核, 特别是重核的 ISGMR 能量, 通过与理论模型计算结果的比较来得到. 近来实验上对有限核的 ISGMR 作了更精确的测量[7]. 我们在 RMF 基态上采用自洽的 RRPA 方法研究了 ^{208}Pb 的 ISGMR. 我们采用文献上常采用的 4 组参数: NLSH[8], TM1[9], NL3[10] 和 NL1[11], 虽然他们都能很好地描述有限核基态性质, 但 4 组参数给出的核物质的不可压缩系数值相差很大: NLSH (K_∞ = 355 MeV), TM1 (K_∞ = 281 MeV), NL3 (K_∞ = 271 MeV) 和 NL1 (K_∞ = 211 MeV). 同时, 也用 4 种不同参数研究了有限核的 ISGMR 激发. 图 1 给出了 ^{208}Pb 的 ISGMR 的强度随能量的变化, 点线表示非微扰的粒子-空穴激发强度, 虚线和实线分别为不考虑和考虑 Dirac 海负能核子态贡献 RRPA 的强度. 可以看到, 由于粒子-空穴的剩余相互作用,

ISGMR 强度推到较低的能量，峰变得很窄，显示了很强的集体性. $h\alpha$ 对的剩余相互作用提供排斥力，

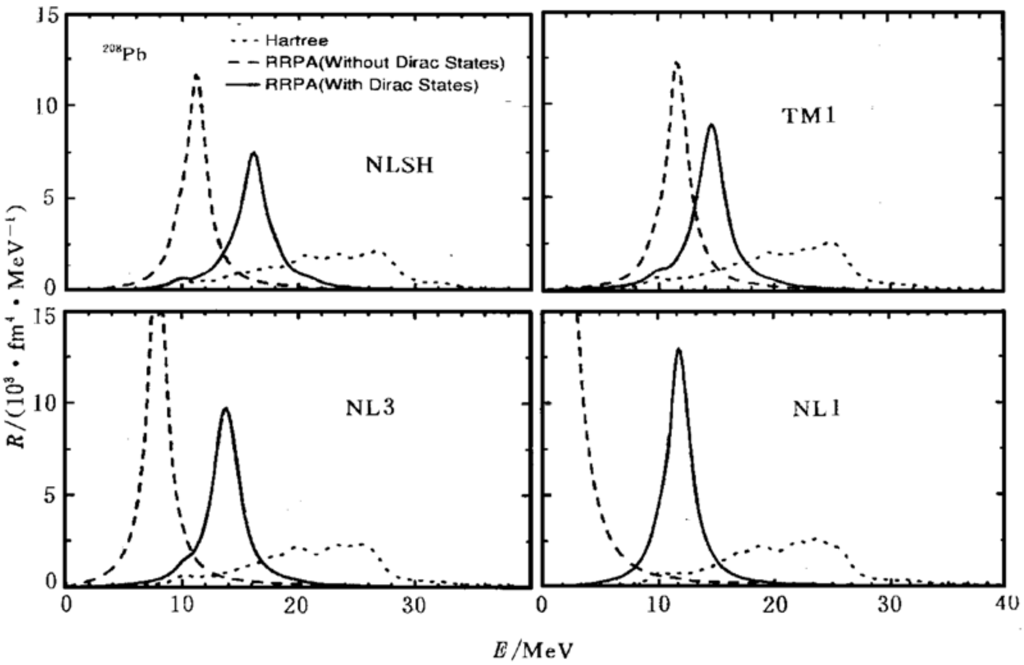

图 1　用 NLSH，TM1，NL3 和 NL1 参数计算的 ^{208}Pb 的同位旋标量巨单极共振强度分布

考虑和不考虑 Dirac 海的负能核子态的贡献的峰值相差几个 MeV，在有些参数情况下，如 NL1，这种差别会很大. NL1 参数给出较小的核物质不可压缩系数，因而给出巨单极共振模式的能量较低. 图 1 说明 Dirac 海核子态对 ISGMR 的贡献不可忽略. 最近文献[12]解析地推导了在核物质中 Walecka 线性模型下，Dirac 海核子态对 ISGMR 的贡献，我们的数值结果和他们的结论一致. 为了区分在 $h\alpha$ 对相互作用中，标量介子和矢量介子的贡献，我们在

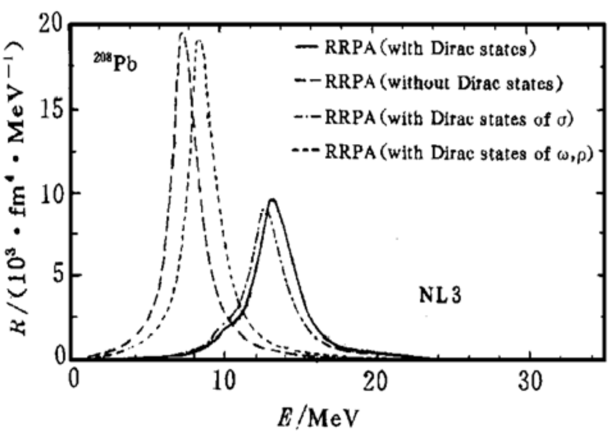

图 2　用 NL3 计算的 ^{208}Pb 的同位旋标量巨单极共振强度分布

图 2 中给出了用 NL3 计算的 ^{208}Pb 的 ISGMR 的强度. 图中实线和虚线与图 1 的表示相同，点线和点虚线分别为在 $h\alpha$ 对中只包含矢量介子 ω, ρ 和只包含标量介子 σ 的传播给出的剩余相互作用. 从图中很清楚地看到，在 $h\alpha$ 对相互作用中标量介子的贡献是主要的，而矢量介子的贡献很小. 计算得到的 ^{208}Pb 的 ISGMR 强度的中心能量分别为：16.4 MeV(NLSH)，14.9 MeV(TM1)，14.2 MeV(NL3) 和 12.2 MeV(NL1)，与实验值(14.2±0.03) MeV 结果比较，K_∞ 约为 270 MeV 左右.

为了进一步检验 Dirac 海负能态的贡献，我们采用约束的 RMF 方法，在 RMF 方程中引进微扰外场 λQ，λ 为小量，得到约束的 RMF 方程

$$(H(\lambda)+\lambda Q)|\lambda\rangle = E(\lambda)|\lambda\rangle, \tag{6}$$

$H(\lambda)$ 是哈密顿量，由于核子的自能是由自洽计算得到，哈密顿量是 λ 的函数，$|\lambda\rangle$ 和 $E(\lambda)$ 分别为 $H(\lambda)+\lambda Q$ 的基态和相应的能量. Q 的基态期望值随 λ 的变分，即系统对 $Q=Y^0 r^2$ 的定态极化率，满足

$$\frac{1}{2}\left.\frac{\partial\langle\lambda|Q|\lambda\rangle}{\partial\lambda}\right|_{\lambda=0} = \sum_{n\neq 0}\frac{\langle 0|Q|\Psi_n\rangle\langle\Psi_n|Q|0\rangle}{E_n-E_0}. \tag{7}$$

上式给出了系统 ISGMR 的能量逆权重 m_{-1} 的求和规则. 如果用 RMF 的基态哈密顿量 H_0 来代替约束方程中的 $H(\lambda)$，方程(7)给出了非微扰响应函数的求和规则. 表 1 给出了 ^{208}Pb 采用 NL3 计算得到的 ISGMR 的能量逆权重求和规则. 比较用约束的

RMF 计算得到的$\frac{1}{2}\frac{\partial\langle Q\rangle}{\partial\lambda}$和由 RRPA 数值计算得到的 ISGMR 强度的能量逆权重 m_{-1}，我们可以用求和规则来检验 RRPA 计算结果.

表 1　^{208}Pb 的 ISGMR 能量逆权重的求和规则*

	约束 RMF $\frac{1}{2}\frac{\partial\langle Q\rangle}{\partial\lambda}$	RRPA m_{-1}
Ⅰ	1.66	1.66
Ⅱ	2.76	2.92
Ⅲ		7.33

* Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ分别相应于非微扰响应函数，RRPA 响应函数考虑和不考虑 Dirac 海负能态的结果. 表中计算采用 NL3 参数.

从表 1 中可以看到，在非微扰情况下，约束 RMF 与非微扰粒子-空穴激发计算的强度能量逆权重的结果符合得非常好(< 1%)，对 RRPA 情况在 10% 以内符合. 这 10% 的误差是可能由于数值计算中对负能态的长程库仑势的切断引起的. 而如果不考虑 Dirac 海负能态的贡献，它们的差别非常大. 因而 ISGMR 能量逆权重求和规则进一步说明不自洽的处理得到的结果是不合理的.

4　小结

在本文中，我们讨论了在 RMF 基态上的自洽的 RRPA 方法，完全自洽的计算要求基态波函数和粒子-空穴剩余相互作用由同一个有效拉氏量来得到. 在无海近似下，RRPA 的自洽处理必须包括正能的粒子-空穴对以及由 Fermi 海粒子和 Dirac 海负能态组成的 $h\alpha$ 对. 另外，也详细讨论了在 ISGMR 中包含 Dirac 海负能态的重要性，研究表明 Dirac 海负能态的贡献主要来自标量介子. 我们采用约束 RMF 方法得到能量逆权重求和规则，对自洽的 RRPA 方法和 Dirac 海负能态的贡献作了进一步的检验. 自洽的 RRPA 方法可以用来研究核的其它巨共振激发模式以及推广应用于研究奇特核的巨共振激发.

参　考　文　献:

[1] Ring P. Relativistic Mean Field Theory in Finite Nuclei [J]. Prog Part Nucl Phys, 1996, 37: 193- 263 and reference cited therein.

[2] Bertsch G F, Tsai S F. A Study of the Nuclear Response Function [J]. Phys Reports, 1975, 18: 125- 158.

[3] Ma Z Y. Sum Rule in a Consistent Relativistic RPA [J]. Commun Theor Phys, 1999, 32: 493- 498; Ma Z Y, Giai N V, Wandelt A *et al*. Isoscalar Compression Modes in Relativistic Random Phase Approximation[J]. Nucl Phys A (to be published).

[4] Serot B D, Walecka J D. The Relativistic Nuclear Many-body Problem [M]. Advances in Nucl Phys, Plenum, New York, 1986, 16: 1- 321.

[5] Ma Z Y, Giai N V, Toki H. Compressibility of Nuclear Matter and Breathing Mode of Finite Nuclei in a Relativistic Model [J]. Phys Rev, 1997, C55: 2 385- 2 388; Ma Z Y, Toki H, Giai N V. Giant Resonances in the Relativistic RPA with Non-linear Interactions[J]. Nucl Phys, 1997, A627: 1 - 13.

[6] Dawson J F, Furnstahl R J. Relativistic Spectral Random-phase Approximation in Finite Nuclei [J]. Phys Rev, 1990, C42: 2 009- 2 022.

[7] Youngblood D H, Clark H L, Lui Y W. Incompressibility of Nuclear Matter from the Giant Monopole Resonance [J]. Phys Rev Lett, 1999, 82: 691- 694.

[8] Sharma M M, Nagarajan M A, Ring P. Rho Meson Coupling in the Relativistic Mean Field Theory and Description of Exotic Nuclei [J]. Phys Lett, 1993, B312: 377- 381.

[9] Sugahara Y, Toki H. Relativistic Mean-Field Theory for Unstable Nuclei with Non-linear σ and ω Terms [J]. Nucl Phys, 1994, A579: 557- 572.

[10] Lalazissis G A, Koenig J, Ring P. New Parametrization for the Lagrangian Density of Relativistic Mean Field Theory [J]. Phys Rev, 1997, C55: 540- 543.

[11] Reinhard P G, Rufa M, Maruhn J *et al*. Nuclear Ground-state Properties in a Relativistic Meson-field Theory [J]. Z Phys, 1986, A323: 13- 25.

[12] Kurasawa H, Suzuki T. Effects of the Dirac Sea on the Giant Monopole States [J]. Phys Lett, 2000, B474: 262- 265.

(下转第 209 页)

Decomposition Theory of Gauge Potential and Its Application*

LI Xi-guo

(*Center of Theoretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou* 730000, *China*)

(*Institute of Modern Physics, the Chinese Academy of Sciences, Lanzhou* 730000, *China*)

Abstract: The recent study of decomposition of gauge fields by means of methods of the geometric algebra was reviewed in detail. The new results in the study of the Euler characteristic by using the decomposition of gauge fields were described. On the other hand, some recent application fields of the decomposition of gauge fields and topological current theory were introduced. The new developments of the investigation in the area have also shown that the decomposition of gauge fields will provide a new way for the study between the stable solution of the gauge field and the confinements phenomena in strong interaction.

Key words: gauge field; geometry algebra; Euler characteristic; topological current

(上接第194页)

Consistency and Sum Rule in Relativistic Nuclear Many-body Theory**

MA Zhong-yu[1, 2, 3], CAO Li-gang[2]

(1 *Center of Nuclear Theoretical Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou* 730000, *China*;

2 *China Institute of Atomic Energy, Beijing* 102413, *China*;

3 *Institute of Theoretical Physics, the Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100080, *China*)

Abstract: A consistent treatment is extremely important in relativistic approaches. We emphasized the consistent approach in relativistic random phase approximation built on relativistic mean filed ground states. The consistent treatment requires that the studies of the ground state and excited states of giant resonances are based on same effective Lagrangian, and on a same complete set of basis. It was found that the effect of the Dirac states could not be neglected, especially in the case of giant monopole resonance. A constrained relativistic mean filed theory was adopted to obtain the energy inverse weighted sum rule of giant monopole resonance, which shows again the importance of the effect of Diarc states.

Key words: relativistic random phase approximation; negative energy states in Dirac sea; isoscalar giant monopole resonance

* **Foundation item**: Foundations of Center of Theroretical Nuclear Physics, National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou; Foundation of Director Institute of Modern Physics; “One Hundred Persons Project” of the Chinese Academy of Sciences

** **Foundation item**: NSFC(19847002, 19835010); National Major State Basic Research Development (G200077407)